

|      |                         |   |   |   |           |
|------|-------------------------|---|---|---|-----------|
| M127 | <b>Mjera i integral</b> | P | V | S | ECTS<br>7 |
|      |                         | 3 | 2 | 0 |           |

**Cilj predmeta.** Studente upoznati s osnovnim pojmovima iz teorije mjere da bi bili osposobljeni za primjenu tih sadržaja u grupi predmeta koji se temelje na teoriji mjere i integracije.

**Potrebna predznanja.** Preddiplomski studij matematike.

### Sadržaj predmeta.

1. Uvod. Prebrojivi skupovi i osnovni topološki pojmovi.
2. Mjera. Problem mjere.  $\sigma$ -algebra. Mjera na  $\sigma$ -algebri. Vanjska mjera. Izmjerivi skupovi. Carathéodoryjev teorem. Lebesgueova vanjska mjera. Lebesgueova mjera. Cantorov skup. Lebesgue-Stieltjesova mjera. Prostor potpune mjere.
3. Integral. Izmjerive funkcije. Jednostavne funkcije. Svojstvo "skoro svuda". Integral nenegativne jednostavne funkcije. Integral nenegativne izmjerive funkcije. Levijev teorem o monotonij konvergenciji. Fatouova lema. Integral izmjerive funkcije. Lebesgueov teorem o dominiranoj konvergenciji. Veza Riemannovog i Lebesgueovog integrala.

### ISHODI UČENJA

| R.b. | ISHODI UČENJA  |
|------|--|
| 1.   | Objasniti osnovne pojmove iz apstraktne teorije mjere i integracije.           |
| 2.   | Iskazati i dokazati osnovne teoreme iz teorije mjere i integracije.            |
| 3.   | Opisati pojam i svojstva izmjerivih funkcija.                                  |
| 4.   | Objasni konstrukciju integrala.  |
| 5.   | Primijeniti teoreme o konvergenciji pri rješavanju konkretnih zadataka.        |
| 6.   | Objasniti vezu između Riemannovog i Lebesgueovog integrala.                    |
| 7.   | Primijeniti stečena znanja iz teorije mjere i integracije u drugim kolegijima. |

### POVEZIVANJE ISHODA UČENJA, ORGANIZACIJE NASTAVNOG PROCESA I PROCJENA ISHODA UČENJA

| ORGANIZACIJA NASTAVNOG PROCESA | ECTS | ISHOD UČENJA ** | AKTIVNOST STUDENATA*   | METODA PROCJENE  | BODOVI |     |
|--------------------------------|------|-----------------|--|--|--------|-----|
|                                |      |                 |  |  | min    | max |
| Pohađanje nastave              | 1    | 1-7             | Prisutnost na nastavi, rasprava, timski rad, samostalan rad na zadacima i kratke provjere znanja | Potpisne liste, praćenje aktivnosti na nastavi, zadaci zatvorenog tipa | 0      | 4   |
| Pismena provjera znanja        | 2    | 1-7             | Priprema za pismenu provjeru znanja  | Provjera točnih odgovora   | 25     | 48  |
| Završni ispit                  | 4    | 1-7             | Ponavljanje gradiva  | Usmeni ispit   | 25     | 48  |
| UKUPNO                         | 7    |                 |  |  | 50     | 100 |

**Izvođenje nastave i vrednovanje znanja.** Predavanja i vježbe su obvezne. Ispit se sastoji od pismenog i usmenog dijela, a polaže se nakon odslušanih predavanja i obavljenih vježbi. Prihvatljivi rezultati postignuti na kolokvijima, koje studenti pišu tijekom semestra, zamjenjuju pismeni dio ispita.

**Može li se predmet izvoditi na engleskom jeziku:** Da

**Osnovna literatura:**

1. D. Jukić, *Mjera i integral*, Odjel za matematiku, Osijek, 2012.
2. D. L. Cohn, *Measure theory*, Birkhäuser, 1980.

**Dopunska literatura:**

1. S. Mardesić, *Matematička analiza 2: Integral i mjera*, Školska knjiga, 1977
2. W. Rudin, *Principles of Mathematical Analysis*, Mc Graw-Hill, Book Company, 1964.
3. R. L. Schilling, *Measures, integrals and martingales*, Cambridge University Press, New York, 2005.
4. H. J. Wilcox, D. L. Myers, *An Introduction to Lebesgue Integration and Fourier Series*, Dover, New York, 1994.