

Fraktalna analiza spiralnih trajektorija nekih dinamičkih sustava

Promatramo trajektorije ravninskih vektorskih polja u okolini singularnih točaka i graničnih ciklusa. Hopfova bifurkacija je dobro poznata pojava rađanja graničnog ciklusa iz nehiperboličke singularne točke. Pri Hopf-Takensovoj bifurkaciji, poopćenju Hopfove bifurkacije, može nastati više graničnih ciklusa. Sve trajektorije koje pri tom nastaju su spiralne i teže u singularnu točku ili u granični ciklus.

Na predavanju ćemo promatrati Hopf-Takensovu bifurkaciju s pozicije fraktalne geometrije. Zanima nas kako se box dimenzija (granični kapacitet, dimenzija Minkowskog i Bouliganda) i sadržaj Minkowskog mijenjaju pri pojavi bifurkacije.

Navest ćemo i jedan smjer djelovanja koji bi nam u budućnosti mogao dati dimenzijske rezultate za još neke spiralne trajektorije, a to je promatranje Poincareovog preslikavanja (first return map).

Za to su potrebni neki rezultati o box dimenziji jednodimenzionalnih diskretnih dinamičkih sustava koje ćemo navesti.

I kod jednodimenzionalnih diskretnih sustava promatra se promjena box dimenzije pri pojavi bifurkacije, a to je ovdje bifurkacija sedlo-čvor i bifurkacija udvostručenja perioda.

Pred kraj predavanja bit će navedeni još neki dimenzijski rezultati koji se odnose na spiralne trajektorije u \mathbb{R}^3 i kratak pregled nekih već poznatih rezultata iz područja fraktalnih dimenzija u dinamici.