# MathOS Cup

## Dijeljenje

Dana su dva broja $a$ i $b$. Ispišite koliko postoji brojeva $x$ takvih da $a \leq x \leq b$, $x$ je višekratnik broja 5, $x$ je višekratnik broja 8 i $x$ NIJE u isto vrijeme višekratnik brojeva 5 i 8.

### Ulaz

U jedinom retku nalazit će se dva broja $a$ i $b$, $(1 \leq a \leq b \leq 10^{18})$.

### Izlaz

U jedini redak ispišite traženi broj.
U 50% testnih primjer će vrijediti $1 \leq a \leq b \leq 10^5$.

#### Primjer ulaza

```
1 40
```

#### Primjer izlaza

```
11
```

#### Primjer ulaza

```
120 130
```

#### Primjer izlaza

```
3
```

#### Primjer ulaza

```
13 10031
```

#### Primjer izlaza

```
2756
```

# Jedan Fali

Dana je lista $a$ od $n$ brojeva i dan je broj $k$. Znamo da se u listi nalaze samo brojevi od 1 do $k$ osim točno jednog broja. Vaš zadatak je ispisati koji broj nedostaje u toj listi.

## Ulaz

U prvom retku dana su dva broja $n$ i $k$, $(2 \leq k \leq n \leq 10^5)$. U drugom retku dano je $n$ brojeva $a_i$, $(1 \leq a_i \leq k)$.

## Izlaz

U jedini redak ispišite broj koji nedostaje u listi $a$.
U 50% testnih primjera će vrijediti $2 \leq k \leq n \leq 1000$.

### Primjer ulaza

```
3 3
1 2 1
```

### Primjer izlaza

```
3
```

### Primjer ulaza

```
10 3
3 2 3 3 3 3 3 2 2 2
```

### Primjer izlaza

```
1
```

### Primjer ulaza

```
10 6
9 3 7 5 5 1 2 6 7 7
```

### Primjer izlaza

```
4
```

# Kralj i Kraljice

Trgovac Mihael u svojoj ponudi ima novu šahovsku ploču koja je beskonačno velika i figure se na njoj same pomiču. Tu ploču možete zamisliti kao koordinatni sustav gdje figure mogu imati i negativne koordinate. Dok je putovao svijetom figure su mu se u torbi ispomicale i završile u sljedećoj situaciji. Sve bijele figure osim kralja su izgubljene, a sve crne figure (čak i kralj) su promovirane u $m$ kraljica.

Bijeli je na potezu i Mihaela zanima može li ga pomaknuti tako da ga niti jedna kraljica ne napada? Dodatno, bijeli kralj ne smije jesti crne kraljice!

Kraljice napadaju sva polja vodoravno, okomito i u obje dijagonale. Kralj se smije pomaknuti u svih osam smjerova za jedno polje, što znači ako se kralj nalazi na $(x, y)$, onda smije otići na $(x+1, y)$, $(x-1, y)$, $(x, y+1)$, $(x, y-1)$, $(x+1, y+1)$, $(x+1, y-1)$, $(x-1, y+1)$ i $(x-1, y-1)$.

## Ulaz

U prvom retku se nalaze tri broja $x, y$ i $m$ $(-10^9 \leq x, y \leq 10^9, 0 \leq m \leq 10^5)$. Uređeni par $(x, y)$ je pozicija kralja na šahovskoj ploči, a $m$ je broj kraljica.

U svakom od sljedećih $m$ redaka se nalaze dva broja $x_i$ i $y_i$ $(-10^9 \leq x_i, y_i \leq 10^9)$, pozicija $i$-te kraljice na ploči.

## Izlaz

U jedini redak ispišite "YES" ukoliko kralj može napraviti validan potez, a u suprotnom ispišite "NO".
U 50% testnih primjera će za sve figure vrijediti $-1000 \leq x_i, y_i \leq 1000$.

### Primjer ulaza

```
-8 -8 3
-9 -9
-7 -10
-6 -6
```

### Primjer izlaza

```
YES
```

### Pojašnjenje

Stanje ploče za prvi primjer je

```
....Q
Q....
..K..
.Q...
.....
```

i kralj se ne može pomaknuti desno.

