

BAZNI OKVIRI U HILBERTOVIM C^* -MODULIMA (FRAMES IN HILBERT C^* -MODULES)

Niz $\{f_i : i \in I\}$ u separabilnom Hilbertovom prostoru H nazivamo bazni okvir za H ako postoje konstante $0 < C \leq D < \infty$ takve da vrijedi

$$C\|x\|^2 \leq \sum_{i \in I} |(x, f_i)|^2 \leq D\|x\|^2, \quad x \in H.$$

Hilbertovi C^* -moduli su generalizacija Hilbertovih prostora u smislu da umjesto skalarnog produkta imamo unutrašnji produkt $\langle \cdot, \cdot \rangle$ koji poprima vrijednosti u nekoj C^* -algebri. Koncept baznih okvira proširen je na prebrojivo generirane Hilbertove C^* -module: niz elemenata $\{f_i : i \in I\}$ u Hilbertovom C^* -modulu V nad C^* -algebrom \mathcal{A} nazivamo bazni okvir za V ako postoje konstante $0 < C \leq D < \infty$ takve da vrijedi

$$C\langle x, x \rangle \leq \sum_{i \in I} \langle x, f_i \rangle \langle f_i, x \rangle \leq D\langle x, x \rangle, \quad x \in V,$$

pri čemu je konvergencija reda konvergencija u normi C^* -algebre \mathcal{A} . Pokazuje se da mnogi rezultati koji vrijede za bazne okvire u Hilbertovim prostorima vrijede i u ovoj općenitijoj situaciji, na primjer, svaki vektor se može rekonstruirati pomoću elemenata baznog okvira. Iz Kasparovljevog stabilizacijskog teorema slijedi da prebrojivo generirani Hilbertovi C^* -moduli nad C^* -algebama s jedinicom uvijek posjeduju bazne okvire. Također, u Hilbertovim C^* -modulima nad kompaktnim operatorima postoje ortonormirane baze koje su posebna vrsta baznih okvira i koje karakteriziraju ove module.