Zadaća 1

21.5.2020.

Pravila

U sklopu predavanja zadani su obavezni zadaci za domaću zadaću, koji će poslužiti kao zamjena za treći kolokvij. Zadaća nosi ukupno 20 bodova, moguće je ostvariti parcijalne bodove. Studenti mogu svoja rješenja poslati do 1.6.2020. na e-mail **ssusic@mathos.hr**.

Zadatak 1. *[10] Neka je $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ simetična matrica sa svojstvenim vrijednostima λ_1, λ_2 i λ_3 takvim da je $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$. Pretpostavimo da je $\langle q_i^{(0)}, x_i\rangle \neq 0$ za $i = 1,2,3$, gdje je $q_i^{(0)}$ i-ti stupac matrice $Q^{(0)}$ čiji su stupci aproksimacije svojstvenih vektora x_i koji odgovaraju svojstvenoj vrijednosti λ_i. Pokažite tada da postoje nizovi $(\sigma_i^{(k)})_{k\in\mathbb{N}}$ za $i = 1,2,3$, gdje je $\sigma_i^{(k)} \in \{+1,-1\}$ za sve i,k takvi da je*

$$\|q_i^{(k)} - \sigma_i^{(k)} x_i\|_2 = \Theta(|\xi|^k)$$

i

$$\left|\Lambda_{ii}^{(k)} - \lambda_i\right| = \Theta(|\xi|^{2k}),$$

za sve $i = 1,2,3$. $\Lambda_{ii}^{(k)}$ je dijagonalni element matrice $\Lambda^{(k)}$ koja se dobije u 5. koraku algoritma "simultana" metoda potencija (vidi [1, str.132.]) i $\xi = \max\left\{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}, \frac{\lambda_3}{\lambda_2}\right\}$.
Uputa: Rješenje zadatka nije iskaz Teorema 8.6. iz [1].

Zadatak 2. *[10] Neka je zadana matrica*

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 11 & -5 \\ -2 & 17 & -7 \\ -4 & 26 & -10 \end{bmatrix}.$$

i) Odredite svojstvene vrijednosti matrice A kao nultočke karakterističnog polinoma.

ii) Koristeći inverznu metodu potencija s pomakom odredite prve dvoje aproksimacije najveće svojstvene vrijednosti i pripadnog svojstvenog vektora matrice A. Za početnu aproksimaciju svojstvenog vektora uzmite $z^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, a za pomak uzmite da je za 0.2 veći od svojstvene vrijednosti.

Uputa: Račun je potrebno napraviti bez korištenja programskog paketa `Ostave/Matlab`.

Bibliografija

[1] N. Truhar, *Numerička linearna algebra*, Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku, 2010.