

# Metodički aspekt abakusa

## Ivan Matić, Domagoj Ševerdija

### Sažetak

Abakus, osim što predstavlja općepoznato pomagalo u računanju, je izrazito koristan i prilikom učenja aritmetike te razvija dojam o brojevima i računanju. U ovom radu iznosimo prednosti učenja i računanja na abakusu u odnosu na korištenje računala ili obavljanja računskih operacija isključivo na papiru.

## 1 Uvod

Nastavna pomagala su neizostavan dio gotovo svakog sata matematike. Dok neka od njih služe za razvijanje geometrijskog zora ili za lakše memoriranje formula i postupaka, druga se koriste u cilju rasterećivanja učenika od provođenja dugih i komplikiranih računskih postupaka, koji u sebi često ne skrivaju dodatnu interesantnu problematiku, no ipak zahtjevaju punu koncentraciju. Posljednjih godina se primjena računala u nastavi ističe kao jedna od najzastupljenijih tema na skupovima nastavnika matematike. Primjena računala u nastavi ima brojne potencijalne prednosti te izaziva i mnoge polemike o obliku svog konačnog uvođenja u nastavu, a pronašla je i svoje zasluženo mjesto na stranicama MiŠ-a te zainteresirani čitatelj može više o njoj naći u interesantnim člancima [1] i [2]. Za razliku od računala, abakus neće samostalno obaviti račun umjesto vas, neće vam ponuditi sredstva za izradu raznoraznih šarenih prezentacija, no zato ima snažan doprinos razvoju dojma o manipuliranju brojevima, njihovoj veličini i odnosu. Također, dok će korištenje računala u potpunosti rasteretiti učenike od provođenja šablonskih postupaka i dugotrajnih uvježbavanja nemaštovitih makinalnih radnji, abakus će u tome pridonijeti samo djelomično. No, uloga abakusa je u tome da učenicima neinovativnu rutinu pretvoriti u slikovit i poticajan postupak koji mogu dijelom i sami kreirati. Time predstavlja prijelaz između računanja na papiru i računanja na računalu. Na određen način, taj prijelaz se može smatrati evolucijom svakodnevnog računanja.

Podsjetimo kako se nalazimo u godini evolucije. Sakupimo li na jednu hrpu sve poveznice nastave matematike i informatike s evolucijom općenito, na samom vrhu te hrpe će se naći upravo abakus. Iz toga razloga su se autori ovog rada opredijelili da na ovogodišnjem Festivalu znanosti održe radionicu na temu 'Abakus - prvo računalo', u kojoj su zainteresiranim učenicima osnovnih i srednjih škola prezentirali način rada na abakusu, zajedno s njegovim prednostima i manama. Nakon radionice, održane na Odjelu za matematiku Sveučilišta Josipa J. Strossmayera u Osijeku, interes za abakusom se proširio među dijelom kolega i

još nekim nastavnicima. Također su u međuvremenu nastali i radovi [5] i [6], izgrađeni na temelju problematike koju se pojavljuje u ograničenjima prilikom provođenja računskih postupaka na abakusu. Danas smo i sami iznenađeni koliko ta jednostavna i naizgled primitivna spravica skriva zanimljivosti i izazova.

U ovom radu želimo podijeliti naša iskustva stečena kako tijekom radionice, tako i u samim pripremama za nju. Također nam je namjera iznijeti brojne karakteristike abakusa koje su nam bile motivacija za Festival znanosti i daljnji rad koji je uslijedio. Mnoge od navedenih karakteristika predstavljaju i bitne značajke u nastavi matematike.

Napominjemo kako naš cilj nije potaknuti uvođenje abakusa u svakodnevnu nastavu matematike (ili informatike). No, već i najjednostavniji oblik abakusa može u potpunosti zamijeniti primjenu bojica ili raznobojnih štapića prilikom učenja zbrajanja i oduzimanja u nižim razredima osnovne škole. Osim toga, struktura abakusa i ograničenost prikaza znamenki je pogodna za računanje u različitim brojevnim sustavima. Napose, abakus predstavlja povjesno pomagalo pri računanju i učenju provođenja računskih operacija te možda i ključni korak pri razvoju današnjih računala, pa iz tih razloga zauzima istaknuto mjesto kako u metodici nastave matematike, tako i u njenoj popularizaciji. Time abakus svakako zasluzuje da svaki zaljubljenik u skrivene tajne matematike produbi svoje znanje o njemu.

