

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku.
05. veljače 2021.

Pismeni ispit iz Primjena diferencijalnog i integralnog računa II

UPUTE: Kolokvij studenti pišu od 09:00h do 11:00h. Svaki zadatak student treba riješiti na zasebnoj stranici tako da najprije napiše tekst zadatka, a ispod teksta stavi podnaslov: Rješenje ispod kojeg će pisati postupak rješenja. Ako neki zadatak student nije riješio, treba prepisati tekst tog zadatka i ispod teksta napisati da taj zadatak nije riješio. Rješenja zadataka trebaju biti čitko napisana i detaljno obrazložena. Zadatke s rješenjima student treba posložiti u pdf dokument onim redoslijedom kakav je u kolokviju. Paziti da su stranice pdf-a pravilno rotirane. Pdf dokument treba imati naziv imena i prezimena studenta bez kvačica. Studenti pdf dokumente trebaju poslati na smajstor@mathos.hr do 11:20 h. Naknadno poslani dokumenti neće biti uzeti u obzir. Prepisivanje je strogo zabranjeno. Ukoliko studenti budu prepisivali, poništiti će im se kolokvij i zabraniti izlazak na drugi kolokvij, a svi sumnjivi studenti bit će usmeno ispitani. Nejasnoće oko teksta zadataka studenti mogu poslati u terminu 09:00-09:30h na smajstor@mathos.hr ili mogu poslati poruku u MSTeams. Izvan tog termina nije dozvoljeno slati upite.

Zadatak 1. [20 bodova]

Jedna tvrtka je ustanovila da je razina njene produktivnosti dana Cobb-Douglasovom funkcijom $f(x, y) = 2.5x^{0.45}y^{0.55}$, gdje je x ukupan broj radnih sati tijekom jedne godine, a y ulazni kapital tvrtke. Pretpostavimo da jedan sat rada košta 250 kn, a jedna jedinica kapitala 300 kn. Odredite najveću razinu produktivnosti tvrtke ako je njen budžet 3 milijuna kuna.

Zadatak 2. [15 bodova]

Izračunajte masu tanke žice koja zauzima segment s rubnim točkama $(1, 2, 1)$ i $(2, 5, 0)$. Gustoća žice dana je funkcijom $\rho(x, y, z) = x^2 + y + z + 1$.

Zadatak 3. [15 bodova]

Izračunajte

$$\int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + 9} dx.$$

Zadatak 4. [15 bodova]

Prikažite polje $\vec{a}(x, y, z) = xy^2\vec{i} + zy\vec{j} + (\cos x)\vec{k}$ kao zbroj potencijalnog i solenoidalnog polja.

Zadatak 5. [10 bodova]

Nad \mathbb{R}^3 zadano je vektorsko polje \vec{F} i skalarno polje f . Dokažite:

$$\operatorname{div}(f \cdot \vec{F}) = f \cdot \operatorname{div}(\vec{F}) + \vec{F} \cdot \operatorname{grad}(f).$$

Zadatak 6. [15 bodova]

Biolozima su na jednoj slavonskoj livadi izbrojali 200 zečeva. Nakon jednog mjeseca, broj zečeva se povećao za 4. S obzirom na kvalitetu trave i zeljastih biljaka, ustanovljeno je da na livadi može opstati najviše 750 zečeva. Uzimajući u obzir stopu rasta koja iznosi 0.04, predvidite koliko će zečeva opstati na livadi nakon jedne godine? Pretpostavljamo odsustvo grabežljivaca i nepostojanje bolesti.

Zadatak 7. [10 bodova]

Izvedite rješenje jednadžbe prigušenih slobodnih oscilacija jednodimenzionalnog harmonijskog oscilatora.