**Primjer ulaza**

```
0 0 2
1 1
-1 -2
```

**Primjer izlaza**

```
NO
```

**Pojašnjenje**

Stanje ploče za drugi primjer je

```
.....
...Q.
..K..
Q....
.....
```

i kralj se ne može nigdje pomaknuti tako da ga ne napada kraljica. Kad bi kralj smio jesti kraljice, odgovor bi bio `"YES"`, ali to nije dopušteno.

**Primjer ulaza**

```
100 100 4
102 101
99 102
98 99
101 98
```

**Primjer izlaza**

```
NO
```

**Pojašnjenje**

Stanje zadnje ploče je

```
...Q.
Q....
..K..
....Q
.Q...
```

i kralja ne napada niti jedna kraljica. Kralj bi bio siguran da ostane na mjestu, no on se mora pomaknuti i zato je odgovor "NO".

# Neon Planeti

Cvjetko, poznati astronaut, na svojem putu kroz svemir naišao je na Neon galaksiju. Neon galaksija u sebi ima $n$ planeta određenih boja i svaki planet na sebi ima teleportere određenih boja. Svaki planet može biti ili crvene ili plave ili zelene boje ili pak može biti proziran. Na planetu može biti više teleportera i svaki je obojan jednom od tri boje: crvenom, zelenom ili plavom. Teleporter ide u jednom smjeru i Cvjetko ga smije iskoristiti samo ako je **RAZLIČITO** obojan od teleportera.

Cvjetko se trenutno nalazi na planetu 1 koji će uvijek biti proziran i želi doći do planeta $n$. Ako Cvjetko dođe na proziran planet, ne mijenja boju. Ako dođe na obojan planet, onda poprima boju tog planeta.

Cvjetka zanima koliko najmanje teleportera treba proći da od planeta 1 dođe do planeta $n$ ako je:

- na početku obojan crvenom bojom,
- na početku obojan zelenom bojom,
- na početku obojan plavom bojom.

## Input

U prvom retku nalaze se dva broja $n$ i $m$, $(1 \leq n, m \leq 10^5)$ broj planeta i broj teleportera. U sljedećem redu se nalazi $n$ brojeva $c_i$, $(0 \leq c_i \leq 3)$, boja $i$-tog planeta.

- 0 označava da je planet **proziran**,
- 1 označava da je planet obojan **crvenom** bojom,
- 2 označava da je planet obojan **zelenom** bojom,
- 3 označava da je planet obojan **plavom** bojom.

U sljedećih $m$ redaka se nalaze po tri broja $u_i, v_i, k_i$, početni planet, završni planet i boja teleportera. Opet kao i kod planeta, boja $k_i$, $(1 \leq k_i \leq 3)$ je

- 1 ako je teleporter obojan **crvenom** bojom,
- 2 ako je teleporter obojan **zelenom** bojom,
- 3 ako je teleporter obojan **plavom** bojom.

Ako Cvjetko želi doći s planeta $u_i$ na planet $v_i$, **NE SMIJE** biti obojan bojom $k_i$.

## Output

U jedan redak ispišite tri broja, koliko najmanje teleportera Cvjetko treba iskoristiti da od planeta 1 dođe do planeta $n$ ako je na početku obojan

- **crvenom** bojom,
- **zelenom** bojom,
- **plavom** bojom. Ako je nemoguće doći od planeta 1 do planeta $n$ s nekom početnom bojom, ispišite $-1$.

## Primjer ulaza

```
6 7
0 1 0 0 3 2
1 3 1
1 2 1
3 5 1
3 4 2
4 6 2
2 6 1
5 4 2
```

### Primjer izlaza

```
-1 4 3
```

### Primjer ulaza

```
3 3
0 1 1
1 3 2
1 2 1
2 1 2
```

### Primjer izlaza

```
1 3 1
```

# Popravak Zagrada

Lovro ima posebnu puzlu sačinjenu od zagrada `[`, `(`, `]` i `)`. U toj puzli svaka `[` zagrada mora biti zatvorena `]` zagradom i svaka `(` zagrada mora biti zatvorena `)` zagradom. Vrste zagrada se ne smiju miješati i sve zagrade moraju biti uparene. Tako string `[(])` nije dobra puzla jer se miješaju vrste zagrada i string `][]` nije dobar jer zagrada `]` nije uparena.

