



---

## Pismeni ispit iz Uvoda u teoriju brojeva

---

### Napomene

Dopuštena je upotreba kalkulatora i priloženih formula.  
Sve svoje tvrdnje obrazložite.

---

**Zadatak 1.** (a) Ako je  $p$  prost broj sa svojstvom da je  $4p^2 + 1$  također prost broj, dokažite da je  $p^2 + 11$  složen broj.

(b) Dokažite da niti jedan broj u nizu

$$11, 111, 1111, 11111, \dots$$

nije potpun kvadrat.

**Zadatak 2.** Sustav kongruencija

$$x \equiv t \pmod{16}, \quad x \equiv 19 \pmod{40}, \quad x \equiv 9 \pmod{25}$$

riješite za sve vrijednosti cjelobrojnog parametra  $t$  za koje rješenje postoji.

**Zadatak 3.** Neka je  $p$  neparan prost broj. Dokažite ili opovrgnite: za sve cijele brojeve  $a \in \mathbb{Z}$  sa svojstvom  $(a, p) = 1$  vrijedi

$$a^{2p-1} \equiv a \pmod{3p}.$$

**Zadatak 4.** Koji su mogući oblici prostih faktora brojeva oblika  $16n^2 - 2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ?

**Zadatak 5.** Odredite 2 prirodna brojan sa svojstvom da je  $7n^2$  produkt dva uzastopna prirodna broja.