

## PISMENI ISPIT IZ KOMBINATORNE I DISKRETNE MATEMATIKE

ZADATAK 1. Unutar pravokutnika čije su stranice duljine 1 i  $\frac{1}{2}$  nasumično je smješteno 9 točaka. Dokažite da među njima postoje dvije čija je međusobna udaljenost najviše  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ .

ZADATAK 2. Zadan je skup  $A = \{a, b, c, d, e, f, g, g, g, g, g, g, g\}$ .

- Na koliko načina možemo nanizati sva slova iz skupa  $A$  tako da simboli  $g$  nisu susjed jedan drugome?
- Koliko je riječi sastavljenih od međusobno različitih slova iz skupa  $A$  sa svojstvom da je  $g$  prvo, a  $b$  zadnje slovo riječi?
- Koliko je riječi sastavljenih od 5 međusobno različitih slova iz skupa  $A$  takvih da prvo slovo bude ono koje je po leksikografskom poretku posljednje?

ZADATAK 3. Neka je  $a \in \mathbb{R}$  fiksna. Odredite preostali dio koeficijenta uz  $2a^4x_1^2x_2^4x_3^2$  u razvoju od

$$(x_1 - 2ax_2 + 3ax_3)^8.$$

ZADATAK 4. Otac želi dati svome sinu 8 komada voća. U njegovoj je košari 6 jabuka, 3 banane, 4 jagode i 4 kruške. Odredite običnu funkciju izvodnicu za broj načina na koje otac to može učiniti.

ZADATAK 5. Dokažite:

$$\sum_{k=0}^n F_{2k-1} = F_{2n},$$

pri čemu je  $(F_n)_{n \in \mathbb{N}}$  Fibonaccijev niz.