

**Pismeni ispit iz Matematike II**  
Ak. god. 2022./2023.

**Zadatak 1** *Riješite neodređene integrale*

a) [15b]  $\int \frac{x^2}{\sqrt[4]{x^3 + 1} + 2} dx$

b) [15b]  $\int \frac{6 - \sqrt{\ln x}}{3x \cdot (\ln x)^2} dx.$

**Zadatak 2** [20b] *Pomoću integrala odredite volumen tijela nastalog rotacijom lika omeđenog s  $x = 2 \cos t$ ,  $y = 2 \sin t$ , za  $t \in [\pi, 0]$ , oko  $x$ -osi.*

**Zadatak 3** [15b] *Ispitajte je li  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 0$ , ako je  $f(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{2x}{y}$ .*

**Zadatak 4** [20b] *Izračunajte krivuljni integral II. vrste*

$$\int_{\tilde{\Gamma}} x^2 dx + 3x(y - 2x + 3)dy,$$

gdje je  $\tilde{\Gamma}$  parabola  $(x + 1)^2 - y = 4$ , od točke u kojoj parabola siječe  $y$ -os do pozitivne nultočke parabole.

**Zadatak 5** [15b] *Odredite rotaciju vektorskog polja  $\vec{v} = (e^{2xy} + 5z) \vec{i} + (\ln(3x^2) - 3yz) \vec{j} + 2xy^2 \vec{k}$  u točka  $S = (1, 0, -2)$ .*

**Napomena:** Postupak rješavanja svakog zadatka mora biti na papiru, inače zadatak neće biti bodovan.

Koristiti:

- $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$
- $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$
- $\int \cos x dx = \sin x + C$

Volumen rotacijskog tijela (oko  $x$ -osi) - parametarski zadana krivulja:  $V = \pi \int_{t_1}^{t_2} y^2(t) \cdot x'(t) dt.$

Krivuljni integral II. vrste:  $\int_{\tilde{\Gamma}} P(x, y)dx + Q(x, y)dy = \int_a^b (P(x, \varphi(x)) + \varphi'(x) \cdot Q(x, \varphi(x))) dx$

$$\operatorname{rot} \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix}$$