Matematički:

- prazan string je dobra puzla,
- `[` + dobra puzla + `]` je dobra puzla,
- `(` + dobra puzla + `)` je dobra puzla,
- dobra puzla + dobra puzla je dobra puzla.

Lovro je davno započeo sastavljati jednu puzlu i sada je želi dovršiti. Nažalost, u međuvremenu je izgubio sve zatvorene zagrade `]` i `)`, ali na sreću ima beskonačno mnogo otvorenih zagrada `(` i `[`.

Budući da puzla može biti jako velika, pomozite Lovri i ispišite koliko najmanje zagrada `(` i `[` mora dodati u puzlu tako da bude valjana ili ispišite `-1` ako je nemoguće dovršiti puzlu. Lovro smije bilo gdje ubacivati zagrade `(` i `[`.

## Ulaz

U prvom retku dan je broj $n$, $(1 \leq n \leq 10^5)$, duljina puzle. U sljedećem retku dan je string od $n$ znakova, svaki znak je `(`, `)`, `[` ili `]`.

## Izlaz

U jedan redak ispišite koliko najmanje `(` i `[` zagrada Lovro treba dodati kako bi dovršio puzlu ili ispišite `-1` ukoliko je nemoguće dovršiti puzlu koristeći samo zagrade `[` i `(`.

### Primjer ulaza

```
4
[(])
```

### Primjer izlaza

```
-1
```

### Primjer ulaza

```
8
[][]((([[
```

### Primjer izlaza

```
-1
```

### Primjer ulaza

```
5
)([])
```

### Primjer izlaza

```
1
```

### Pojašnjenje

Dovoljno je dodati jednu `(` zagradu na početak puzle kako bi ona postala dobra.

# Postavljanje Topova

Dana je šahovska ploča dimenzije $n \times m$ i dano je $k$ topova. Topovi se napadaju ako se nalaze u istom retku ili stupcu. Na koliko načina možete postaviti topove tako da se nijedna dva ne napadaju? Rješenje može biti jako veliko i zato vas molimo da ispišete traženi broj modulo $10^9 + 7$.

## Ulaz

U jedinom retku dana su tri broja $n$, $m$ i $k$ $(1 \leq n \leq 2000, 1 \leq m \leq 10^9, 1 \leq k \leq \min(n, m))$.

## Izlaz

U jedinom retku ispišite broj načina na koje možete postaviti sve topove tako da se niti jedna dva ne napadaju, ali modulo $10^9 + 7$.

U 20% primjera će vrijediti $n = m = 4$,
U 50% primjera će vrijediti $1 \leq k \leq n \leq m \leq 300$.

### Primjer ulaza

```
2 2 2
```

### Primjer izlaza

```
2
```

### Pojašnjenje

Jedina dva načina na koji možemo postaviti dva topa su

```
T.      .T
.T   i  T.
```

### Primjer ulaza

```
3 3 2
```

### Primjer izlaza

```
18
```

### Primjer ulaza

```
3 4 2
```

### Primjer izlaza

```
36
```

# Prebrojavanje Topova

Darko je naručio novi šahovski set, ali je greškom umjesto različitih figura dobio samo topove.

Ploča je dimenzije $n \times n$, a broj topova je $m$. Darko je slučajnim odabirom postavio topove po ploči ($i$-tog topa je postavio na poziciju $(x_i, y_i)$) i sada ga zanima koliki je broj pozicija na ploči koje nisu okupirane topom, niti ih ijedan top napada.

Pomozite Darku izračunati traženi broj.

## Ulaz

U prvom retku dana su dva broja $n$ i $m$ $(1 \leq n \leq 10^9, 0 \leq m \leq \min(10^5, n^2))$, dimenzija ploče i broj topova. U sljedećih $m$ redaka nalaze se po dva broja $x_i$ i $y_i$, $(1 \leq x_i, y_i \leq n)$, koordinate topova. U testnim primjerima je nemoguće da se dva topa nalaze na istoj poziciji.

## Izlaz

U jedini redak ispišite traženi broj slobodnih pozicija.

U 50% testnih primjera će vrijediti $1 \leq n \leq 1000$.

### Primjer ulaza

```
2 2
1 1
2 2
```

### Primjer izlaza

```
0
```

### Primjer ulaza

```
3 3
1 1
2 2
1 2
```

### Primjer izlaza

```
1
```

### Pojašnjenje

Jedina slobodna pozicija na ploči je $(3,3)$.

