

Vjerojatnost i statistika
Prvi kolokvij

- [2 boda] Objasnite statistički pristup definiranju vjerojatnosti.
 - [2 boda] Definirajte gustoću diskretne slučajne varijable.
 - [2 boda] Definirajte potpun sustav događaja i napišite formulu potpune vjerojatnosti.
 - [2 boda] Navedite svojstva funkcije gustoće neprekidne slučajne varijable.
 - [2 boda] Definirajte očekivanje diskretne slučajne varijable.
- [8 bodova] Slučajan pokus sastoji se od slučajnog izvlačenja četiri karte odjednom iz standardnog špila od 32 karte. Odredite vjerojatnost da izvučete najviše jednog kralja.
- [8 bodova] Neka je x slučajno odabran broj iz segmenta $[0, 2]$ i y slučajno odabran broja iz segmenta $[0, 1]$. Kolika je vjerojatnost da vrijedi $x \geq y$ i $2y + x \leq 2$?
- [4+4 boda] Zadana je slučajna varijabla X s funkcijom distribucije

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ 1 - e^{-3x} & , x \geq 0 \end{cases}$$

Odredite:

- vjerojatnost da slučajna varijabla X poprimi vrijednost u intervalu $[-3, 2]$,
 - funkciju distribucije i matematičko očekivanje slučajne varijable $Y = X^2$.
- [8 bodova] Cilj se gađa iz tri topa. Topovi pogađaju cilj nezavisno jedan od drugoga s vjerojatnošću 0.3. Ako jedan top pogodi cilj uništava ga s vjerojatnošću 0.3, ako ga pogode dva topa uništavaju ga s vjerojatnošću 0.7, a ako ga pogode tri topa uništavaju ga s vjerojatnošću 0.9. Izračunajte vjerojatnost uništenja cilja.
 - [8 bodova] Slučajan vektor (X, Y) zadan je na sljedeći način:

$$P(X = x_i, Y = y_j) = \begin{cases} k(3x_i + y_j) & , x_i = 1, 2; y_j = 1, 2 \\ 0 & , \text{inače} \end{cases}$$

Odredite numeričku vrijednost konstante k , tablicu distribucije, marginalne distribucije slučajnog vektora (X, Y) te provjerite jesu li slučajne varijable X i Y nezavisne.

Vjerojatnost i statistika
Prvi kolokvij

1. a) [**2 boda**] Objasnite klasičan pristup definiranju vjerojatnosti.
b) [**2 boda**] Navedite svojstva tablice distribucije diskretne slučajne varijable.
c) [**2 boda**] Definirajte potpun sustav događaja i napišite Bayesovu formulu.
c) [**2 boda**] Definirajte funkciju distribucije neprekidne slučajne varijable X .
c) [**2 boda**] Definirajte varijancu slučajne varijable X .
2. [**8 bodova**] Slučajan pokus sastoji se od slučajnog izvlačenja tri karte odjednom iz standardnog špila od 52 karte. Odredite vjerojatnost da izvučete barem dva kralja.
3. [**8 bodova**] Neka je x slučajno odabran broj iz segmenta $[0, 2]$ i y slučajno odabran broja iz segmenta $[0, 1]$. Kolika je vjerojatnost da vrijedi $y \geq x$ i $y \geq -\frac{1}{2}x + 1$?
4. [**4+4 boda**] Zadana je slučajna varijabla X s funkcijom distribucije

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ 1 - e^{-4x} & , x \geq 0 \end{cases}$$

Odredite:

- a) vjerojatnost da slučajna varijabla X poprimi vrijednost u intervalu $[-4, 3]$,
 - b) funkciju distribucije i matematičko očekivanje slučajne varijable $Y = X^2$.
5. [**8 bodova**] Cilj se gađa iz tri topa. Topovi pogađaju cilj nezavisno jedan od drugoga s vjerojatnošću 0.2. Ako jedan top pogodi cilj uništava ga s vjerojatnošću 0.3, ako ga pogode dva topa uništavaju ga s vjerojatnošću 0.7, a ako ga pogode tri topa uništavaju ga s vjerojatnošću 0.9. Izračunajte vjerojatnost uništenja cilja.
 6. [**8 bodova**] Slučajan vektor (X, Y) zadan je na sljedeći način:

$$P(X = x_i, Y = y_j) = \begin{cases} k(x_i + 3y_j) & , x_i = 1, 2; y_j = 1, 2 \\ 0 & , \text{inače} \end{cases}$$

Odredite numeričku vrijednost konstante k , tablicu distribucije, marginalne distribucije slučajnog vektora (X, Y) te provjerite jesu li slučajne varijable X i Y nezavisne.