Sibe Mardešić:

Neke posebne ćelijske subdivizije simpicijalnih kompleksa s primjenom u teoriji oblika

Abstract.

Teorija homotopije bitni je dio algebarske topologije, posvećen problemu klasifikacije do na homotopiju preslikavanja među "lokalno lijepim prostorima" (npr., poliedrima). Teorija oblika proširuje teoriju homotopije na proizvoljne prostore. Osnovna tehnika teorije oblika sastoji se u aproksimiranju prostora poliedrima, tj, u zamjeni prostora X, Y posebnim inverznim sistemima poliedara $\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}$, zvanim rezolvente. Ulogu prelikavanja $f\colon X \to Y$ sada preuzimaju homotopska preslikavanja $\boldsymbol{f}\colon \boldsymbol{X} \to \boldsymbol{Y}$ među poliedarskim rezolventama od X i Y. To su homotopski komutativne "ljestve", gdje su "reci" rezolvente $\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}$, a "vertikalne strelice" f_i, koje tvore $\boldsymbol{f}$, preslikavanja su među članovima od $\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}$.

U jakoj teoriji oblika, čije je mjesto između homotopije i običnog oblika, u "ljestvama" treba fiksirati homotopije f_{ij}, $i \leq j$, koje ostvaruju homotopsku komutativnost "ljestve". Za tri indeksa $i \leq j \leq k$, mora biti dana homotopija reda 2, tj., preslijavanja $f_{ijk}\colon X_k \times \Delta^2 \to Y_i$, koje povezuju f_{ij}, f_{jk} i f_{ik}. Ovaj se proces nastavlja i uklkjučuje homotopije svih dimenzija. Tako se dolazi do pojma koherentnog homotopskog preslikavanja $\boldsymbol{f}\colon \boldsymbol{X} \to \boldsymbol{Y}$.

Godine 2003. konstruirao sam standardnu rezolventu $\boldsymbol{Y}$ za Kartezijev produkt $X \times P$ kompakta X s poliedrom P (koji može biti i beskonačan). Sistem se $\boldsymbol{Y}$ sastoji od kvocijentnih prostora Y_μ disjunktnih suma Kartezijevih produkata $X_i \times \sigma$, gdje X_i pripada sistemu $\boldsymbol{X}$, a σ je simpleks dane triangulacije K od P. Sad mi je uspjelo proširiti taj pojam do funktora, tj., svakom koherentnom homotopskom preslikavanju $\boldsymbol{f}\colon \boldsymbol{X} \to \boldsymbol{X}'$ pridružio sam homotopsko preslikavanje $\boldsymbol{g}\colon \boldsymbol{Y} \to \boldsymbol{Y}'$ među standardnim rezolventama od $X \times P$ i $X' \times P$ i to tako da $\boldsymbol{f}'\boldsymbol{f} = \boldsymbol{f}''$ povlači da su $\boldsymbol{g}'\boldsymbol{g}$ i $\boldsymbol{g}''$ homotopni.

Da bismo definirali $\boldsymbol{g}$ trebamo posebnu ćelijsku subdiviziju $L(K)$ simplicijalnog kompleksa K. Ona subdividira 1-simpleks u tri 1-ćelije, 2-simplex u deset 2-ćelija, 3-simpleks u četrdeset i jednu 3-ćeliju, itd. "Vertikalne strelice" od $\boldsymbol{g}$ inducirane su preslikavanjima, koja su eksplicitno definirana na Kartezijevim produktima oblika $X_i \times c$, gdje je $c \in L(\sigma)$. Definicija od $\boldsymbol{g}'\boldsymbol{g}$ ovisi o daljnjoj subdiviziji $L'(K)$ of $L(K)$. S druge strane, definicija od $\boldsymbol{g}''$ ovisi o subdiviziji $N'(K)$ od $L(K)$, koja je dobivena posve drugačijim postupkom. Ipak se pokazuje da su ćelijski kompleksi $L'(K)$ i $N'(K)$ izomorfni. To je glavni razlog zašto su $\boldsymbol{g}'\boldsymbol{g}$ i $\boldsymbol{g}''$ homotopni. Posljedica: Ako su X i X' kompakti istog oblika, onda su takvi i produkti $X \times P$ i $X' \times P$.