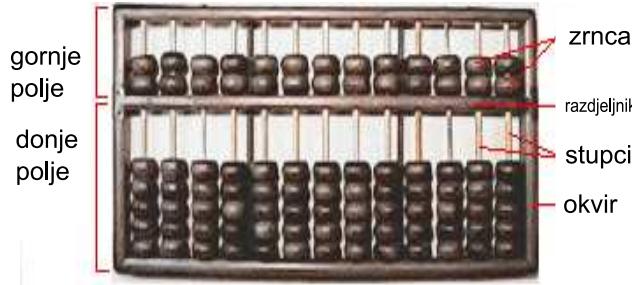
## 2 Kako abakus izgleda i kako na njemu raditi

Prije nego što krenemo s iznošenjem metodičkih značajki abakusa, smatramo kako ipak treba opisati njegove tehničke značajke. Naime, zasigurno ste vidjeli abakus na nekoj slici, a vjerojatno su mnogi od vas imali i prigodu vidjeti abakus uživo ili raditi na nekoj od njegovih inačica, no za razumijevanje njegovih prednosti je ipak potrebno pobliže ga poznavati.

Ovisno o primjeni i lokaciji, postoje mnoge vrste abakusa - preko običnog školskog (sa šarenim kuglicama koje doprinose živosti računanja), rimskog, ruskog (možda nama zemljopisno i najbližeg) sve do japanskog i kineskog. Opredjelili smo se za opis rada na kineskom abakusu, zbog njegove raspostranjenosti, pogodnosti za računanje u drugim brojevnim sustavima, ali i zbog dostupnosti internetskih programa koji simuliraju računanje na njemu [7] (dakle, i iz praktičnih razloga).

Kineski abakus se sastoji od drvenog ili metalnog okvira pravokutnog oblika, koji jedna poprečna letvica (razdjelnik) dijeli na gornje i donje polje. Kroz razdjelnik je paralelno nanizano nekoliko vertikalnih stupaca (obično drvenih) na svakom od kojih se nalaze zrnca (kuglice) - po dva u gornjem i pet u donjem polju. Stupci su glatki, tako da se zrnca mogu

nesmetano pomicati po njima. Broj stupaca varira ovisno o veličini abakusa, standardni kineski abakus ima 13 stupaca, no postoje abakusi i s čak njih 30. Ponekad su neki stupci drugačije boje, čime se obično naglašava mjesto decimalne točke.



Slika 1: Kineski abakus

Zrnca sa smatraju uračunatima ukoliko su pomaknuta prema razdjelniku, dakle zrnca iz gornjeg polja su uračunata ukoliko su pomaknuta prema dolje i obratno. Svako zrnce iz gornjeg polja ima vrijednost 5, dok svaka zrnca iz donjeg polja vrijedi 1. Na primjer, broj 8 se na određenom stupcu zapisuje spuštanjem jednog zrnca iz gornjeg polja i podizanjem triju zrnaca iz donjeg polja (naravno, radi se o zrncima koja se nalaze na tom stupcu). Redovi zrnaca najbližih okviru abakusa predstavljaju takozvana *kontrolna* zrnca, te se oni ne koriste prilikom rada u dekadskom brojevnom sustavu (no osnova su rada u brojevnim sustavima s bazom većom od 10).

Kao i inače, broj se zapisuje kao niz znamenki - nakon odabira stupca na kojem će biti zapisana bilo znamenka jedinica bilo vodeća znamenka tog broja, preostale znamenke se zapisuju na susjednim stupcima, na svakom po jedna. Korisnik može svojevoljno odabrati mesta za zapis promatranog broja, tj. uzastopne stupce na kojima će zapisati broj, ovisno o veličini promatranog broja, broja stupaca abakusa i potrebama računa. Spomenuta sloboda odabira također pozitivno utječe na kreativnost korisnika. U slučaju zapisa decimalnog broja, ponovno korisnik sam odabire poziciju decimalne točke.

