

PISMENI ISPIT IZ KOMBINATORNE I DISKRETNE MATEMATIKE

ZADATAK 1. Svaka točka ravnine obojana je crveno ili plavo. Dokažite da u ravnini postoje pravokutnik kojemu su svi vrhovi obojani istom bojom.

ZADATAK 2. Odredite broj svih osmeroznamenastih neparnih prirodnih brojeva u čijem zapisu nema susjednih znamenaka 8.

ZADATAK 3.

a) Odredite zbroj koeficijenata u razvoju binoma $(6x^2 - 4y^3)^8$.

b) Dokažite:

$$\frac{2^{n+2} - 1}{n + 2} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \frac{2k + 3}{(k + 1)(k + 2)}.$$

ZADATAK 4.

Odredite broj rješenja jednadžbe $x_1 + x_2 + \dots + x_7 = 25$, pri čemu vrijedi $x_i \in \mathbb{N}_0$, $2 \leq x_i \leq 7$, $i = 1, 2, 3$, $x_4 \geq 0$, $x_5 \geq 3$, $x_6 \geq 1$, $x_7 \geq 1$.

ZADATAK 5.

Riješite sustav rekurzija $a_n = 4a_{n-1} + b_{n-1} + 1$, $b_n = -2a_{n-1} + b_{n-1} + 2$ uz početne uvjete $a_1 = 2$, $b_1 = 1$.