### Primjer ulaza

```
12 0
```

### Primjer izlaza

```
144
```

# Stablo i Putevi

Dano je binarno stablo od $n$ vrhova ukorijenjeno u vrhu 1 te je dan broj $k$. Vaš zadatak je izračunati broj puteva duljine točno $k$ koji prolaze kroz vrh 1. Duljina puta između vrhova $u$ i $v$ je broj bridova na tom putu. Puteve od $u$ do $v$ i od $v$ do $u$ brojimo kao jedan put.

Budući da broj puteva može biti jako velik, molimo vas da ispišete traženi broj modulo $10^9 + 7$.

## Ulaz

U prvom retku su dana dva broja $n$ i $k$, $(1 \leq k \leq n \leq 10^5)$.
U sljedećih $n - 1$ redaka se nalaze parovi $u_i$ i $v_i$, $(1 \leq u_i, v_i \leq n)$, što znači da postoji brid između $u_i$ i $v_i$ u binarnom stablu.
Uvijek će vam biti dano valjano binarno stablo.

## Izlaz

U jedini redak ispišite jedan broj, broj puteva duljine točno $k$ koji u sebi imaju vrh 1. Taj broj puteva ispišite modulo $10^9 + 7$.

U 20% primjera će vrijediti $1 \leq n \leq 300$,
U 50% primjera će vrijediti $1 \leq n \leq 1000$.

### Primjer ulaza

```
4 2
1 2
2 3
1 4
```

### Primjer izlaza

```
2
```

### Pojašnjenje

Stablo je oblika

```
  1
 / \
2   3
   /
  4
```

i putevi duljine dva koji prolaze kroz vrh `1` su `2-1-3` i `1-3-4`. Ne brojimo `3-1-2` jer je on jednak putu `2-1-3` i ne brojimo `4-3-1` jer je on jednak putu `1-3-4`.

**Primjer ulaza**

```
7 4
1 2
2 3
2 5
1 4
4 6
4 7
```

**Primjer izlaza**

```
4
```

**Sample Note**

Stablo je oblika

```
   1
  / \
 2   4
/ \ / \
3 5 6 7
```

i putevi su `3-2-1-4-6`, `3-2-1-4-7`, `5-2-1-4-6` i `5-2-1-4-7`.

**Primjer ulaza**

```
7 3
1 2
2 3
2 5
5 6
5 7
3 4
```

**Primjer izlaza**

```
3
```

**Pojašnjenje**

Stablo je oblika

```
       1
     /
   2
  / \
 3   5
/   / \
4   6  7
```

i putevi su `1-2-3-4`, `1-2-5-6` i `1-2-5-7`

# Strane Boje

Dano je $n$ brojeva $x_i$ i svaki broj ima svoju boju $c_i$. Za svaki broj pronađite koliko je njemu udaljen najbliži broj različite boje. Udaljenost $i$-tog broja i $j$-tog broja je

$$|x_i - x_j| .$$

## Ulaz

U prvom retku nalazi se broj $n$ $(2 \leq n \leq 10^5)$.
U sljedećem retku nalazi se $n$ brojeva (ne nužno sortiranih) $x_i$, $(-10^8 \leq x_i \leq 10^8)$.
U posljednjem retku nalazi se $n$ brojeva $c_i$, $(1 \leq c_i \leq n)$, boje brojeva.
U svim testnim primjerima nalazit će se barem dvije različite boje.

## Izlaz

U jedini redak ispišite $n$ brojeva, redom kako su dani brojevi $x_i$, udaljetnost tog broja do najbližeg broja različite boje.

U 50% testnih primjera će vrijediti $2 \leq n \leq 1000$.

### Primjer ulaza

```
3
100 1 -100
1 2 3
```

### Primjer izlaza

```
99 99 101
```

### Primjer ulaza

```
3
3 1 4
1 2 1
```

### Primjer izlaza

```
2 2 3
```

**Primjer ulaza**

```
5
10 23 22 13 1000
1 2 1 1 2
```

**Primjer izlaza**

```
13 1 1 10 978
```

# Suma n-tog reda neparnih

Mirko je na putu prema Osijeku iz autobusa ugledao neobičnu piramidu formiranu od neparnih brojeva sljedećeg oblika:

```
          1
        3   5
      7   9   11
    13  15  17  19
  21  23  25  27  29
...  ...  ...  ... ...
```

Kako on voli tražiti uzorke tamo gdje ih nema, zanima ga koliko iznosi suma $n$-tog reda u toj piramidi.

