

**Vjerojatnost i statistika**  
**Prvi kolokvij**

- [2 boda] Napišite općenitu definiciju vjerojatnosti.
  - [2 boda] Navedite svojstva funkcije gustoće neprekidne slučajne varijable.
  - [2 boda] Napišite formulu potpune vjerojatnosti.
  - [2 boda] Definirajte Bernoullijevu slučajnu varijablu.
  - [2 boda] Kada kažemo da su dvije slučajne varijable  $X$  i  $Y$  nezavisne?
- [8 bodova] U kutiji se nalazi 5 bijelih i 7 crnih kuglica. Iz kutije na slučajan način istovremeno izvlačimo 4 kuglice. Odredite vjerojatnost da smo izvukli barem tri bijele kuglice.
- [8 bodova] Dva strijelca nezavisno gađaju istu metu svaki ispalivši po jedan hitac. Vjerojatnost pogotka za prvog strijelca je 0.7, a za drugog 0.5. Ako znamo da je meta pogodena samo jednim hicem, odredite vjerojatnost da ju je pogodio prvi strijelac.
- [8 bodova] Neka je  $x$  slučajno odabran broj iz segmenta  $[0, 1]$  i  $y$  slučajno odabran broja iz segmenta  $[0, 2]$ . Kolika je vjerojatnost da vrijedi  $-2x + 2 \leq y$  i  $2x \geq y$ ?
- [4+4 boda] Zadana je slučajna varijabla  $X$  s funkcijom gustoće

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ 2e^{-2x} & , x \geq 0 \end{cases}$$

Odredite:

- vjerojatnost da slučajna varijabla  $X$  poprimi vrijednost u intervalu  $[2, 4]$ ,
  - funkciju gustoće i matematičko očekivanje slučajne varijable  $Y = e^{-2X}$ .
- [8 bodova] Promotrimo slučajan pokus koji se sastoji od nezavisnog bacanja simetričnog novčića i simetrične kockice dva puta za redom. Neka je  $(X, Y)$  slučajan vektor u kojem  $X$  predstavlja broj pisama realiziranih bacanjem novčića, a  $Y$  broj dvojki realiziranih bacanjem kockice. Odredite distribuciju i marginalne distribucije slučajnog vektora  $(X, Y)$ , uvjetnu distribuciju slučajne varijable  $X$  uz uvjet  $\{Y = 0\}$  te odredite koeficijent korelacije  $\rho_{X,Y}$ .

**Vjerojatnost i statistika**  
**Prvi kolokvij**

- [2 boda] Objasnite klasičan pristup definiranja vjerojatnosti.
  - [2 boda] Definirajte funkciju distribucije slučajne varijable  $X$ .
  - [2 boda] Napišite Bayesovu formulu.
  - [2 boda] Definirajte Binomnu slučajnu varijablu.
  - [2 boda] Definirajte varijancu slučajne varijable  $X$ .
- [8 bodova] U kutiji se nalazi 4 plave i 6 žutih kuglica. Iz kutije na slučajan način istovremeno izvlačimo 4 kuglice. Odredite vjerojatnost da smo izvukli najviše dvije žute kuglice.
- [8 bodova] Dva strijelca nezavisno gađaju istu metu svaki ispalivši po jedan hitac. Vjerojatnost pogotka za prvog strijelca je 0.6, a za drugog 0.3. Ako znamo da je meta pogodena samo jednim hicem, odredite vjerojatnost da ju je pogodio drugi strijelac.
- [8 bodova] Neka je  $x$  slučajno odabran broj iz segmenta  $[0, 1]$  i  $y$  slučajno odabran broja iz segmenta  $[0, 2]$ . Kolika je vjerojatnost da vrijedi  $-2x + 2 \geq y$  i  $y \leq 2x$ ?
- [4+4 boda] Zadana je slučajna varijabla  $X$  s funkcijom gustoće

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ 3e^{-3x} & , x \geq 0 \end{cases}$$

Odredite:

- vjerojatnost da slučajna varijabla  $X$  poprimi vrijednost u intervalu  $[1, 3]$ ,
  - funkciju gustoće i matematičko očekivanje slučajne varijable  $Y = e^{-3X}$ .
- [8 bodova] Promotrimo slučajan pokus koji se sastoji od nezavisnog bacanja simetričnog novčića i simetrične kockice dva puta za redom. Neka je  $(X, Y)$  slučajan vektor u kojem  $X$  predstavlja broj glava realiziranih bacanjem novčića, a  $Y$  broj trojki realiziranih bacanjem kockice. Odredite distribuciju i marginalne distribucije slučajnog vektora  $(X, Y)$ , uvjetnu distribuciju slučajne varijable  $X$  uz uvjet  $\{Y = 1\}$  te odredite koeficijent korelacije  $\rho_{X,Y}$ .