U radu [5] je detaljno opisano provođenje osnovnih računskih operacija na kineskom abakusu. Slične upute se mogu naći i u radu [3]. Svejedno, ovo je sjajno mjesto da ukratko opišemo kako prenijeti postupke računanja s papira na abakus. Ljubiteljima računanja na ruskom abakusu i svima koji su ga vidjeli u trgovinama nekadašnjeg Sovjetskog Saveza preporučamo rad [4].

Dakle, ideja abakusa je prenijeti poznate tehničke računanja na jednostavno pomagalo, ne više od toga i ne na bitno drugačiji način, ali zato pridonijeti brzini i intuitivnosti rada.

### 3 Abakus nekad i danas

Svakodnevno smo bombardirani različitim reklamama - na njih nailazimo u novinama, postale su sastavni dio radio-programa, šareno tiskane reklame nam zapunjavaju poštanske sandučice, dok nam skupo osmišljene reklame uspješno presijecaju gotovo svaki film ili tv-seriju. vrijeme se često prikazuje takva reklama, radnja koje se odvija u maloj kineskoj prodavaonici antikvitetima. Nakon što se kupci, inače uglađeni ljudi koji za život zarađuju baveći se sumnjivim poslovima, natrpaju različitim artiklima, na trgovcu, starom Kinezu, je da im ispostavi račun. Kako bi pozbrajao cijene odabranih artikala, on se ne koristi blagajnom, niti optičkim čitačem bar-kodova na proizvodima. Ne, već on jednostavno i brzo ukupni iznos računa određuje na abakusu. Naravno, reklama nije savršena pa u njoj stari Kinez koristi ruski abakus (umjesto očekivanog kineskog), no poanta je jasna i upečatljiva - upotreba abakusa je i dalje prisutna u brojnim manjim prodavaonicama diljem Kine, Rusije (pogotovo u njenom azijskom dijelu) i kineskim četvrtima Sjeverne Amerike.

Iako je abakus ispaо iz korištenja u svakodnevnom računanju, gdje je evolucija računala preuzela glavnu riječ, ostao je dostatno pomagalo u računanju u različitim prigodama - operacijama s prirodnim brojevima ili s decimalnim brojevima s manjim brojem decimalnih mesta, kao što je npr. ispostavljanje računa u trgovinama.

Naravno da je napredak računala i kalkulatora imao presudnu ulogu pri razvoju računskih pomagala. Pridonio je lakšem, bržem i preiznijem izračunavanju u situacijama kada je to potrebno, nije više potrebno razmišljati o tehnikama računanja, jer su sada u potpunosti podređene korisničkim potrebama. Izuvez toga, korisnička sučelja su svedena na jednostavan i prigodan nivo, dok se rezultati računskih operacija mogu odrediti s proizvoljnom traženom točnošću. No, nemojmo umanjiti važnost abakusa, jer ipak je kalkulator baziран na principu istovjetnom onom koji se koristi prilikom računanja na abakusu. Također, nemojte pomisliti kako se na abakusu ne mogu izvršavati i precizni računi - naime, u Japanu postoji nekoliko stupnjeva majstora (master) abakusa, koji se razlikuju po broju decimalnih mesta na koji su sposobni računati koristeći abakus. Ipak, abakus nije pogodan za rad s nekim funkcijama koje su česte u strojarstvu, elektrotehnici, građevinarstvu, brodogradnji... Među takvim se izdvajaju trigonometrijske, logaritamske i eksponencijalne funkcije, čija posebnost je u tome što ne postoji niti dovoljno precizan algoritam za rad s njima na papiru te time niti na abakusu.

