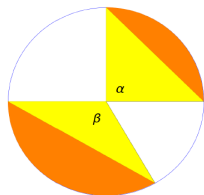


Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku.
06. rujna 2017.

Pismeni ispit iz Primjena diferencijalnog i integralnog računa II

Zadatak 1. (15 bodova)

Maksimizirajte razliku sume površina dvaju trokuta i sume površina dvaju kružnih odječaka prikazanih na sljedećoj slici:



Polumjer zadanog kruga je 2, a razliku je potrebno promatrati kao funkciju kutova α i β .

Zadatak 2. (15 bodova)

Masa je raspoređena unutar sfere polumjera 1 m tako da je gustoća mase u svakoj točki obrnuto proporcionalna udaljenosti do centra sfere, a na sferi gustoća ima konstantnu vrijednost 1 g/cm^3 . Odredite masu unutar sfere izraženu u kilogramima.

Zadatak 3. (15 bodova)

Zadano je vektorsko polje sile $\vec{F} = (2x \cos y + yz \cos x + 3x^2 z^3)\vec{i} + (z \sin x - x^2 \sin y)\vec{j} + (y \sin x + 3z^2 x^3)\vec{z}$. Dokažite da je \vec{F} potencijalno polje, odredite mu potencijal, a zatim izračunajte rad sile \vec{F} na putu opisanom parametarski s $\vec{r}(t) = \sin t\vec{i} + \cos t\vec{j} + t^4\vec{z}$ od $t = 0$ do $t = \pi$.

Zadatak 4. (20 bodova)

Izračunajte

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x(x^2 - 2x + 5)} dx.$$

Zadatak 5. (10 bodova)

Izvedite jednadžbu kontinuiteta za nestacionaran tok fluida gustoće mase ρ i brzine \vec{v} .

Zadatak 6. (10 bodova)

Marginalni prihod od prodaje digitalnih satova izražen je modelom

$$\frac{dR}{dx} = 60000 - 40000 \frac{1}{(1+x)^2},$$

gdje se $\frac{dR}{dx}$ tumači kao prihod u kunama po tisuću satova. Izrazite ukupni prihod R od prodaje satova kao funkciju od x ako je prihod od prodaje jedne tisuće satova ($x = 1$) jednak 38000 kuna. Koliki je prihod od prodaje 4 tisuće satova?

Zadatak 7. (15 bodova)

Homogena teška žica duljine $l = 2$ i linijske gustoće mase $\rho = 1$ napeta je na desnom kraju utegom mase $M = 1.2$. Žica se nalazi u elastičnom sredstvu koeficijenta elastičnosti $q = 3$. Na žicu djeluje sila teža okomito prema dolje i sila $h(x) = \sin x + 10$ okomito prema gore. Odredite ravnotežni položaj žice ako joj je lijevi kraj pričvršćen.