

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

a)[5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - x + 5}{x - 1}$ b)[5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x - 5}$ c)[10 bod.] $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{6 - x}}{x - 2}$

d)[5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 12x}{\sin 8x}$ e)[5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 9^+} \frac{5}{x - 9}$ f)[5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 + 6x^4}{x^2} \right)^{\frac{3}{x^2}}$.

2. [5 bod.] Nadopunite definiciju:

Realan broj a je gomilište skupa $D \subseteq \mathbb{R}$ ako postoji barem jedan niz realnih brojeva (a_n) takav da je $a_n \in \underline{\hspace{2cm}}$, $a_n \neq \underline{\hspace{2cm}}$ te $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \underline{\hspace{2cm}}$. Točku iz skupa D koja nije gomilište skupa zovemo $\underline{\hspace{2cm}}$.

3. [5 bod.] Odredite desnu kosu asimptotu funkcije $f(x) = \frac{2x^2}{5x - 1}$.

4. [10 bod.] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \frac{x}{2x^2 - 1}$ u točki $x_0 = 1$.

5. [10 bod.] Odredite realni broj a tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1, & x < 1 \\ 2x^2 - 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x = 1$. Skicirajte graf funkcije za dobiveni a .

6. Derivirajte sljedeće funkcije:

a)[5 bod.] $f(x) = \frac{1}{4}x^{\frac{1}{6}} - \sqrt[5]{x} - \frac{2\pi}{3}$ b)[5 bod.] $f(x) = (x^2 - 1) \ln(2x^2 + 5)$.

c)[10 bod.] $f(x) = \cos(1 - \sqrt{2x})$ d)[10 bod.] $f(x) = (x - 1)^{2x-1}$.

7. [5 bod.] Odredite stacionarne točke funkcije $f(x) = \frac{x^2}{x + 5}$.

IME I PREZIME: _____

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

$$\text{a) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x + 2}{x - 3} \quad \text{b) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 4} \quad \text{c) [10 bod.]} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{12 - x}}{x - 3}$$

$$\text{d) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 11x}{\sin 5x} \quad \text{e) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5}{x - 3} \quad \text{f) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^3 - 7x^6}{x^3} \right)^{\frac{2}{x^3}}.$$

2. [5 bod.] Nadopunite definiciju:

Realan broj L^+ je limes zdesna funkcije $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ u točki $a \in D'$ ako za svaki niz (a_n) , $a_n \in D$, za koji je $a_n > \underline{\hspace{2cm}}$ i $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \underline{\hspace{2cm}}$ vrijedi

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. [5 bod.] Odredite lijevu kosu asimptotu funkcije $f(x) = \frac{-x^2}{2x + 3}$.

4. [10 bod.] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \frac{2x}{3x^2 - 5}$ u točki $x_0 = 1$.

5. [10 bod.] Odredite realni broj a tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} ax + 3, & x < 2 \\ x^2 - 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x = 2$. Skicirajte graf funkcije za dobiveni a .

6. Derivirajte sljedeće funkcije:

$$\text{a) [5 bod.]} f(x) = -\frac{1}{8}x^{1/3} - \sqrt[5]{x} - \frac{2\pi}{9} \quad \text{b) [5 bod.]} f(x) = (-x^2 + 5)e^{2x^2+5}.$$

$$\text{c) [10 bod.]} f(x) = \sin(2 - \sqrt{3x}) \quad \text{d) [10 bod.]} f(x) = (2x + 3)^{x-1}.$$

7. [5 bod.] Odredite stacionarne točke funkcije $f(x) = \frac{x^2}{2x + 3}$.

IME I PREZIME: _____

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

a) [5 bod.] $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{-x^2 + x + 2}{x - 3}$ b) [5 bod.] $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 7x + 12}{x + 3}$ c) [10 bod.] $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{6-x} - x}{x^2 - 4}$

d) [5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 11x}{\sin 5x}$ e) [5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{5}{-x + 5}$ f) [5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x^3 - x^6}{2x^3} \right)^{\frac{5}{x^3}}$.

2. [5 bod.] Nadopunite definiciju:

Realan broj L^- je limes slijeva funkcije $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ u točki $a \in D'$ ako za svaki niz (a_n) , $a_n \in D$, za koji je $a_n < \underline{\hspace{2cm}}$ i $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \underline{\hspace{2cm}}$ vrijedi

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. [5 bod.] Ako postoje, odredite vertikalne asimptote funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$.

4. [10 bod.] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \frac{-2x}{x^2 - 3}$ u točki $x_0 = 1$.

5. [10 bod.] Odredite realni broj a tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(2x+1)}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x = 0$.