No, iako je prirodna evolucija računala svakako izgurala abakus iz upotrebe pri obavljanju velikih proračuna, još uvjek je prisutna raznovrsna korist od abakusa u današnjem školstvu te time i potreba za njegovim korištenjem.

Za razliku od kalkulatora i računala, abakusa razvija sposobnosti računanja te može odigrati važnu ulogu pri razumijevanju aritmetike. Upravo iz navedenog razloga je i dalje u upotrebu u školama diljem Japana, Kine i Rusije. I dok se svi možemo složiti kako u bespućima Kine i azijskom dijelu Rusije postoje brojne ruralne siromašne sredine gdje u školskim prostorijama nema niti struje (a kamoli računala), svima je jasno da nigdje u Japanu situacija nije takva. U dalekoj visokorazvijenoj zemlji izlazećeg sunca se modernizacija uvukla u gotovo sve pore društva, noseći sa sobom automotizaciju i informatizaciju gdje god je to moguće i ostvarivo. Ali, ne i u početke školovanja. Iako svako japsko kućanstvo ima računala, upotreba istog se ne nalazi u nastavnom programu najnižih razreda, već upotreba (naravno, japanskog) abakusa. Iz kojeg razloga? Obrazovnog, prije svega. Naučiti djecu manipulaciji s brojevima, prikazu brojeva, stvaranju jasnog dojam o veličini prirodnih brojeva i mogućnostima baratanja s njima te snalaženju na malom prostoru koji nudi abakus, prostoru za zapis brojeva koji je mnogo skučniji od onoga koji nudi jedan list papira.

Tek nakon usvajanja rada na abakusu, prilikom kojeg su učenici na vlastitoj koži osjetili svu težinu, raznovrsnost i moć računanja, popraćenu brojnim sitnim zamkama, dovodi ih se pred gotove računalne programe i sučelja. Osim razvijanja dječje kreativnosti i pravilnog pristupa provođenju računa, time ih se uči i cijeniti gotove programe koji potrebni postupak provode umjesto njih.

Abakus ne možemo u današnje vrijeme ograničiti samo na njegovu edukativnu svrhu. Postoji i situacija gdje je njegova forma i konstrukcija pogodnija od bilo koje druge.

Jeste li se ikada zapitali kako slijepi uče aritmetiku? Kako uče zbrajati i oduzimati? Poznato je da čitaju koristeći Breileovu abecedu, gdje prelazeći vršcima prstiju preko slova modeliranih od točkica spajaju riječi te iz kojih zatim nastaju rečenice, no računanje je nešto drugo. Iako su brojevi zapisani kao niz znamenki, gotovo niti jednu od osnovnih računskih operacija nije moguće provesti u takvom zapisu. Zamislite samo dijeljenje više znamenkastih brojeva, koje se sastoji od određivanja nekoliko parcijalnih umnožaka koje zatim treba potpisati na točno određeno mjesto i oduzeti. Kako bi netko slijep mogao sve to popratiti? Ali, osnovna ideja je jasna - slijepi se prilikom čitanja koriste čulom dodira, te se njime moraju koristiti i prilikom računanja. Jedini problem je u tome što su brojevi ipak na određen način kompleksniji od slova, i u manipulaciji i u zapisu. Slijepima je vrlo teško čitati zapis nekog računa na papiru, jer tada brojevi nisu zapisani slijedno, već određenim redom dolaze i potpisani s donje, pa se tek zatim nastavljaju s desne strane. Abakus upravo takav problem eliminira, jer na njemu znamenke uvijek dolaze zapisane redom, jedna za drugom - nema prostora na kojem bi se nešto 'potpisalo', takav broj se odmah dodaje ili oduzima. A kako ne bi došlo do zbrke i moguće zabune, među različitim

brojevima korištenim u računu se ostavlja po jedan slobodan stupac. Pogodnosti koje pruža abakus su široko prihvaćene u podučavanju slijepih aritmetici i razvijanju njihovog prvog dojma o brojevima. Nakon toga, ipak čitav postupak učenja dalje ide mnogo lakše.

