

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku.
16. lipnja 2021.

Pismeni ispit iz Primjena diferencijalnog i integralnog računa II

UPUTE: Ispit studenti pišu od 09:00h do 11:00h. Svaki zadatak student treba riješiti na zasebnoj stranici tako da najprije napiše tekst zadatka, a ispod teksta stavi podnaslov: Rješenje ispod kojeg će pisati postupak rješenja. Ako neki zadatak student nije riješio, treba prepisati tekst tog zadatka i ispod teksta napisati da taj zadatak nije riješio. Rješenja zadataka trebaju biti čitko napisana i detaljno obrazložena. Zadatke s rješenjima student treba posložiti u pdf dokument onim redoslijedom kakav je u ispitu. Paziti da su stranice pdf-a pravilno rotirane. Pdf dokument treba imati naziv imena i prezimena studenta bez kvačica. Studenti pdf dokumente trebaju poslati na smajstor@mathos.hr do 11:20 h. Naknadno poslani dokumenti neće biti uzeti u obzir. Prepisivanje je strogo zabranjeno. Ukoliko studenti budu prepisivali, poništiti će im se kolokvij i zabraniti izlazak na drugi kolokvij, a svi sumnjivi studenti bit će usmeno ispitani. Nejasnoće oko teksta zadataka studenti mogu poslati u terminu 09:00-09:30h na smajstor@mathos.hr ili mogu poslati poruku u MSTeams. Izvan tog termina nije dozvoljeno slati upite.

Zadatak 1. [20 bodova]

Odredite najveću i najmanju gustoću mase dvodimenzionalne ploče Pl zadane s

$$Pl = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, |y| \leq 2\}.$$

Gustoća mase ploče opisana je funkcijom $T(x, y) = xy + x^2 + 2$.

Zadatak 2. [20 bodova]

Odredite količinu naboja tijela omeđenog s plohom $x^2 + y^2 - z^2 = 1$, $-1 \leq z \leq 1$. Gustoća naboja tijela jednaka je četvrtoj potenciji udaljenosti do osi OZ .

Zadatak 3. [15 bodova]

Izračunajte

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos x}{x^2 + 2x + 5} dx.$$

Zadatak 4. [20 bodova]

Izračunajte rad što ga obavlja sila $\vec{F}(x, y) = y^2\vec{i} + (\ln(x^2 + y^2) + y^3)\vec{j}$ pomičući česticu po rubu polukružnog vijenca koji se nalazi iznad x -osi, a omeđen je s $x^2 + y^2 = 1$ i $x^2 + y^2 = 4$. Pomicanje čestice po rubu je takvo da je područje uvijek s lijeve strane.

Zadatak 5. [10 bodova]

Nad \mathbb{R}^3 zadano je vektorsko polje \vec{F} i skalarno polje f . Dokažite:

$$\operatorname{div}(f \cdot \vec{F}) = f \cdot \operatorname{div}(\vec{F}) + \vec{F} \cdot \operatorname{grad}(f).$$

Zadatak 6. [15 bodova]

U spremniku se nalazi 10 kg soli otopljene u 100 L vode. U spremnik ulazi čista voda brzinom od 10 L/min, jednoliko se miješa sa sadržajem spremnika i istječe iz spremnika istom brzinom. Koliko će soli biti u spremniku nakon 30 minuta?