

PRVI KOLOKVIJ IZ UVODA U VJEROJATNOST I STATISTIKU - A grupa

Zadatak 1. [1 bod + 2 boda + 2 boda]

- Napišite aksiomatsku definiciju vjerojatnosti.
- Napišite tri svojstva vjerojatnosti te dokažite jedno od njih.
- Neka je  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  vjerojatnosni prostor. Precizno iskažite teorem o formuli potpune vjerojatnosti.

Zadatak 2. [8 bodova]

Neka je  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  vjerojatnosni prostor te neka su dani nezavisni događaji  $A, B \in \mathcal{F}$  takvi da vrijedi  $P(A^c) < 1/2$ ,  $P(B^c) < 1/3$ . Dokažite da je tada  $P(A^c \cup B^c) < 2/3$ .

Zadatak 3. [4+5 bodova]

Dva igrača A i B zaredom bacaju pravilno izrađeni novčić (prvo baca igrač A). Partija se sastoji od jednog bacanja novčića za svakog igrača. Igra se zaustavlja u onoj partiji u kojoj se pojavi glava te pobjeđuje onaj igrač kod kojeg se glava prva pojavila. Odredite vjerojatnost

- da niti jedan igrač ne pobijedi u prvoj partiji
- da igrač B pobijedi do završetka pete partije.

Zadatak 4. [8 bodova]

Pet muškaraca i sedam žena raspoređuju se na slučajan način u kazalištu na dvanaest sjedala složenih u jednom redu. Odredite vjerojatnost da red ne započinje ili ne završava muškarcem!

Zadatak 5. [10 bodova]

Neki izvor emitira poruke oblika AAAA, BBBB i CCCC s vjerojatnostima emitiranja 0.3, 0.5 i 0.2, tim redom. Na izlazu iz komunikacijskog kanala svako slovo se ispravno interpretira s vjerojatnošću 0.6, a krivo se interpretira kao jedno od preostala dva slova s vjerojatnošću 0.2, nezavisno o drugim slovima. Je li vjerojatnije da je primljena poruka ABCA ili poruka ACBB?

Zadatak 6. [10 bodova]

Neka su  $x$  i  $y$  slučajno odabrani brojevi iz segmenta  $[0, 1]$ . Ako su dani događaji

$$A = \{(x, y) \in [0, 1] \times [0, 1] : y \leq 1/2\}, \quad B = \{(x, y) \in [0, 1] \times [0, 1] : x > 1/4\},$$

odredite  $P(A^c \cap B)$ .

PRVI KOLOKVIJ IZ UVODA U VJEROJATNOST I STATISTIKU - B grupa

Zadatak 1. [1 bod + 2 boda + 2 boda]

- Objasnite klasičan pristup definiranju vjerojatnosti.
- Napišite tri svojstva vjerojatnosti te dokažite jedno od njih.
- Definirajte potpun sustav događaja te zapišite Bayesovu formulu.

Zadatak 2. [8 bodova]

Neka je  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  vjerojatnosni prostor te neka su dani nezavisni događaji  $A, B \in \mathcal{F}$  takvi da vrijedi  $P(A) > 1/4$ ,  $P(B) > 1/3$ . Dokažite da je tada  $P(A^c \cup B^c) < 11/12$ .

Zadatak 3. [4+5 bodova]

Dva igrača C i D zaredom i nezavisno bacaju pravilno izrađeni novčić (prvo baca igrač C). Partija se sastoji od jednog bacanja novčića za svakog igrača. Igra se zaustavlja u onoj partiji u kojoj se pojavi pismo te pobjeđuje onaj igrač kod kojeg se pismo prvo pojavilo. Odredite vjerojatnost

- da niti jedan igrač ne pobijedi u prvoj partiji.
- da igrač D pobijedi do završetka četvrte partije.

Zadatak 4. [8 bodova]

Šest muškaraca i pet žena raspoređuju se na slučajan način u kazalištu na jedanaest sjedala složenih u jednom redu. Odredite vjerojatnost da red ne započinje ili ne završava ženom!

Zadatak 5. [10 bodova]

Neki izvor emitira poruke oblika AAAA, BBBB i CCCC s vjerojatnostima emitiranja 0.2, 0.3 i 0.5, tim redom. Na izlazu iz komunikacijskog kanala svako slovo se ispravno interpretira s vjerojatnošću 0.6, a krivo se interpretira kao jedno od preostala dva slova s vjerojatnošću 0.2, nezavisno o drugim slovima. Je li vjerojatnije da je primljena poruka BACB ili poruka BBCC?

Zadatak 6. [10 bodova]

Neka su  $x$  i  $y$  slučajno odabrani brojevi iz segmenta  $[0, 1]$ . Ako su dani događaji

$$A = \{(x, y) \in [0, 1] \times [0, 1] : x \leq 1/2\}, \quad B = \{(x, y) \in [0, 1] \times [0, 1] : y > 1/3\},$$

odredite  $P(A \cap B^c)$ .