## 4 Prednosti prikazivanja brojeva na abakusu

Iako učenici prilično lako usvajaju osnove zapisa brojeva na abakusu, shvaćajući broj kao niz znamenki, vrlo brzo i tu može doći do poteškoća. Razlog leži u tome što djeca zapisujući brojeve isključivo na papiru (ili školskoj ploči) ne razmišljaju o veličini tih brojeva niti o broju znamenki koji trebaju zapisati. Damo li djeci unaprijed zapisan broj, u principu će ga svi početi na abakusu zapisivati krenuvši od znamenke jedinica te se zatim pomičući za po jedno mjesto lijevo. Naravno, takav pristup nije pogrešan, no problem nastaje u slučaju da učenici nemaju ispred sebe već zapisan broj.

Tijekom radionice održane na ovogodišnjem Festivalu znanosti, učenici i osnovnoškolskog i srednjoškolskog uzrasta su automatski prihvatali prikazivanje brojeva na kineskom abakusu. Prikazivanje brojeva na abakusu im je bilo i novo i interesantno te su se ubrzo i sami uključivali u zadavanje primjera. Sve je išlo glatko dok se radilo o brojevima s najvise četiri znamenke ili brojevima koji su projicirani pred njima u svom decimalnom zapisu. No, svi se redom ustuknuli pred brojem od desetak znamenaka iskazanom riječima - npr. dvanaest milijardi tristo četrdeset i pet milijuna šestopedeset i četiri tisuće tristo dvadeset i jedan. Zašto je najednom broj 12345654321 takav bauk? Da li bi to bio i da djeca nemaju abakus pred sobom, već list papira i olovku? Zasigurno ne bi, jer prilikom zapisivanja broja na abakusu morate unaprijed znati točno odrediti gdje započeti zapis broja.

Takvi problemi ne nastupaju prilikom zapisivanja brojeva na papiru, jer u tom slučaju nema potrebe za razmišljanjem o broju znamenki, već se one samo zapisuju u niz (ali počevši s lijeva). No takav pristup ne razvija svijest o veličini brojeva te će samo rijetki time bez posebnog razmišljanja usvojiti koliko znamenki ima 10 milijardi, a koliko 17 milijuna.

Za razliku od zapisivanja na papiru, računalu ili kalkulatoru, prilikom zapisivanja brojeva na abakusu ne postoji tolika fleksibilnost određivanja mesta decimalne točke, preciznije određivanja položaja znamenke jedinica danog broja. Naravno da korisnik abakusa sam odabire s koliko će decimalnih mesta raditi, a u slučaju da nije siguran u točan broj znamenaka zapis može početi od krajnjeg lijevog stupca. No, takav pristup ne prolazi u slučaju rada sa slijedno zadanim brojevima. Tada će prvi broj možda i biti 10-

eroznamenkast te će se korisnik opredijeliti da ga zapiše na lijevih 10 stupaca, ali što ako se nakon njega u računu pojavi 12-eroznamenkast broj?

U svakom slučaju, za efikasno korištenje abakusa nužno je precizno prikazivati korištene brojeve, za što je opet nužno biti u mogućnosti unaprijed odrediti njihov broj znamenaka te položaj danih znamenaka na stupcima abakusa. Prisiljeni da unaprijed odrede položaje znamenaka, korisnici abakusa će vrlo brzo usvojiti ispravan dojam o veličini prirodnih i decimalnih brojeva. Osim toga, razviti će i sposobnost preciznog uspoređivanja danih brojeva, ne samo na način da će biti sigurni kako je 112 milijardi veće od 10 milijuna, već i na način da prvi broj ima 4 znamenke više od drugog te je veći za otprilike 10000 puta.

Jasno, u standardnom školskom računanju ne prevladava potreba za posebnim znanjem baratanja s brojevima od 10-ak i više znamenki, jer se prilikom toga koriste iste metode kao i u slučaju mnogo manjih brojeva te se je na njima dovoljno i ispraksirati. No velicine kojima smo danas bombardirani sa svih strana su upravo multiznamenkaste - svakodnevno možemo čuti za dug od 40 milijardi eura, 1000 hektopaskala, desetke milijuna potraga za radnim mjestima, brzinu od  $3 \cdot 10^8$  metara u sekundi, gomile telefonskih brojeva s kojima se susrećemo...

