

**Prvi kolokvij iz Matematike 1: 13.1.2022.**

1. [10 bod] Metodom matematičke indukcije dokažite da za svaki prirodni broj  $n$  vrijedi

$$1 + 4 + 7 \cdots + (3n - 2) = \frac{n}{2}(3n - 1).$$

- 2.a) [5 bod.] Napisati definiciju funkcije  $x \mapsto |x|$ .

- b) [10 bod.] Riješiti jednačbu  $|2x + 3| = x + 10$ .

3. Neka je  $S = [-\sqrt{2}, \sqrt{2}] \cap [-1, 5]$ . Odredite:

- a) [5 bod.]  $\inf S$    b) [5 bod.]  $\sup S$    c) [5 bod.]  $\max S$    d) [5 bod.]  $\min S$

4. a) [5 bod.] Napisati binomnu formulu

- b) [15 bod.] Odredite koeficijent uz  $x^{11}$  u izrazu  $(4\sqrt{x} + 7x^4)^8$ .

5. [15 bod] Neka je  $f : D \rightarrow K$  realna funkcija realne varijable zadana s

$$f(x) = \frac{2x + 3}{x + 4}.$$

Odredite skupove  $D$  i  $K$  tako da funkcija  $f$  bude bijekcija. Zatim odredite njenu inverznu funkciju.

6. Izračunajte sljedeće limese nizova:

a) [5 bod]  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^5 - 4n^3 + 2n}{n^5 + 2n^4 + 3n^2},$

b) [5 bod]  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{3n + 2} - \sqrt{3n - 1}),$

c) [5 bod]  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 6^{n+1}}{4^{n+1} - 6^n},$

d) [5 bod]  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 - 6}{3n^2 + 3} \right)^{2n^2+1}.$