6. Derivirajte sljedeće funkcije:

a) [5 bod.] $f(x) = 2 - \frac{1}{8}x^{1/5} - 2\sqrt[8]{x}$ b) [5 bod.] $f(x) = (-x^2 + 5) \sin(2x^2 + 5)$.

c) [10 bod.] $f(x) = \ln(2 - \sqrt{3x})$ d) [10 bod.] $f(x) = (x - 6)^{x+1}$.

7. [5 bod.] Odredite intervale monotonosti funkcije $f(x) = \frac{x-1}{x-4}$.

IME I PREZIME: _____

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

$$\text{a) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x + 2}{x - 5} \quad \text{b) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 3} \quad \text{c) [10 bod.]} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{12 - x} - x}{x - 3}$$

$$\text{d) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 13x}{\operatorname{tg} 11x} \quad \text{e) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 11^-} \frac{-3}{-x + 11} \quad \text{f) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{-6x^3 + x^6}{-6x^3} \right)^{\frac{11}{x^3}}.$$

2. [5 bod.] Nadopunite definiciju:

Funkcija $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $D \subseteq \mathbb{R}$, je neprekidna u točki $a \in D$ ako postoji _____ i vrijedi $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \text{_____}$.

3. [5 bod.] Ako postoje, odredite vertikalne asimptote funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$.

4. [10 bod.] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \frac{-4x}{x^2 + 3}$ u točki $x_0 = 1$.

5. [10 bod.] Odredite realni broj a tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(x+1)}{4x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x = 0$.

6. Derivirajte sljedeće funkcije:

$$\text{a) [5 bod.]} f(x) = 1 - \frac{1}{3}x^{1/6} - 2\sqrt[9]{x} \quad \text{b) [5 bod.]} f(x) = (-x^2 + 5) \cos(3x^2 + 5).$$

$$\text{c) [10 bod.]} f(x) = \ln(3 - \sqrt{6x}) \quad \text{d) [10 bod.]} f(x) = (2x - 6)^{x+5}.$$

7. [5 bod.] Odredite intervale monotonosti funkcije $f(x) = \frac{x-1}{-x+4}$.

IME I PREZIME: _____

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

$$\text{a) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 1}{x + 3} \quad \text{b) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x + 2} \quad \text{c) [10 bod.]} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{6 - x}}{x^2 - 4}$$

$$\text{d) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{\sin 5x} \quad \text{e) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2}{x - 5} \quad \text{f) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x^3 + x^5}{2x^3} \right)^{\frac{3}{x^2}}$$

2. [5 bod.] Nadopunite definiciju derivacije funkcije $f : \langle a, b \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ u točki $x_0 \in \langle a, b \rangle$:

$$f'(x_0) = \lim_{\text{---} \rightarrow x_0} \frac{f(x) - \text{---}}{\text{---} - x_0}.$$

3. [5 bod.] Odredite desnu kosu asimptotu funkcije $f(x) = \frac{x^2}{3x - 1}$.

4. [10 bod.] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \frac{x}{x^2 - 2}$ u točki $x_0 = 1$.

5. [10 bod.] Odredite realni broj a tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} 2ax + 1, & x < 2 \\ x^2 - 3, & x \geq 2 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x = 2$. Skicirajte graf funkcije za dobiveni a .

6. Derivirajte sljedeće funkcije:

$$\text{a) [5 bod.]} f(x) = -\frac{1}{2}x^{1/5} - 2\sqrt[7]{x} - \frac{\pi}{2} \quad \text{b) [5 bod.]} f(x) = (-x^3 + 1) \cos(x^2 + 4).$$

$$\text{c) [10 bod.]} f(x) = \ln(2 - \sqrt{3x}) \quad \text{d) [10 bod.]} f(x) = (2x - 1)^{x+4}.$$

7. [5 bod.] Odredite stacionarne točke funkcije $f(x) = \frac{x^2}{x + 3}$.

IME I PREZIME: _____

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

$$\text{a) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 1}{x + 1} \quad \text{b) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x - 3} \quad \text{c) [10 bod.]} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{12 - x} - x}{x^2 - 9}$$

$$\text{d) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 8x} \quad \text{e) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{4}{3 - x} \quad \text{f) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x^3 + x^5}{3x^3} \right)^{\frac{4}{x^2}}.$$

2. [5 bod.] Nadopunite definiciju derivacije funkcije $f : \langle a, b \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ u točki $x_0 \in \langle a, b \rangle$:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow ______} \frac{f(______) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

3. [5 bod.] Odredite lijevu kosu asimptotu funkcije $f(x) = \frac{-x^2}{3x + 1}$.

