

## 2. kolokvij iz kolegija Numerička analiza

Ak. god. 2014./2015.

1. Nađite najbolju  $L_2$  aproksimaciju funkcije  $f(x) = 1 - 4|x|$ ,  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  na prostoru svih polinoma stupnja  $\leq 2$  uz težinsku funkciju  $\omega \equiv 1$  te skicirajte početnu funkciju i njenu aproksimaciju na danom intervalu.
2. Pomoću Newtonove metode pronađite lokalni minimum funkcije  $f(x_1, x_2) = 4x_1^2 + 4x_2^2 + x_1x_2^2 - 4$  uz točnost  $\epsilon = 0.5$  i početnu aproksimaciju  $(1, -1)$ .
3. Produljenom trapeznom formulom za numeričku integraciju izračunajte

$$\int_2^3 x \ln^2(x) dx$$

uz točnost  $\epsilon = 0.01$ . Koliko bi podintervala trebalo napraviti u produljenoj Simpsonovoj formuli da bi se postigla točnost  $\epsilon = 0.00000005$ ?

4. Cauchyjev problem

$$\frac{dy}{dt} + 2y = 2 - e^{-4t}, \quad y(0) = 1$$

riješite primjenom simetrične formule na intervalu  $[0, 0.3]$  uz korak  $h = 0.1$  te dobivena rješenja usporedite sa stvarnim vrijednostima funkcije ako je poznato da je egzaktno rješenje problema dano sa  $y(t) = 1 + \frac{1}{2}e^{-4t} - \frac{1}{2}e^{-2t}$ .

**2. kolokvij iz kolegija Numerička analiza**  
Ak. god. 2014./2015.

1. Odredite Fourierov polinom funkcije  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  zadane sa  $f(x) = 1 + |x|$ .
2. Zadani su podaci:

$x$	-3	-2	1	2
$y$	-1	-0	2	1

Odredite funkciju  $f(x) = a_1x^3 + a_2x$  tako da njezin graf prolazi što bliže danim točkama  $T_i(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ .

3. Produljenom Simpsonovom formulom za numeričku integraciju izračunajte

$$\int_{-2}^{-1} xe^{-x} dx$$

uz točnost  $\epsilon = 0.005$ . Koliko bi podintervala trebalo napraviti u produljenoj trapeznoj formuli da bi se postigla točnost  $\epsilon = 0.00000005$ ?

4. Riješite sljedeći sustav običnih diferencijalnih jednadžbi prvog reda

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= y, & x(3) &= 6 \\ \frac{dy}{dt} &= -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}y, & y(3) &= -1 \end{aligned}$$

na intervalu  $[3, 4]$  uz korak  $\Delta t = 0.2$ .