

**2. kontrolna zadaća iz Kombinatorne i diskretne matematike**  
Ak. god. 2015./2016.

**Zadatak 1** [20b] *Na raspolaganju imamo 15 čokolada, 10 bombona i 4 lizalice. Na koliko načina možemo napraviti paketić od 6 stvari, tako da u njemu bude barem jedna čokolada, barem jedan bombon i barem jedna lizalica.*

**Zadatak 2** [20b] *Riješite sljedeću rekurziju:*

$$a_n + a_{n-1} - 6a_{n-2} = 4n^2 - 2n - 4 + 2 \cdot 3^n, a_0 = -2, a_1 = -5.$$

**Zadatak 3** [20b] *Na raspolaganju imamo 5 vrsta kovanica i to od svake po 20 komada. Ako smo od prve vrste kovanica uzeli 18 komada, 10 od druge, 5 od treće i 7 od četvrte, na koliko načina možemo uzeti još 5 kovanica kako bi ih ukupno imali 45?*

**Zadatak 4** [20b] *Nađite funkciju izvodnicu za niz:*

$$a_n = 2a_{n-1} + 5a_{n-2} - 3a_{n-3} - 3^{n-1}, n \geq 3$$
$$a_0 = -1, a_1 = 2, a_2 = -2.$$

**Zadatak 5** [20b] *Neka je graf  $G$  zadan sljedećom matricom susjedstva:*

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- (a) *nacrtajte graf  $G$*
- (b) *odredite broj vrhova i bridova grafa  $G$*
- (c) *odredite niz stupnjeva, dijametar i struk grafa  $G$*
- (d) *nacrtajte jedan izomorfan graf grafu  $G$  i odredite njegovu matricu susjedstva.*

**Zadatak 6** [20b] **DODATNI ZADATAK**

*Ping-pong loptice možemo posložiti u pravilnu trostranu piramidu tako da donji sloj složimo u jednakos-traničan trokut s  $n$  loptica duž stranice, idući sloj u trokut s  $n - 1$  loptica duž stranice, itd. (na slici je prikazana piramida za  $n = 4$ ). Neka je  $a_n$  broj loptica u piramidi od  $n$  slojeva. Izvedite rekurziju za niz  $a_n$  i riješite je.*



**2. kontrolna zadaća iz Kombinatorne i diskretne matematike**  
Ak. god. 2015./2016.

**Zadatak 1** [20b] *Na raspolaganju imamo 15 zadataka iz sljedeće 3 kategorije: Jednadžbe i nejednadžbe, Funkcije i Geometrija. Na koliko načina možemo napraviti ispit od 10 zadataka, tako da u njemu bude barem jedan zadatak iz svake kategorije.*

**Zadatak 2** [20b] *Riješite sljedeću rekurziju:*

$$a_n - a_{n-1} - 2a_{n-2} = 2n^2 - 6 + 4 \cdot 3^n, a_0 = 4, a_1 = 13.$$

**Zadatak 3** [20b] *Na stolu je 5 zdjela, u svakoj od njih na početku ima 20 loptica. U prvoj zdjeli se nalaze loptice zelene boje, u drugoj plave, u trećoj crvene, u četvrtoj žute i u petoj ljubičaste. Ako iz zdjela uzmem 16 loptica zelene boje, 14 loptica plave boje, 1 lopticu crvene boje i 4 loptice ljubičaste boje, na koliko načina mogu izabrati još 5 kuglica iz zdjela?*

**Zadatak 4** [20b] *Nađite funkciju izvodnicu za niz:*

$$a_n = -a_{n-1} + 2a_{n-2} + 5a_{n-3} + 2^{n-2}, n \geq 3$$
$$a_0 = 1, a_1 = -2, a_2 = 1.$$

**Zadatak 5** [20b] *Neka je graf  $G$  zadan sljedećom matricom susjedstva:*

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- (a) nacrtajte graf  $G$
- (b) odredite broj vrhova i bridova grafa  $G$
- (c) odredite niz stupnjeva, dijametar i struk grafa  $G$
- (d) nacrtajte grafu  $G$  komplementaran graf  $G^C$  i odredite njegovu matricu susjedstva.

**Zadatak 6** [20b] **DODATNI ZADATAK**

*Ping-pong loptice možemo posložiti u pravilnu trostranu piramidu tako da donji sloj složimo u jednakos-traničan trokut s  $n$  loptica duž stranice, idući sloj u trokut s  $n - 1$  loptica duž stranice, itd. (na slici je prikazana piramida za  $n = 4$ ). Neka je  $a_n$  broj loptica u piramidi od  $n$  slojeva. Izvedite rekurziju za niz  $a_n$  i riješite je.*

