

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku  
1. veljače 2022.

## 2. kolokvij iz Linearne algebre 1

**Zadatak 1.** [15+15 bodova]

a) Korištenjem determinante, u ovisnosti o parametru  $\lambda \in \mathbb{R}$ , provjerite linearnu nezavisnost vektora

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k} \\ \vec{b} &= \vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \vec{c} &= 3\vec{i} + \vec{j} + \lambda\vec{k}.\end{aligned}$$

b) Riješite matricnu jednadžbu  $\frac{1}{2}XB = C$ , pri čemu su matrice  $B$  i  $C$  dane s:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Zadatak 2.** [20 bodova] Izračunajte determinantu reda  $n$ :

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & \dots & n-2 & n-1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & \dots & n-3 & n-2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & \dots & n-4 & n-3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & \dots & n-5 & n-4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ n-2 & n-3 & n-4 & n-5 & \dots & 0 & 1 \\ n-1 & n-2 & n-3 & n-4 & \dots & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

**Zadatak 3.** [15+15 bodova]

a) Primjenom Cramerove metode diskutirajte rješenje sustava u ovisnosti o parametru  $\lambda \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned}x_1 + x_3 &= 3 \\ 2x_1 + \lambda x_2 &= 0 \\ 3x_1 + x_2 + \lambda x_3 &= 3.\end{aligned}$$

b) Primjenom Gauss-Jordanove metode odredite opće rješenje sustava:

$$\begin{aligned}x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 &= 0 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_4 + 2x_5 &= 1 \\ 2x_1 + x_3 + 4x_4 + x_5 &= 1 \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 + 3x_5 &= 2 \\ -6x_2 + x_3 - 3x_5 &= -1.\end{aligned}$$

**Zadatak 4.** [10 + 10 bodova]

- a) Korištenjem formule za vektorski produkt odredite udaljenost paralelnih pravaca zadanih parametarski:

$$\begin{cases} x = 2 - 2\lambda \\ y = 1 + 2\lambda \\ z = -2 - \lambda, \lambda \in \mathbb{R}, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 - 2\lambda \\ y = -2 + 2\lambda \\ z = 4 - \lambda, \lambda \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

- b) Odredite udaljenost točke  $Q = (3, -1, -3)$  do ravnine  $M$  koja sadrži točku  $P = (7, 2, 4)$ , a paralelna je s ravninom  $M_1 \dots 2x - y + 7z - 5 = 0$ .