



## Pravila

Kolokvij se piše 120 min te se predaje s radnim listom i papirom sa zadacima (sve papire koji se predaju potrebno je potpisati). Da bi uspješno položio kolokvije, student mora skupiti minimalno 80 bodova od ukupnih 200, pri čemu na svakom pojedinom kolokviju mora ostvariti barem 20 bodova. Rezultati kolokvija bit će objavljeni na web stranicama kolegija.

### Zadatak 1 (10+10 bodova).

- (a) Skicirajte u kompleksnoj ravnini skup  $S = \left\{ z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} \frac{z-3}{z+3} \geq 0 \right\}$ .
- (b) Odredite realni i imaginarni dio kompleksnog broja  $\operatorname{Ln}(1^{3-i})$ .

### Zadatak 2 (15 bodova).

U skupu  $\mathbb{C}$  riješite jednadžbu

$$e^{iz} = 2i \cos z.$$

Rješenja prikažite u algebarskom obliku.

### Zadatak 3 (20 bodova).

Odredite analitičku funkciju  $f = u + iv$  (ukoliko postoji) kojoj je realni dio zadan s

$$u(x, y) = \operatorname{ch} y \sin(x + 2) - x^2 + y^2,$$

uz uvjet  $f(-2) = -4 + 2i$ .

Dobivenu funkciju zapišite kao funkciju varijable  $z = x + iy$ .

### Zadatak 4 (15 bodova).

Skicirajte sliku područja  $D = \{z \in \mathbb{C} : e^{\frac{1}{2}} < |z| < e^3, \operatorname{Re} z \leq 0\}$  pri preslikavanju onom granom funkcije  $w(z) = \operatorname{Ln} z + 1$  za koju je  $w(2) = \ln 2 + 1 + 2\pi i$ .

### Zadatak 5 (15 bodova).

Odredite Möbiusovu transformaciju koja preslikava pravokutnik

$$G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$$

kompleksne ravnine u pravokutnik

$$G^* = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq u \leq 3, -3 \leq v \leq -1\},$$

tako da vrh  $(0, 2)$  preslika u vrh  $(3, -1)$ .

### Zadatak 6 (15 bodova).

Izračunajte integral

$$\int_{\Gamma} \operatorname{Im}(z + i) dz,$$

gdje je  $\Gamma$  negativno orijentirani rub trokuta s vrhovima  $0, 1 - i, -i$ .