

Algebarske invarijante gruboga oblika

Nikola Kočić Bilan

Prirodoslovno-matematički fakultet, Sveučilište u Splitu

Sažetak: Teoriju oblika je zasnovao K. Borsuk krajem 60-tih godina prošlog stoljeća. Zahvaljujući doprinosu mnogih drugih matematičara, u prvom redu S. Mardešića, ova teorija je postala etablirana grana geometrijske topologije. Osnovni motiv i koncept teorije oblika je proučavanje globalnih svojstava topoloških prostora s lokalnim manama (poput solenoida, atraktora u teoriji dinamičkih sistema...). O takvim prostorima teorija homotopije, koja se razvijala gotovo od početka 20 st., ne može ponuditi zadovoljavajuće informacije jer su njezine tehnike i alati primjereniji za proučavanje lokalno lijepih prostora poput poliedara, CW-kompleksa, ANR-ova. Uskoro se ukazala potreba za klasificiranjem prostora koji nemaju isti oblik a time i potreba za uvođenjem klasifikacija grubljih od oblika. Prvu takvu relaciju je uveo Borsuk sredinom 70-ih i nazvao ju je kvaziekvivalencija. No, nakon 30 godina se pokazalo da kvaziekvivalencija nije tranzitivna relacija ([1]). Definiranja relacija ekvivalencije koje induciraju klasifikacije kompakata grublje od oblika možemo pratiti u radovima [5] i [6]. Nadgradnjom tih radova nastala je kategorija gruboga oblika Sh^* ([2]) definirana nad svim topološkim prostorima kao objektima i s izomorfizmima koji induciraju klasifikaciju prostora grublju od one po obliku. Na klasi poliedara klasifikacija po grubome obliku se podudara s onima po obliku i homotopskom tipu. No, izvan te klase grubi oblik i oblik se bitno razlikuju. Budući da kategoriju Sh^* smijemo smatrati nadkategorijom kategorije oblika Sh to možemo reći da grubi oblik poopćuje i proširuje teoriju oblika. Izomorfizmi grubog oblika čuvaju mnoge topološke invarijante poput povezanosti, stabilnosti, pokretljivosti... No, zahvaljujući kategorijskom okviru teorije gruboga oblika uvedene su i neke nove invarijante gruboga oblika. Posebno je zanimljiva povezanost putovima gruboga oblika koja je jača od povezanosti a slabija od povezanosti putovima ([4]). Nadalje, od algebarskih invarijanti gruboga oblika posebnu važnost imaju grupe gruboga oblika ([3]). Za punktirani prostor (X, x_0) , k -dimenzionalna grupa gruboga oblika $\tilde{\pi}_k^*(X, x_0)$ sadrži odgovarajuću grupu oblika $\tilde{\pi}_k(X, x_0)$ kao podgrupu. Stoga grupe gruboga oblika daju bogatije informacije o punktiranom prostoru nego li standardne grupe oblika. Budući da dugi niz grupa oblika općenito nije egzaktan, a za metričke kompakte niz grupa

gruboga oblika ima svojstvo egzaktnosti, to su očite komparativne prednosti grupa gruboga oblika, pa čak i u odnosu na homotopske pro-grupe $pro\text{-}\pi_k(X, x_0)$ koje nemaju grupovnu strukturu.

References

- [1] A. Kadlof, N. Koceić Bilan and N. Uglešić, *Borsuk's quasi-equivalence is not transitive*, Fundamenta Math. 549 (2007) 215-227.
- [2] N. Koceić Bilan and N. Uglešić, *The coarse shape*, Glasnik Mat. 42 (62) (2007) 145-187.
- [3] N. Koceić Bilan, *The coarse shape groups*, Topology Appl. 157 (2010) 894-901.
- [4] N. Koceić Bilan and N. Uglešić, *The coarse shape path connectedness*, Glasnik Mat. 46 (66) (2011) 491-505.
- [5] S. Mardešić, *Comparing fibres in a shape fibration*, Glasnik Mat. **13(33)** (1978) 317-333.
- [6] S. Mardešić and N. Uglešić, *A category whose isomorphisms induce an equivalence relation coarser than shape*, Top. Appl. **153** (2005) 448-463