

# Minimaks optimalno upravljanje nelinearnim dinamičkim sustavima

Vladimir Milić

*Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje*

**Sažetak:** Tema izlaganja je sinteza zakona upravljanja nelinearnim dinamičkim sustavima kojim se utjecaj vanjskih i/ili unutarnjih neodređenosti zadržava ispod dozvoljene granice i osigurava stabilnost zatvorenog sustava. Kao mjeru utjecaja neodređenosti razmatra se  $\mathcal{L}_2$  pojačanje sustava. Problem pripada području robusne optimizacije, tj. klasi matematičkih problema kod kojih je potrebno istovremeno provesti minimizaciju i maksimizaciju iste funkcije cilja – minimaks optimizacija. Prikazuje se direktna optimizacija  $\mathcal{L}_2$  pojačanja bez rješavanja pripadajuće Hamilton-Jacobi-Isaacsove (HJI) jednadžbe. Provedena je transformacija optimizacije  $\mathcal{L}_2$  pojačanja iz razlomačkog optimizacijskog problema u parametarski koji uključuje minimaks optimizacijski potproblem, a čije se rješavanje svodi na traženje sedlaste točke diferencijalne igre. Predlaže se integracija subgradijentne metode, Newtonove metode, višekoračne Adamsove metode te automatskog diferenciranja u jedan algoritam. Provedenim numeričkim simulacijama na nelinearnim dinamičkim sustavima kod kojih je moguće analitički riješiti HJI jednadžbu te time egzaktno odrediti vektore upravljanja i neodređenosti, pokazane su verzije algoritma koje daju najbolju efikasnost i točnost.

## Minimax optimal control of nonlinear dynamical systems

Vladimir Milić

*University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture*

**Abstract:** This lecture is concerned with the control law synthesis for nonlinear dynamical systems that guarantees that the effect of the external and/or internal uncertainty of the system is kept under permissible level and ensures the stability of the closed-loop system. As a measure of the uncertainty effect, the  $\mathcal{L}_2$ -gain of the system is considered. The problem belongs to the field of robust optimisation, i.e. a class of mathematical problems in which minimisation and maximisation of the same performance criterion are simultaneously carried out – minimax optimisation. In order to avoid solving the corresponding Hamilton-Jacobi-Isaacs equation, an algorithm for direct optimisation of the  $\mathcal{L}_2$ -gain is presented. It is well known that the problem of  $\mathcal{L}_2$ -gain optimisation is equivalent to the minimax fractional optimisation problem. In order to solve this problem, the algorithm which uses relationship between two-player zero-sum differential game with fractional cost function and two-player zero-sum differential game with the cost function including a parameter is proposed. The algorithm uses combination of subgradient and Newton's method, multi-step Adams method, and automatic differentiation. The effectiveness of the algorithm is illustrated on a nonlinear benchmark examples with analytic solution.