

Pismeni ispit iz Primjena diferencijalnog i integralnog računa II
Ak. god. 2014./2015.

Zadatak 1 [25b] *Nadite točku na plohi $a^2 - z = x^2 + y^2$ koja se nalazi u prvom oktantu, a u kojoj treba postaviti tangencijalnu ravninu tako da volumen tetraedra što ga zatvara ta ravnina sa koordinatnim osima bude minimalan.*

Zadatak 2 [20b] *Odredite kinetičku energiju tijela omeđenog plohama $2 - z = x^2 + y^2$ i $z = x^2 + y^2$ koje rotira oko osi OZ . Gustoća tijela zadana je funkcijom $\rho(x, y, z) = (x^2 + y^2)z$, a kutna brzina ω ima konstantnu vrijednost 2.*

Zadatak 3 *Objekt se kreće po krivulji $C \dots \vec{r}(t) = t^2\vec{i} + \sin t\vec{j} + \cos t\vec{k}$ u smjeru porasta parametra t pod utjecajem neprekidnog polja sila $\vec{F}(x, y, z) = \left(\frac{1}{x} + z^2 \cos x\right)\vec{i} + \frac{1}{y}\vec{j} + (2z \sin x)\vec{k}$.*

a) [5b] *Odredite jakost izvora (ili ponora) polja \vec{F} u točki $T = (1, 1, 0)$.*

b) [10b] *Dokažite da je \vec{F} potencijalno vektorsko polje i odredite mu potencijal.*

c) [5b] *Odredite rad potreban za gibanje objekta po krivulji C za $t \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$.*

Zadatak 4 [25b] *Teška homogena žica mase $m = 6$ i duljine $l = 3$ napeta je horizontalno utegom mase $M = 15$ na lijevom kraju. Na prvu trećinu njene duljine djeluje sila s koeficijentom elastičnosti $q(x) = 3$. Odredite progib ako je drugi kraj žice pričvršćen.*

Zadatak 5 [10b] *Zadan je kompleksni potencijal $\omega(z) = (2 - i)z$. Odredite kompleksnu brzinu $\vec{v}(z)$, iznos brzine u točki $T = (1, 1)$, potencijal $\varphi(x, y)$ i funkciju toka $\psi(x, y)$. Skicirajte ekvipotencijalne linije i strujnice.*