

Druga kontrolna zadaća iz Primjena diferencijalnog i integralnog računa II

Ak. god. 2020./2021.

UPUTE: Kolokvij studenti pišu od 8:30h do 10:30h. Svaki zadatak student treba riješiti na zasebnoj stranici tako da najprije napiše tekst zadatka, a ispod teksta stavi podnaslov: Rješenje ispod kojeg će pisati postupak rješenja. Ako neki zadatak student nije riješio, treba prepisati tekst tog zadatka i ispod teksta napisati da taj zadatak nije riješio. Rješenja zadataka trebaju biti čitko napisana i detaljno obrazložena. Zadatke s rješenjima student treba posložiti u pdf dokument onim redoslijedom kakav je u kolokviju. Paziti da su stranice pdf-a pravilno rotirane. Pdf dokument treba imati naziv imena i prezimena studenta bez kvačica. Studenti pdf dokumente trebaju poslati na smajstor@mathos.hr do 10:50 h. Naknadno poslani dokumenti neće biti uzeti u obzir. Prepisivanje je strogo zabranjeno. Ukoliko studenti budu prepisivali, poništiti će im se kolokvij i zabraniti izlazak na drugi kolokvij, a svi sumnjivi studenti bit će usmeno ispitani. Nejasnoće oko teksta zadataka studenti mogu poslati u terminu 8:30-9:10h na smajstor@mathos.hr. Izvan tog termina nije dozvoljeno slati upite.

Zadatak 1 (15 bodova) Izračunajte površinu dijela plohe $x^2 + y^2 = 9$ koji se nalazi iznad XOY -ravnine, a između ravnina $z = 2x$ i $z = 4x$.

Zadatak 2 (15 bodova) Riješite integral

$$\int_0^{\infty} \frac{\pi \cos x}{x^2 + 9} dx.$$

Zadatak 3 (15 bodova) Riješite Dirichletov rubni problem

$$\begin{cases} \Delta u(x, y) = 0, & \text{na } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > -x\} \\ u(x, y) = 2, & y = -x. \end{cases}$$

Zadatak 4 (15 bodova) Strujni krug sadrž kondenzator kapaciteta $C = 0.02 F$, otpornik jakosti $R = 10 \Omega$ te generator koji proizvodi varijabilan napon $E(t) = 30te^{-5t} V$. Količina naboja u trenutku $t = 0$ iznosi $Q(0) = 0$. Odredite količinu naboja nakon 3 sekunde.

NAPOMENA: U strujnom krugu s otporom R , količinom naboja Q , kapacitetom C i naponom $E(t)$ vrijedi Kirchoffov zakon

$$R \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C} Q = E(t).$$

Zadatak 5 (15 bodova) Posuda od 140 litara sadrži 100 L otopine koja sadrži 70 % vode i 30 % octene kiseline. Otopina u kojoj je trećina octene kiseline utječe u spremnik brzinom od 4 litre po minuti, miješa se s postojećom otopinom i odmah izljuje brzinom od 2 litre po minuti. Odredite količinu octene kiseline izraženu u litrama koja će se nalaziti u punoj posudi.

Zadatak 6 (10 bodova) Napišite i riješite (izvedite rješenje) jednadžbu harmonijskog oscilatora koji se giba slobodno i neprigušeno.

Zadatak 7 (15 bodova) Opruga je uronjena u fluid s koeficijentom prigušenja $\lambda = 20$. Nadite položaj tijela mase $m = 5 \text{ kg}$ u proizvoljnom trenutku t ako je tijelo pričvršćeno za oprugu čiji je koeficijent prigušenja $k = 60$ ako je na početku tijelo u ravnotežnom položaju, a zatim gurnuto početnom brzinom 2 m/s . Što se događa s funkcijom otklona tijela kada vrijeme teži u beskonačnost?