

Pismeni ispit iz Matematike 1: 21.4.2022.

1. [20] Metodom matematičke indukcije dokažite da za svaki prirodan broj n vrijedi

$$\frac{1}{24} + \frac{1}{120} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{(n+1)(n+2)(n+3)} \right).$$

2. Zadani su skupovi $S_1, S_2 \subset \mathbb{R}$:

$$S_1 = \{x \in \mathbb{R} : -x^2 - 4x \geq -5\} \quad S_2 = \{x \in \mathbb{R} : \left| |2x+1| - 3 \right| < 2\}.$$

Odredite:

- a) [5 bod.] $\max S_1$ b) [5 bod.] $\min S_2$ c) [5 bod.] $\max(S_1 \cap S_2)$.
3. [20] Odredite domenu funkcije f

$$f(x) = \ln \left(\frac{1 - \ln x}{1 + \ln x} \right) - \sqrt[4]{\frac{2x+1}{2x+3}} \cdot \frac{1}{x^3 - x^2 - 6x}.$$

4. [15] Odredite realan broj a tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} (\sin x)^x, & x > 0 \\ e^x + a, & x \leq 0 \end{cases}$$

bude neprekidna na cijeloj domeni.

5. [15] Odredite intervale monotonosti, te lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = (x^2 + 3)\sqrt{x+2}.$$

6. [15] Primjenom L'Hospitalovog pravila izračunajte limes

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt[3]{\cos x} - \sqrt[3]{\sin x}}{\cos x} \right)^{\frac{1}{x}}.$$