

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku
30. travnja 2015.

1. kontrolna zadaća iz Kompleksne analize

Ak. god. 2014./2015.

B grupa

Zadatak 1

a) [10b] *Skicirajte skup* $S = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq \operatorname{Im} z + 2, \operatorname{Re} z < \operatorname{Im} z < 0\}$.

b) [15b] *Odredite sve* $z \in \mathbb{C}$ *za koje vrijedi jednakost*

$$(\operatorname{Im} z)^2 = 1 - \operatorname{Re} z^2$$

i kojima je imaginarni dio jednak modulu broja $(1 - \sqrt{3}i)^{1-i}$.

Zadatak 2 [20b] *Riješite jednadžbu*

$$\operatorname{Ln}(2 \sin z) = -iz$$

u skupu kompleksnih brojeva.

Zadatak 3 [15b] *Odredite (ukoliko postoji) analitičku funkciju* $f = u + iv$ *čiji je imaginarni dio jednak*

$$v(x, y) = 3e^{2x} \cos 2y + 2xy + 3x^2 - 3y^2$$

uz uvjet $f(0) = 3i + 1$ *te izračunajte* $f(\pi i)$.

Zadatak 4 [20b] *Dane su dvije Möbiusove transformacije* $Sz = \frac{z-2}{2z+i}$ *i* $Tz = \frac{z}{z-1}$. *Funkcijom* $S \circ T$ *preslikajte područje*

$$\{z \in \mathbb{C} : |z - 1| \geq 1, \operatorname{Im} z \leq 0\}.$$

Zadatak 5 [20b] *Izračunajte*

$$\int_{\Gamma} (z^3 - 2i) dz$$

gdje je Γ *krivulja,* $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ *za*

$$\Gamma_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1, \operatorname{Re} z > 0, \operatorname{Im} z > 0\},$$

$$\Gamma_2 = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} z \in [1, 2], \operatorname{Re} z = 0\},$$

orijentirana od točke 1 do točke 2i.