

MathOS cup - zadaci za 2. razred

Zadaci za 1 bod

Zadatak 1 Ako je $(f(x))^2 + f(x^2) - 15 = 0$ i $f(2) = 5$, tada je $f(16) - f(4)$ jednako:

Odgovor: (a) -15 , (b) 75 , (c) -75 , (d) -95

Rješenje: (c).

Zadatak 2 Dano je 12 žutih i 12 crvenih kartončića koji su pomiješani i okrenuti tako da se ne vide boje. Koji je najmanji broj kartončića koje treba izvući da bi bili sigurni kako su izvučena dva para, pri čemu par označava dva kartončića iste boje?

Odgovor: (a) 4, (b) 14, (c) 5, (d) 6

Rješenje: (c).

Zadatak 3 Pronađite u kojem je koraku greška u sljedećem "dokazu" da je $2 = 1$:

- (1) $x = y \neq 0$
- (2) $x^2 = xy$
- (3) $x^2 - y^2 = xy - y^2$
- (4) $(x + y)(x - y) = y(x - y)$
- (5) $x + y = y$
- (6) $y + y = y$
- (7) $2y = y$
- (8) $2 = 1.$

Odgovor:

(a) U koraku s (3) na (4)

(b) U koraku sa (4) na (5)

(c) U koraku s (2) na (3)

(d) U koraku sa (7) na (8)

Rješenje: (b).

Zadatak 4 U razredu od 33 učenika neki učenici sviraju klavir, neki violinu, neki oba instrumenta, a neki niti jedan. Klavir svira 13 učenika, 10 učenika svira klavir i violinu, a 14 učenika ne svira niti jedan instrument. Ukoliko je jedan od učenika iz razreda u izolaciji, kolika je vjerojatnost da je to učenik koji svira violinu?

Odgovor: (a) $\frac{10}{33}$, (b) $\frac{16}{33}$, (c) $\frac{1}{11}$, (d) $\frac{10}{13}$

Rješenje: (b)

Zadaci za 2 boda

Zadatak 5 Podaci u tablici

x	-6	-2	β	5	7
$f(x)$	α	4	$\frac{7}{2}$	$\frac{1}{2}$	γ

modeliraju linearnu funkciju. Pojednostavite izraz $\frac{1}{\alpha + \frac{1}{\beta + \frac{1}{\gamma}}}$ i odredite njegovu vrijednost za α , β i γ iz dane tablice.

Odgovor: (a) $\frac{3}{17}$, (b) $\frac{1}{5}$, (c) $\frac{1}{7}$, (d) $\frac{-3}{19}$

Rješenje: (a).

Zadatak 6 Ako duljine stranica trokuta zadovoljavaju jednakost $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} = \frac{3}{a+b+c}$, onda kut α iznosi:

Odgovor: (a) 30° , (b) 60° , (c) 90° , (d) 120°

Rješenje: (b)

Zadatak 7 Odredite skupove A , B i C ako je $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$ i $A \cap B = \{c, d, e\}$ te $a \notin A \setminus B$ i $b \notin B \setminus A$, a $C = ((A \setminus B) \cup (B \setminus A)) \cap B$.

Odgovor:

(a) $A = \{b, c, d, e\}$, $B = \{a, c, d, e\}$ i $C = \{b\}$,

(b) $A = \{a, c, d, e\}$, $B = \{b, c, d, e\}$ i $C = \{a\}$,

(c) $A = \{b, c, d, e\}$, $B = \{a, c, d, e\}$ i $C = \{a\}$,

(d) $A = \{b, c, d\}$, $B = \{a, c, d\}$ i $C = \{a, e\}$

Rješenje: (c)

Zadaci za 3 boda

Zadatak 8 Neka je krug sa središtem u točki O polumjera $\frac{a}{2}$ upisan u kvadrat stranice a , a krug sa središtem u točki S polumjera r upisan u jedan kut kvadrata tako da su mu dvije stranice kvadrata tangente i dira krug sa središtem u točki O polumjera $\frac{a}{2}$ u točno jednoj točki. Odredite r .

Rješenje: $r = \frac{3-2\sqrt{2}}{2}a$

Zadatak 9 Neka je f funkcija takva da za sve cijele brojeve a i b vrijedi $f(ab) = af(b) + bf(a)$. Izračunajte $(f(-1))^3 + (f(-1))^2$.

Rješenje: 0

Zadatak za 4 boda

Zadatak 10 Učenica Ada kao hobi piše kratki letak o knjigama koje je pročitala kojeg šalje grupi pretplatnika. Svaki letak naplaćuje 12 kuna svakom od pretplatnika kojih je trenutno 76. Ada je primijetila da sa svakim povećanjem cijene letka za samo 1 kunu, izgubi 4 pretplatnika. Kojim se pravilom opisuje zavisnost Adinog prihoda o povećanju cijene letka?

Rješenje: $P(x) = -4x^2 + 28x + 912$