

M051	Obavezni 5. semestar	Vektorski i unitarni prostori	P+V+S 2+2+0	ECTS 5
------	-------------------------	-------------------------------	----------------	-----------

Cilj predmeta. U predmetu se iznosi poopćenje pojmova i rezultata s kojima su se studenti susretali u predmetima iz linearne algebre tijekom prve dvije godine studija. Kroz apstraktniji algebarski pristup, uz iznošenje detaljnih dokaza obrađenih tvrdnji vezanih uz vektorske i unitarne prostore, namjera je što bolje i jasnije razumijeti materijal korišten u većini modernih matematičkih disciplina.

Potrebna predznanja. Geometrija ravnine i prostora, Linearna algebra I i II.

Sadržaj predmeta.

1. Konačnodimenzionalni vektorski prostori. Baza i dimenzija. Potprostori. Suma prostora. Kvocijentni prostor.
2. Linearni operatori. Prostor  $L(V,W)$ . Matrica linearnog operatora u paru baza. Teorem o rangu i defektu. Dualni operator i dualni prostor.
3. Minimalni polinom i spektar. Polinom linearnog operatora. Minimalni polinom. Spektar. Svojtveni polinom. Hamilton-Cayleyev teorem.
4. Invarijantni potprostori. Projektori.
5. Nilpotentni operatori. Fittingova dekompozicija. Indeks nilpotentnosti. Nilpotentan operator maksimalnog indeksa. Elementarna Jordanova klijetka. Razlaganje nilpotentnog operatora.
6. Redukcija linearnog operatora. Najveća zajednička mjera polinoma i relativno prosti polinomi. Dekompozicija jezgre polinoma linearnog operatora. Jordanova forma matrice operatora.
7. Funkcije operatora. Konvergencija u prostoru  $L(V)$ . Definicija  $f(A)$  za cijelu funkciju  $f$ . Prikaz  $f(A)$  u Jordanovoj bazi. Opća definicija funkcije operatora. Lagrange-Sylvesterov teorem. Operator  $f(A)$  kao polinom.
8. Unitarni prostori. Skalarni produkt. Nejednakost Cauchy-Schwartz-Buniakowskog. Ortonormirana baza. Gram-Schmidtov teorem. Teorem o ortogonalnoj projekciji. Hermitski, antihermitski, unitarni i normalni operatori. Dijagonalizacija.

### Očekivani ishodi učenja.

Očekuje se da nakon položenog kolegija studenti:

- usvajaju pojam vektorskog prostora;
- razlikuju pojam matrica od pojma linearnog operatora;
- određuju spektar operatora;
- određuju Jordanovu formu matrice operatora i funkcije operatora;
- ispituju svojstva skalarnog produkta te prepoznaju unitarne i normirane prostore;
- razumiju važnost ortonormirane baze te primjenjuju Gram-Schmidtov teorem;
- usvajaju pojam i svojstva hermitskog operatora.

Izvođenje nastave i vrednovanje znanja. Predavanja i vježbe su obavezni. Ispit se sastoji od pismenog i usmenog dijela, a polaže se nakon odslušanih predavanja i obavljenih vježbi. Prihvatljivi rezultati postignuti na kolokvijima, koje studenti pišu tijekom semestra, zamjenjuju pismeni dio ispita.

Može li se predmet izvoditi na engleskom jeziku: Da

Osnovna literatura:

1. H. Kraljević, Vektorski prostori, Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku, 2005.
2. S. Kurepa, Konačno dimenzionalni vektorski prostori i primjene, Liber, Zagreb, 1992.

Dopunska literatura:

1. D. M. Bloom, Linear algebra and geometry, Cambridge Univ. Press, 1988.
2. S. Lang, Linear algebra, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 2004.
3. S. Lang, Algebra, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 2002.