

M009	<b>Funkcije više varijabli</b>	P	S	V	ECTS
		3	0	2	7

**Cilj predmeta.** Upoznati studente s diferencijalnim i integralnim računom realnih i vektorskih funkcija više realnih varijabli. Na predavanjima će se uvoditi osnovni pojmovi i obrađivati njihova svojstva, te ilustrirati primjerima, dok će na vježbama studenti usvajati odgovarajuće tehnike rješavanja konkretnih problema.

**Potrebna predznanja.** Diferencijalni račun, Integralni račun, Linearna algebra I.

### Sadržaj predmeta.

1. Realne funkcije više realnih varijabli. Prostor  $\mathbf{R}^n$ . Nivo-krivulje i nivo-plohe. Limes i neprekidnost.
2. Parcijalne derivacije i diferencijabilnost funkcije više varijabli, gradijent. Geometrijska interpretacija: jednačba tangencijalne ravnine i normale na plohu. Parcijalne derivacije višeg reda. Parcijalne derivacije implicitno zadanih funkcija i složenih funkcija. Usmjerena derivacija.
3. Vektorske funkcije. Diferencijabilnost vektorske funkcije više varijabli, Jacobijeva matrica. Diferencijali višeg reda. Rotacija i divergencija vektorskog polja. Potencijalna i solenoidalna polja.
4. Primjene diferencijalnog računa funkcija više varijabli: teoremi srednje vrijednosti, ekstremi i uvjetni ekstremi.
5. Višestruki integrali. Dvostruki integral na pravokutniku: pojam, svojstva, Fubinijev teorem. Dvostruki integral na općenitim domenama: definicija, izračunavanje. Teorem o zamjeni varijabli, polarne koordinate. Primjene dvostrukog integrala. Trostruki integral: izračunavanje, cilindrične i sferne koordinate, primjene.
6. Krivuljni integrali prve i druge vrste: definicija, svojstva, izračunavanje, primjene. Greenov teorem.
7. Plošni integrali prve i druge vrste: definicija, svojstva, izračunavanje, primjene. Teorem o divergenciji. Stokesov teorem.

### ISHODI UČENJA

R.b.	ISHODI UČENJA
1.	Prepoznati i objasniti fundamentalne pojmove diferencijalnog i integralnog računa realnih i vektorskih funkcija više varijabli, poput neprekidnosti funkcije, limesa, parcijalne derivacije i diferencijala funkcije, te višestrukih, krivuljnih i plošnih integrala.
2.	Računati parcijalne derivacije složenih funkcija, te funkcija zadanih implicitno i parametarski.
3.	Koristiti diferencijalni račun za računanje tangencijalne ravnine i normale na plohu, te u optimizacijskim problemima (lokalnih) ekstrema funkcija više varijabli.
4.	Računati površine i volumene koristeći dvostruke i trostruke integrale.
5.	Računati krivuljne i plošne integrale, te ih koristiti za računanje duljina, površina i volumena.

- |    |   |
|----|---|
| 6. | Povezivati pojmove matematičke analize kroz fundamentalne teoreme, poput Teorema o implicitnoj funkciji, teorema srednje vrijednosti, Teorema o zamjeni varijabli, Fubinijevog, Greenovog, Stokesovog i Teorema o divergenciji. |
|----|---|

## POVEZIVANJE ISHODA UČENJA, ORGANIZACIJE NASTAVNOG PROCESA I PROCJENA ISHODA UČENJA

ORGANIZACIJA NASTAVNOG PROCESA	ECTS	ISHOD UČENJA **	AKTIVNOST STUDENATA*	METODA PROCJENE	BODOVI	
					min	max
Pohađanje nastave	1	1-6	Prisutnost na nastavi, rasprava, timski rad i samostalan rad na zadacima	Potpisne liste, praćenje aktivnosti na nastavi	0	4
Provjera znanja (kolokvij)	3	1-6	Priprema za pismenu provjeru znanja	Provjera točnih odgovora (ocjenjivanje)	25	48
Završni ispit	3	1-6	Ponavljanje gradiva	Usmeni ispit	25	48
UKUPNO	7				50	100

**Izvođenje nastave i vrednovanje znanja.** Predavanja i vježbe su obavezne. Ispit se sastoji od pismenog i usmenog dijela, a polaže se nakon odslušanih predavanja i obavljenih vježbi. Prihvatljivi rezultati postignuti na kolokvijima, koje studenti pišu tijekom semestra, zamjenjuju pismeni dio ispita.

**Može li se predmet izvoditi na engleskom jeziku:** Da

### Osnovna literatura:

1. J. Stewart, Calculus 7th Edition, McMaster University and University of Toronto, Brooks/Cole, Cengage Learning, Belmont, 2008.
2. S. Kurepa, Matematička analiza 3: Funkcije više varijabli, Tehnička knjiga, Zagreb, 1984.

### Dopunska literatura:

1. Š. Ungar, Matematička analiza u Rn, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb, 2005.
2. B.P. Demidovič, Zadaci i riješeni primjeri iz više matematike s primjenom na tehničke nauke, Tehnička knjiga, Zagreb, 1986.
3. P. Javor, Matematička analiza 2, Element, Zagreb, 2000.
4. S. Lang, Calculus of Several Variables, Springer, New York, 1987.
5. M. Lovrić, Vector Calculus, Addison-Wesley Publ.\ Ltd., Don Mills, Ontario, 1997.