

2. kontrolna zadaća iz Matematike II

Ak. god. 2021./2022.

Zadatak 1 [15b] *Koristeći dvostruki integral izračunajte površinu područja omeđenog s $y = x^2$ i $y = -x + 2$. (Skica danog područja je obavezna.)*

Zadatak 2 [20b] *Izračunajte masu okrugle ploče radijusa $R = 4$ sa središtem u ishodištu ako je gustoća ploče zadana s $\rho(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ koristeći polarne koordinate.*

Zadatak 3 [20b] *Odredite volumen tijela omeđenog sa $z = x^2 + y^2 - 2x - y + 1$, $z = 0$, $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$ i $y = 2$.*

Zadatak 4 [20b] *Izračunajte krivuljni integral II. vrste:*

$$\int_{AB} (x^2 - y^2) dx + (xy + x) dy,$$

gdje je AB dio parabole $y = x^2$ od točke $A = (1, 1)$ do točke $B = (2, 4)$.

Zadatak 5 *Dano je vektorsko polje $\vec{v} = (x + 2xy^2z) \vec{i} + (\ln(2x) - 3) \vec{j} + (e^{3z} - 2x) \vec{k}$ i točka $S = (1, -1, 0)$. Odredite:*

a) [10b] *Divergenciju vektorskog polja \vec{v} u točki S .*

b) [15b] *Rotaciju vektorskog polja \vec{v} u točki S .*

Koristiti:

- $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$

Površina područja: $P = \int_a^b dx \int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} dy$

Masa ploče s gustoćom $\rho(x, y)$: $M = \iint_S \rho(x, y) dx dy$

Volumen tijela u dvostrukom integralu: $z = 0$, $z = f(x, y)$ pa je $V = \iint_S f(x, y) dx dy$

Volumen tijela u trostrukom integralu: podintegralna funkcija $f(x, y, z) = 1$

Krivuljni integral II. vrste: $\int_{\Gamma} P(x, y) dx + Q(x, y) dy = \int_a^b (P(x, \varphi(x)) + \varphi'(x) \cdot Q(x, \varphi(x))) dx$

$$\operatorname{div} \vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

$$\operatorname{rot} \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix}$$