Ne usadi li se učenicima svijest o veličini brojeva, oni se svode upravo na telefonske brojeve - niz znamenki koji se najjednostavnije čita po dvije ili tri, tj. po slogovima. Radom na abakusu se potrebno znanje stječe brzo i, što je možda i važnije, na interesantan i zabavan način.

## 5 Računske operacije i slijepo računanje

Svjesni smo toga da se velik dio matematike uči na posve šablonski način, počeši od osnovne i srednje škole pa sve do fakulteta. Unatoč stalnim pokušajima približavanja matematike učenicima i studentima na problemski ili projektni način, čime se od njih traži i drugačiji pristup rješavanju matematičkih problema, učenje šablonskih postupaka je uvijek prisutno. Ipak brojni postupci pristupa nekom računu čine neizostavan dio nastave matematike, od prvih susreta učenika s tablicom množenja, preko rješavanja trigonometrijskih jednadžbi pa sve do fakultetskog gradiva.

Naime, svi kolegiji i predmeti vezani uz matematiku imaju u sebi i nešto šablonski. U tome nema ništa loše, svaki postupak koji možemo potcrtati kao tipski ili šablonski je direktni proizvod matematičke teorije te svakako zaslужuje biti iznešen i obrađen. Čak i tijekom studija matematike, prilikom auditornih vježbi se uvijek obrađuju pristupi rješavanju pojedinih tipova zadataka te oni obično predstavljaju i gradivo koje će studenti najprije usvojiti. Prilikom pripremanja za ispite će svi uredno pogledati kakvi zadatci se na ispitu

pojavljuju te na koji se način ti zadatci rješavaju. Naravno, od određenog broja učenika i studenata se ne treba niti očekivati da svladaju i preostalo gradivo, no upravo iz tih razloga se uvijek cilja da fond tehničkih postupaka zauzme dovoljan dio gradiva.

Kakva je prava veza spomenutih tehničkih postupaka računanja uklopljenih u standardnu matematiku i abakusa? Kako smo već i ranije naglasili, abakus nije naprava koja nadilazi svakodnevnu matematiku, naprotiv - abakus je uključen u nju te mu je osnovna namjena služiti kao pomoć i potpora. Iz tog razloga se i računanje na abakusu temelji na najstandardnijim računskim tehnikama, slijedeći jedan od najraširenijih pristupa u znanosti - primjenu već razvijenih metoda na novu situaciju. Prema tome, dio sveprisutnih tehnikalija svakako može biti pogodan za prilagodbu i prenošenje za rad na abakusu. Osim toga, zbog svoje konstrukcije i ograničenosti broja stupaca, abakus nije uvijek pogodan za sasvim direktno prenošenje provođenja osnovnih računskih operacija s papira te time razvija i sposobnost prilagodbe naučenih tehnika. Iako računi i dalje ostaju šablonski, zahtjevaju i drugačiji pristup. Time se ne mijenja nastavno gradivo, jer ukupna količina tehničkih postupaka ostaje nepromijenjena, ali pristup u njegovu izlaganju poprima drugu dimenziju, blago izlazeći iz standardnih šablonskih okvira.

Pri nekim računima ćemo se često koristiti znanjem aritmetike, koristeći razna lukavstva i trikove koji skraćuju ili olakšavaju račun. Na primjer, želimo li prirodan broj  $n$  pomnožiti s 999, to ćemo izvesti na način da prvo  $n$  pomnožimo sa 1000 (dodajući mu samo tri nule s desna), a zatim od dobivenog umnoška oduzmemo  $n$ . No, abakus je ponajprije zamišljen kao pomagalo u računanju svima koji o aritmetici ne znaju ništa ili gotovo ništa, dakle primjenjiv i onima koji o brojevima nemaju nikakav jasan dojam. Zato prilikom računanja na abakusu ne postoji preskakanje koraka niti pomicanje zrnaca unaprijed, što možda i usporava postupak, ali umanjuje mogućnost pogreške.