Pomozite Mirku izračunati traženu sumu. Budući da može biti velika, ispišite je modulo $10^9 + 7$.

## Ulaz

U jedinom retku dan je broj $n$, $(1 \leq n \leq 10^9)$, broj reda piramide čiju sumu Mirko želi izračunati.

## Izlaz

U jedini red ispišite sumu $n$-tog retka piramide, ali modulo $10^9 + 7$.

U 50% primjera će vrijediti $n \leq 10^3$.

### Primjer ulaza

```
3
```

### Primjer izlaza

```
27
```

### Primjer ulaza

```
5
```

### Primjer izlaza

```
125
```

# Višekratna Struja

U Srebrogradu se dogodila poplava i svi električni kabeli su se pokidali. Zato je gradonačelnik Srebrograda pozvao električara Leona da mu pomogne vratiti struju svim kućama. U Srebrogradu se nalazi $n$ kuća označenih redom brojevima od 1 do $n$ te svaka kuća ima svoju cijenu spajanja $x_i$. Gradonačelnik srebrograda voli višekratnike i od Leona je zatražio da spaja kuće na sljedeći način. Kuću $i$ i kuću $j$ može spojiti električnim kabelom ako je $j$ višekratnik od $i$ i to spajanje košta $x_i$ srebrnjaka. Oprez, bitan je redoslijed.

Na taj način će kuća $j$ imati struju ako je neposredno kabelima spojena s kućom 1.

Leon zna da samo prva kuća ima struju i želi potrošiti što manje srebrnjaka tako da sve kuće imaju struju. Molimo vas pomozite Leonu i izračunajte koliko mu je najmanje srebrnjaka potrebno da spoji sve kuće električnim kabelima.

## Ulaz

U prvom retku dan je jedan broj $n$ $(1 \leq n \leq 10^5)$, broj kuća u Srebrogradu.

U sljedećem retku dano je $n$ brojeva $x_i$, $(1 \leq x_i \leq 10^9)$, cijene spajanja kuća.

## Izlaz

U jedini redak ispišite jedan broj, najmanju količinu srebrnjaka potrebnu da sve kuće dobiju struju.

U 50% testnih slučajeva će vrijediti $1 \leq n \leq 2000$.

### Primjer ulaza

```
5
4 2 1 3 12
```

### Primjer izlaza

```
14
```

### Pojašnjenje

Leon će spojiti kuće $(1, 2)$, $(1, 3)$, $(1, 5)$ i $(2, 4)$.

### Primjer ulaza

```
3
1 2 1
```

### Primjer izlaza

```
2
```

# Zlatograd

Grad Zlatograd dobio je novog gradonačelnika koji voli brojeve. Gradonačelnik je odlučio da kućni brojevi u ulicama moraju biti Fibonaccijevi brojevi. Svaki kućni broj mora biti iz skupa kod kojeg su prva dva člana 1 i 2, a svaki slijedeći se dobije kao zbroj prethodna dva (početak skupa je: $\{1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots\}$). Kao i u drugim gradovima, na jednoj strani ulice se nalaze kuće s parnim brojevima, a na drugoj one čiji su kućni brojevi neparni. Ako znate da je za numeriranje kuća neke ulice bilo potrebno $n$ brojeva, izračunajte koliko kuća se nalazi na svakoj strani ulice.

## Ulaz

U jedinom retku dan je broj $n$, $(1 \leq n \leq 10^{18})$, broj kuća u ulici.

## Izlaz

U jedini redak ispišite dva broja, prvo broj kuća s parne strane ulice, a zatim broj kuća s neparne strane ulice.

U 20% primjera će vrijediti $n \leq 15$,
U 50% primjera će vrijediti $n \leq 10^5$.

### Primjer ulaza

```
3
```

### Primjer izlaza

```
1 2
```

### Primjer ulaza

```
5
```

### Primjer izlaza

```
2 3
```

### Pojašnjenje

S lijeve strane ulice se nalaze brojevi 1, 3 i 5, a s desne 2 i 8.