

2. KOLOKVIJ IZ KOMPLEKSNE ANALIZE

Zadatak 1. [20 bod.] Odredite radijus konvergencije reda

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(\frac{z-1-2i}{3} \right)^{n+1},$$

te ispitajte konvergenciju reda na rubu intervala.

Zadatak 2. [20 bod.] Razvijte funkciju

$$f(z) = \frac{(z-i)^5}{z^2(z-2)}$$

u Laurentov red oko točke i u području koje sadrži 1.

Zadatak 3. Odredite sve singularitete i njihov tip za funkcije

a) [10 bod.] $f(z) = (z-3) \cos \frac{1}{(z-i)^3}$

b) [10 bod.] $g(z) = \frac{\sin(z-i)}{(z-i)(z-3)^8 \sin^2 z}$.

Zadatak 4. [20 bod.] Izračunajte:

$$\oint_{|z|=3} (z-4)^3 \left(\sin \frac{1}{z-2} + \frac{e^z}{z-4} \right) dz.$$

Zadatak 5. [20 bod.] Koristeći teorem o reziduumima izračunajte integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+1)^2} dx.$$

Napomena. Sve tvrdnje je potrebno obrazložiti. Također, ukoliko koristite rezultate koji su dio zadataka s vježbi, potrebno ih je ponovno izvesti.

Dozvoljeno je korištenje samo formula koje dobijete uz kolokvij.

2. KOLOKVIJ IZ KOMPLEKSNE ANALIZE

Zadatak 1. [20 bod.] Odredite radijus konvergencije reda

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5} \left(\frac{z - 10i}{7} \right)^{n+1},$$

te ispitajte konvergenciju reda na rubu intervala.

Zadatak 2. [20 bod.] Razvijte funkciju

$$f(z) = \frac{(z + i)^7}{z^2(z - 3)}$$

u Laurentov red oko točke i u području koje sadrži $2i$.

Zadatak 3. Odredite sve singularitete i njihov tip za funkcije

a) [10 bod.] $f(z) = (z + 2i)^2 \sin \frac{1}{(z - 1)^5}$

b) [10 bod.] $g(z) = \frac{\sin(z - 1)}{(z - 1)(z + 2i)^{15} \cos^2 z}$.

Obrazložite odgovore.

Zadatak 4. [20 bod.] Izračunajte :

$$\int_{|z|=2} (1 + z + z^2)(e^{\frac{1}{z}} + e^{\frac{1}{z-1}}) dz.$$

Zadatak 5. [20 bod.] Koristeći teorem o reziduuumima izračunajte integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 bx}{x^2 + 1} dx.$$

Napomena. Sve tvrdnje je potrebno obrazložiti. Također, ukoliko koristite rezultate koji su dio zadataka s vježbi, potrebno ih je ponovno izvesti.

Dozvoljeno je korištenje samo formula koje dobijete uz kolokvij.