

Pismeni ispit iz Vektorskih prostora

8.9.2008.

1. Provjeriti koje od sljedećih skupova su realni vektorski prostori (uz standardna zbrajanja i množenja skalarom) te za one koji to jesu naći jednu bazu i dimenziju:

a) $V_1 = \mathbf{R}^3 \setminus \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : z = y = 2z\}$;

b) $V_2 = [-1, 1] \subseteq \mathbf{R}$;

c) $V_3 = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : z = x \ \& \ y = 2\}$;

d) $V_4 = \{(x, y, z, u) \in \mathbf{R}^4 : x = 0 \ \& \ y = 3u + x\}$.

2. Linearni operator $A : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2$ zadan je svojom matricom u paru baza $e' = \{(1, 0, 0), (0, 0, 3), (0, 2, 1)\}$, $f' = \{(1, 1), (0, 2)\}$:

$$\mathbf{A}(f', e') = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Izračunati $A(1, 0, 3)$, te naći matricu operatora u paru kanonskih baza.

3. Naći Jordanovu formu i Jordanovu bazu matrice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Provjeriti da li su sljedeći realni vektorski prostori U i unitarni uz pripadni skalarni produkt $(\cdot | \cdot) : U \times U \rightarrow \mathbf{R}$:

a) $U = \mathbf{R}^3$, $\left((x_1, x_2, x_3) | (y_1, y_2, y_3) \right) = x_1 + x_2 + x_3 y_3$;

b) $U = \mathbf{R}^3$, $\left((x_1, x_2, x_3) | (y_1, y_2, y_3) \right) = x_1 y_2 + x_2 y_1 + x_3 y_3$;

c) $U = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 = x_1\}$, $\left((x_1, x_2, x_3) | (y_1, y_2, y_3) \right) = x_1 y_1 + x_2 y_2$;

d) $U = \mathbf{R}$, $(x | y) = -xy$.

Sve tvrdnje obrazložiti!

Rezultati su u utorak u 13:00.