4. [10 bod.] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \frac{x}{2x^2 - 3}$ u točki $x_0 = 1$.

5. [10 bod.] Odredite realni broj a tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} 3ax + 2, & x < 1 \\ 5x^2 - 3, & x \geq 1 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x = 1$. Skicirajte graf funkcije za dobiveni a .

6. Derivirajte sljedeće funkcije:

$$\text{a) [5 bod.]} f(x) = -\frac{1}{6}x^{1/7} - \sqrt[4]{x} - \frac{2\pi}{3} \quad \text{b) [5 bod.]} f(x) = (-x^2 - 2)e^{x^2+3}.$$

$$\text{c) [10 bod.]} f(x) = \sin(3 - \sqrt{2x}) \quad \text{d) [10 bod.]} f(x) = (3x + 1)^{x-2}.$$

7. [5 bod.] Odredite stacionarne točke funkcije $f(x) = \frac{x^2}{3x + 1}$.

IME I PREZIME: _____

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

$$\text{a) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{-x^2 - x + 2}{x - 1} \quad \text{b) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 9x + 20}{x + 4} \quad \text{c) [10 bod.]} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{12 - x}}{9 - x^2}$$

$$\text{d) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{tg } 7x}{\sin 3x} \quad \text{e) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 7^-} \frac{5}{-x + 7} \quad \text{f) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^3 - 3x^5}{x^3} \right)^{\frac{4}{x^2}}.$$

2. [5 bod.] Nadopunite definiciju:

Pravac $x = a$ je vertikalna asimptota funkcije $f : \mathbb{R} \setminus \{a\} \rightarrow \mathbb{R}$, ako vrijedi

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \text{_____} \quad \text{ili} \quad \lim_{x \rightarrow \text{_____}} f(x) = \pm \infty.$$

3. [5 bod.] Ako postoje, odredite vertikalne asimptote funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$.

4. [10 bod.] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \frac{-x}{2x^2 - 1}$ u točki $x_0 = 1$.

5. [10 bod.] Odredite realni broj a tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(3x + 1)}{2x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x = 0$.

6. Derivirajte sljedeće funkcije:

$$\text{a) [5 bod.]} f(x) = 4 - \frac{1}{3}x^{1/2} - 3\sqrt[5]{x} \quad \text{b) [5 bod.]} f(x) = (-x^3 + 2) \sin(x^2 + 4).$$

$$\text{c) [10 bod.]} f(x) = \ln(1 - \sqrt{5x}) \quad \text{d) [10 bod.]} f(x) = (x - 2)^{x+3}.$$

7. [5 bod.] Odredite intervale monotonosti funkcije $f(x) = \frac{x - 2}{x - 3}$.

IME I PREZIME: _____

Drugi kolokvij iz Matematike

1. Izračunajte sljedeće limese:

$$\text{a) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 - 5x + 4}{x - 8} \quad \text{b) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2} \quad \text{c) [10 bod.]} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{6-x} - x}{x - 2}$$

$$\text{d) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 11x}{\operatorname{tg} 9x} \quad \text{e) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 9^+} \frac{-2}{-x + 9} \quad \text{f) [5 bod.]} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{-5x^3 + 2x^5}{-5x^3} \right)^{\frac{9}{x^2}}$$

2. [5 bod.] Nadopunite definiciju:

Pravac $x = a$ je vertikalna asimptota funkcije $f : \mathbb{R} \setminus \{a\} \rightarrow \mathbb{R}$, ako vrijedi

$$\lim_{x \rightarrow \underline{\quad}} f(x) = \pm\infty \quad \text{ili} \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \underline{\quad}.$$

3. [5 bod.] Ako postoje, odredite vertikalne asimptote funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$.

4. [10 bod.] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \frac{4x}{-x^2 + 3}$ u točki $x_0 = 1$.

5. [10 bod.] Odredite realni broj a tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(2x+1)}{5x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x = 0$.

6. Derivirajte sljedeće funkcije:

$$\text{a) [5 bod.]} f(x) = 3 - \frac{1}{4}x^{1/3} - 4\sqrt[6]{x} \quad \text{b) [5 bod.]} f(x) = (-x^2 + 1) \cos(3x^2 + 4).$$

$$\text{c) [10 bod.]} f(x) = \ln(2 - \sqrt{7x}) \quad \text{d) [10 bod.]} f(x) = (3x + 4)^{x+2}.$$

7. [5 bod.] Odredite intervale monotonosti funkcije $f(x) = \frac{x - 2}{-x + 3}$.

IME I PREZIME: _____