

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku.
16. veljače 2018.

Pismeni ispit iz Primjena diferencijalnog i integralnog računa II

Zadatak 1. (20 bodova)

Odredite volumen najveće pravokutne kutije koja se može upisati u elipsoid $2x^2 + 72y^2 + 18z^2 = 288$ tako da su bridovi kutije paralelni s koordinatnim osima.

Zadatak 2. (15 bodova)

Odredite količinu naboja tanke ploče koja se može smjestiti u koordinatni sustav tako da se nalazi izvan kružnice $x^2 + y^2 = 4$, a unutar kružnice $x^2 + (y - 2)^2 = 4$. Gustoća naboja dana je s $\rho(x, y) = \frac{2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.

Zadatak 3. (15 bodova)

Je li masa tanke žice koja zauzima segment između $(1, 2, 3)$ i $(1, 3, 6)$ lakša ili teža od 56 (mjernih jedinica za masu) ako joj je gustoća dana s $\rho(x, y, z) = x^2y + xz + y^2$?

Zadatak 4. (10 bodova)

Izvedite jednadžbu kontinuiteta za nestacionaran tok fluida gustoće mase ρ i brzine \vec{v} .

Zadatak 5. (10 bodova)

Izvedite jednadžbe prigušenih slobodnih oscilacija i obrazložite njihovu ovisnost o vremenu kada ono teži u beskonačno.

Zadatak 6. (15 bodova)

U spremniku se nalazi 10 kg soli otopljene u 100 L vode. U spremnik ulazi čista voda brzinom od 10 L/min, jednoliko se miješa sa sadržajem spremnika i istječe iz spremnika istom brzinom. Koliko će soli biti u spremniku nakon 30 minuta?

Zadatak 7. (15 bodova)

Homogena teška žica mase $m = 4$ i duljine $l = 2$ napeta je horizontalno utegom mase $M = 10$ na lijevom kraju $x = 0$. Na dio $(1, 2]$ djeluje sila s koeficijentom elastičnosti $q(x) = 2$. Odredite progib ako je drugi kraj žice pričvršćen. (Nije potrebno računati sve konstante, dovoljno je napisati sustav koji one zadovoljavaju.)