

Diofantov i Eulerov problem o skupovima u kojima je

$xy + x + y$ uvijek kvadrat

Andrej Dujella

PMF - Matematički odjel, Sveučilište u Zagrebu

Bijenička cesta 30, 10000 Zagreb

E-mail: duje@math.hr

URL: <http://web.math.hr/~duje/>

Diofant je proučavao problem nalaženja brojeva sa svojstvom da kada se produkt bilo koja dva među njima uveća za zbroj ta dva broja, dobije se potpun kvadrat. Našao je dvije trojke $\{4, 9, 28\}$ and $\{3/10, 7/10, 21/5\}$ s tim svojstvom. Euler je pronašao četvorku racionalnih brojeva $\{5/2, 9/56, 9/224, 65/224\}$ s istim svojstvom, te postavio pitanje postoji li takva četvorka cijelih brojeva. Nedavno smo, u zajedničkim radovima s Clemensom Fuchsom i Alanom Filipinom, dokazali da postoji najviše konačno mnogo četvorki cijelih brojeva s gornjih svojstvom, te da ne postoji niti jedna takva četvorka koja se sastoji od prirodnih brojeva. S druge strane, postoji beskonačno mnogo racionalnih petorki s gornjim svojstvom. Taj rezultat se zasniva na činjenici da na krivulji $y^2 = -(x^2 - x - 3)(x^2 + 2x - 12)$ postoji beskonačno mnogo racionalnih točaka.