

Vjerojatnost i statistika
Prvi kolokvij

1. a) [2 boda] Objasnite statistički pristup definiranju vjerojatnosti.
b) [2 boda] Definirajte gustoću diskretne slučajne varijable.
c) [2 boda] Definirajte potpun sustav događaja i napišite formulu potpune vjerojatnosti.
d) [2 boda] Navedite svojstva funkcije gustoće neprekidne slučajne varijable.
e) [2 boda] Definirajte očekivanje diskretne slučajne varijable.
2. [8 bodova] Slučajan pokus sastoji se od bacanja simetrične igraće kockice. Odredite vjerojatnost da je ishod bacanja kockice paran broj ako je poznato da je ishod bacanja prost broj.
3. [8 bodova] Na jednoj polici u trgovini nalaze se tri vrste čokolada. Prva vrsta čokolade zastupljena je s 30%, druga vrsta s 50%, a treća vrsta s 20% ukupnog broja čokolada. Neke od čokolada su pred istekom roka trajanja i to: među čokoladama prve vrste, takvih je 20%, među čokoladama druge vrste, takvih je 30%, a među čokoladama treće vrste, takvih je 40%. Kolika je vjerojatnost da kupac slučajno odabere čokoladu pred istekom roka trajanja.
4. [8 bodova] Neka je x slučajno odabran broj iz segmenta $[0, 2]$ i y slučajno odabran broja iz segmenta $[0, 1]$. Kolika je vjerojatnost da vrijedi $-x + 2 \geq y$ i $\frac{1}{2}x \geq y$?
5. [4+4 boda] Zadana je slučajna varijabla X s funkcijom gustoće

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & , \quad x \in \langle 0, 2 \rangle \\ 0 & , \quad x \notin \langle 0, 2 \rangle \end{cases}$$

Odredite:

- a) vjerojatnost da slučajna varijabla X poprimi vrijednost u intervalu $[-2, 3]$,
 - b) funkciju gustoće i matematičko očekivanje slučajne varijable $Y = -\ln \frac{X}{2}$.
6. [8 bodova] Promotrimo slučajan pokus koji se sastoji od nezavisnog bacanja dvaju novčića dva puta za redom. Pri tome, novčić A je simetričan, odnosno $P_A(G) = 0.5$ i $P_A(P) = 0.5$, a novčić B je asimetričan, odnosno $P_B(G) = 0.2$ i $P_B(P) = 0.8$. Neka je (X, Y) slučajan vektor u kojem X predstavlja broj glava realiziranih bacanjem novčića A , a Y broj pisama realiziranih bacanjem novčića B . Odredite distribuciju i marginalne distribucije slučajnog vektora (X, Y) , uvjetnu distribuciju slučajne varijable X uz uvjet $\{Y = 2\}$ te odredite kovarijancu slučajnih varijabli X i Y .

Vjerojatnost i statistika
Prvi kolokvij

1. a) [**2 boda**] Objasnite klasičan pristup definiranju vjerojatnosti.
b) [**2 boda**] Navedite svojstva tablice distribucije diskretne slučajne varijable.
c) [**2 boda**] Definirajte potpun sustav događaja i napišite Bayesovu formulu.
c) [**2 boda**] Definirajte funkciju distribucije neprekidne slučajne varijable X .
c) [**2 boda**] Definirajte varijancu slučajne varijable X .
2. [**8 bodova**] Slučajan pokus sastoji se od bacanja simetrične igraće kockice. Odredite vjerojatnost da je ishod bacanja kockice neparan broj ako je poznato da ishod bacanja nije prost broj.
3. [**8 bodova**] Na jednoj polici u trgovini nalaze se tri vrste čokolada. Prva vrsta čokolade zastupljena je s 20%, druga vrsta s 40%, a treća vrsta s 40% ukupnog broja čokolada. Neke od čokolada su pred istekom roka trajanja i to: među čokoladama prve vrste, takvih je 50%, među čokoladama druge vrste, takvih je 40%, a među čokoladama treće vrste, takvih je 30%. Kolika je vjerojatnost da kupac slučajno odabere čokoladu pred istekom roka trajanja.
4. [**8 bodova**] Neka je x slučajno odabran broj iz segmenta $[0, 2]$ i y slučajno odabran broja iz segmenta $[0, 1]$. Kolika je vjerojatnost da vrijedi $-x + 2 \leq y$ i $\frac{1}{2}x \geq y$?
5. [**4+4 boda**] Zadana je slučajna varijabla X s funkcijom gustoće

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & , \quad x \in \langle 0, 4 \rangle \\ 0 & , \quad x \notin \langle 0, 4 \rangle \end{cases}$$

Odredite:

- a) vjerojatnost da slučajna varijabla X poprimi vrijednost u intervalu $[-5, 5]$,
 - b) funkciju gustoće i matematičko očekivanje slučajne varijable $Y = -\ln \frac{X}{4}$.
6. [**8 bodova**] Promotrimo slučajan pokus koji se sastoji od nezavisnog bacanja dvaju novčića dva puta za redom. Pri tome, novčić A je asimetričan, odnosno $P_A(G) = 0.3$ i $P_A(P) = 0.7$, a novčić B je simetričan, odnosno $P_B(G) = 0.5$ i $P_B(P) = 0.5$. Neka je (X, Y) slučajan vektor u kojem X predstavlja broj glava realiziranih bacanjem novčića A , a Y broj pisama realiziranih bacanjem novčića B . Odredite distribuciju i marginalne distribucije slučajnog vektora (X, Y) , uvjetnu distribuciju slučajne varijable X uz uvjet $\{Y = 1\}$ te odredite kovarijancu slučajnih varijabli X i Y .