



Pravila

Kolokvij se piše 120 minuta te se predaje s radnim listom i papirom sa zadacima. Kolokvij nosi 115 bodova, što znači da je moguće ostvariti više od 100%. Pored zadatka je naznačeno koliko bodova nosi. Moguće je ostvariti parcijalne bodove po zadacima. Zadaci označeni s "★" su teorijski. Rezultati kolokvija će biti na web stranici kolegija u toku iduća 4 dana.

Sve svoje tvrdnje obrazložite i precizno iskažite.

Zadatak 1 (5+20).

- ★ Definirajte faktor rasta elemenata matrice A .
- Odredite LU faktORIZACIJU s djelomičnim pivotiranjem matrice A u ovisnosti o parametru α te odredite za koji α je matrica A singularna.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & \alpha & -15 \\ 2 & -5 & -10 & -7 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 4 & -4 & -8 & 4 \end{bmatrix}.$$

Zadatak 2 (15).

- ★ Pokažite na koji način se treba odabrati vektor $v \in \mathbb{R}^n$ u matrici $H = I - 2vv^T$ tako da vrijedi $Hy = [\|y\|, 0, \dots, 0]^T$, pri čemu je $y \in \mathbb{R}^n$.

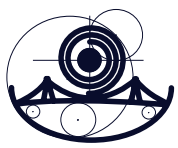
Zadatak 3 (25).

- Odredite QR faktORIZACIJU matrice A te riješite sustav $Ax = b$, ako je

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 4 & 5 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 5 & -6 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ 11 \\ -5 \\ 9 \\ -4 \end{bmatrix}$$

Zadatak 4 (10+15).

- ★ Pokažite koja je veza između pogreške u k -toj aproksimaciji i početne pogreške u Jacobijevoj metodi.



- Neka je dan sustav $Ax = b$. Odredite matricu permutacije P tako da se sustav $P Ax = P b$ može riješiti Jacobijevom metodom i odredite potreban broj koraka da greška u $\|\cdot\|_\infty$ bude manja od 0.005, gdje je

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \\ -9 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix},$$

uz početni vektor $x^{(0)} = [1, 0, -3]^T$. Također odredite prve dvije aproksimacije.

Zadatak 5 (10+15).

- Odredite LU faktORIZACIJU matrice $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 2 \\ -1 & 1 & \ddots & \vdots & 2 \\ -1 & -1 & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 & 2 \\ -1 & -1 & \cdots & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

- ★ Dokažite da Jacobijeva metoda konvergira ako je matrica A strogo dijagonalno dominantna po stupcima.