Pogledamo li neki (mrvicu komplikiraniji) račun koji je na papiru proveo netko drugi, brojevi korišteni pri tom postupku će nam izgledati kao nabacan skup znamenki. Kako bi ostvarili poveznicu među tim znamenkama je često nužno proći kroz čitav već provedeni postupak. Slično tome, pokušavamo li napamet provesti računski postupak koji se sastoji od više koraka, teško je precizno pratiti izmjene brojeva i tijekom toga smisleno posložiti sve korištene operacije. Razmišljanje postaje mnogo lakše ukoliko si možemo problem predočiti na slikovit način, koji je svakako daleko pogodniji od pokušaja zamišljanja uzastopnih koraka stavljenih na papir. I tu uskače abakus, jer se nakon određenog vremena rada na njemu javlja jasna slikovita predodžba računskog postupka. Osim toga, zamišljanje pomicanja zrnaca na stupcima i trenutno prikazane pozicije na abakusu je daleko lakše izvedivo nego 'slijepo' zapisivanje brojeva na papir. I u takvom razmišljanju mogu od velike koristi biti sitna lukavstva, no ona nisu nužna. A provođenje svih koraka redom će

ukloniti svaku nesigurnost.

Upravo iz navedenih razloga, mnogi stručnjaci u radu na abakusu su usavršeni i u mentalnom (slijepom) računanju, koje u Japanu zovu *anzan* (ili ànsuàn na mandarinskom). Mentalno računanje se provodi vizualizacijom abakusa (svejedno kojega, jer se računanje uvijek bazira na istim principima) te rješavanjem problema bez pokušaja određivanja krajnjeg rezultata unaprijed. Primijetimo kako je takav postupak ponovno svojstven upravo ljudima bez razvijenog znanja aritmetike, jer bi se u suprotnom obično unaprijed pogađao rezultat. Mentalno računanje je iznimno popularno u azijskim zemljama, te je jedan od razloga iz kojeg tamošnji roditelji i dalje forisiraju podučavanje djece radu na abakusima. Takva podučavanja obavljuju posebno obučeni učitelji sorobana i suanpana (japanskog i kineskog abakusa). Umijeće računanja na ovim abakusima je izrazito pogodno za prenošenje u mentalno računanje na vrlo visokom nivou.

## 6 Brojevni sustavi

opisati kako preko abakusa ucenicima pribлизити racunanje u drugim brojevnim sustavima, radeci upravo s kuglicama te odredjujuci broj 'kontrolnih' kuglica ovisno o traženom brojevnom sustavu

dodatno pojasniti prednosti takvog pristupa - prvo se naravno radi automatski, tj. makinalno, ali se potom (nakon odredjenog vremena, razumno kratkog) usvoji dovoljno dobro razumijevanje razlicitih brojevnih sustava

## Literatura

- [1] D. Glasnović Gracin: *Računalo u nastavi matematike, 1. dio*, Matematika i škola 46 (2008.), 10 - 15
- [2] D. Glasnović Gracin: *Računalo u nastavi matematike, 2. dio*, Matematika i škola 47 (2008.), 81 - 84
- [3] Ž. Hanjš: *Kako se nekad računalo. Kineski abak*, Matka, br. 10, 67 - 70
- [4] A. Ivir: *Kako se nekad računalo. Ruski abak*, Matka, br. 9, 5 - 7
- [5] I. Matić, D. Ševerdija, S. Škorvaga: *Numerička ograničenja kineskog abakusa*, Osječki matematički list (prihvaćeno za objavljivanje)
- [6] I. Matić, D. Ševerdija: *Grčko - kineski stil u teoriji brojeva*, Osječki matematički list (prihvaćeno za objavljivanje)

[7] [http://www.mathos.hr/~dseverdi/Abacus\\_web/](http://www.mathos.hr/~dseverdi/Abacus_web/)