

PRVA KONTROLNA ZADAĆA IZ KOMBINATORIKE I DISKRETNE
MATEMATIKE

ZADATAK 1. Matricu dimenzije 3×3 popunjavamo elementima iz skupa $S = \{1, 2, 3\}$. Promatramo sve umnoške po retcima, stupcima, glavnoj i sporednoj dijagonali. Direktnom primjenom Dirichletovog principa dokažite da među takvim umnošcima postoje dva jednaka.

ZADATAK 2. U jednom školskom razredu je 10 djevojčica i 11 dječaka. Učitelj treba izabrati grupu od 10 učenika za skupljanje starog papira.

Na koliko načina on to može učiniti ako se grupa treba sastojati od 6 dječaka i 4 djevojčice?

Pretpostavimo sada da su odabrani učenici već završili sa skupljanjem papira. U školskoj kuhinji za njih je organiziran ručak. Ručak se servira za okruglim stolom. Dva dječaka ne žele jesti.

- Na koliko načina preostalih 8 učenika može sjesti za stol?
- Kao a), ali uz uvjet da dječaci ne smiju sjediti jedan do drugoga?
- Kao a), ali uz uvjet da sve djevojčice trebaju sjediti jedna do druge?

ZADATAK 3. Odredite broj 4-znamenkastih brojeva koji se mogu načiniti od znamenaka broja 221528255.

ZADATAK 4. Dokažite $\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k} 2^{k-1} = n3^{n-1}$.

ZADATAK 5. Odredite koeficijent uz $x_1^2 x_2^5 x_3$ u razvoju od

$$(2x_1 - x_2 + 7)^8.$$

PRVA KONTROLNA ZADAĆA IZ KOMBINATORIKE I DISKRETNE
MATEMATIKE

ZADATAK 1. Iz skupa $S = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ proizvoljno biramo 5 elemenata. Direktnom primjenom Dirichletovog principa dokažite da među odabranim elementima postoje dva čiji je zbroj jednak nuli.

ZADATAK 2. Zadan je skup $S = \{1, 2, 3, 5, 4, 7\}$.

Odredite broj svih 4-znamenkastih brojeva čije su znamenke međusobno različiti elementi skupa S .

Promotrimo 4-znamenkaste brojeve sačinjene od znamenaka 2,3,1,5.

- Koliko je takvih brojeva ako nemamo uvjet na različitost znamenki u broju?
- Koliko je takvih brojeva uz uvjet da se znamenke u broju ne smiju ponavljati, a znamenke 2 i 3 moraju biti jedna do druge?
- Koliko je takvih brojeva uz uvjet da se znamenke u broju ne smiju ponavljati, a znamenka 2 mora biti desno od znamenke 3?

ZADATAK 3. U jednom slavonskom selu organiziran je besplatan ručak za 15 umirovljenika. Ručak se sastoji od 20 porcija juhe, 30 porcija glavnog jela i 40 komada štrudle sa sirom. Na koliko načina je moguće podijeliti ručak umirovljenicima ako:

- svaki umirovljenik mora dobiti barem jednu porciju juhe, jednu porciju glavnog jela i jedan komad štrudle sa sirom?
- svaki umirovljenik mora dobiti barem jednu porciju glavnog jela?
- nema nikakvih pravila?

ZADATAK 4. Dokažite
$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \frac{2^{k+1}}{k+1} = \frac{3^{n+1} - 1}{n+1}.$$

ZADATAK 5. Odredite koeficijent uz $x_1^3 x_2^2 x_3^3 x_4^2$ u razvoju od

$$(2 - x_2 + x_3 + 3x_4)^{10}.$$