

Vjerojatnost i statistika

Klasična definicija vjerojatnosti - nastavak

24. listopada 2023.

Zadatak 1. Pretpostavimo da n ljudi na slučajan način sjeda za okrugli stol. Izračunajte vjerojatnost da će dvije unaprijed odabrane osobe sjediti zajedno.

Zadatak 2. Kolika je vjerojatnost da su između pet osoba barem dvije osobe rođene istog dana u tjednu?

Zadatak 3. Špil od 52 karte podijeli se na dva jednakobrojna dijela. Odredite vjerojatnosti sljedećih događaja:

- a) $A = \{\text{u svakom dijelu nalaze se po dva kralja}\},$
- b) $B = \{\text{u jednom dijelu ne nalazi se nijedan kralj}\},$
- c) $C = \{\text{u jednom dijelu nalazi se jedan, a u drugom tri kralja}\}.$

Zadatak 4. Iz špila od 52 karte na slučajan način biramo 8 karata. Izračunajte vjerojatnost da su izvučena

- a) točno tri asa,
- b) točno tri kralja,
- c) točno tri asa ili točno tri kralja ili oboje.

Zadatak 5. Student je došao na ispit znajući odgovore na 90 od 100 pitanja. Izvlači se pet pitanja.

- a) Kolika je vjerojatnost da će student znati odgovore na svih pet pitanja?
- b) Kolika je vjerojatnost da će student znati odgovore na barem tri od pet izvučenih pitanja?

Zadatak 6. Simetričnu igraću kockicu bacamo $n \geq 2$ puta. Odredite koliko je najmanje puta potrebno baciti kockicu da bi vjerojatnost pojavljivanja barem jedne šestice bila veća od 0.6.

Zadatak 7. U nekom razredu ima 35 učenika: 20 su članovi odbojkaškog kluba, 11 šahovskog kluba, a 10 nisu članovi niti jednog kluba. Na slučajan način biramo jednog učenika. Odredite vjerojatnosti sljedećih događaja:

- $A = \{\text{izabrali smo učenika koji je član odbojkaškog i šahovskog kluba}\},$
 $B = \{\text{izabrali smo učenika koji je član samo odbojkaškog kluba}\}.$

Zadatak 8. U skupu od 100 osoba engleski jezik zna 28 studenata, njemački 30, francuski 42, engleski i njemački 8, engleski i francuski 10, njemački i francuski 5, a sva tri jezika znaju 3 osobe. Na slučajan način biramo jednu osobu. Odredite vjerojatnost da je izabrana osoba koji ne zna niti jedan od ta tri jezika.

Rješenja

1. $\frac{2}{n-1}$

2. $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{7^5} \approx 0.85$

3. Jednom kada smo špil podijelili na dva jednakobrojna dijela, dva su moguća scenarija:

- prvi dio ima n kraljeva, a drugi $4 - n$,
- drugi dio ima n kraljeva, a prvi $4 - n$

Kada je $n = 2$, ti scenariji su isti pa je dovoljno gledati na koliko načina jedan dio može sadržavati 2 kralja. U protivnom, moramo posebno razmotriti navedene slučajeve jer u zadatku nije specificirano koji od dijelova sadrži n kraljeva.

a) $\frac{\binom{4}{2}\binom{48}{24}}{\binom{52}{26}}$

b) $\frac{2\binom{48}{26}}{\binom{52}{26}}$

c) $\frac{8\binom{48}{25}}{\binom{52}{26}}$

4. a) $\frac{\binom{4}{3}\binom{48}{5}}{\binom{52}{8}}$

b)

c) $\frac{\binom{4}{3}\binom{48}{5} + \binom{4}{3}\binom{48}{5} + \binom{4}{3}\binom{4}{3}\binom{44}{2}}{\binom{52}{8}}$

5. a) $\frac{\binom{90}{5}}{\binom{100}{5}}$

b) $\frac{\binom{90}{3}\binom{10}{2} + \binom{90}{4}\binom{10}{1} + \binom{90}{5}\binom{10}{0}}{\binom{100}{5}}$

6. $n = 6$

7. $P(A) = 6/35$, $P(B) = 14/35$

8. 0.2