

PRIČE OBITELJI MEDIĆ

Ljerka Jukić Matić, Ivan Matić



Osijek, 2021.

Izdavač:

Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku - Odjel za matematiku
Trg Ljudevita Gaja 6, Osijek

Odgovorna osoba izdavača:

Prof.dr.sc. Kristian Sabo

Tehnička obrada:

doc.dr.sc. Ljerka Jukić Matić, prof.dr.sc. Ivan Matić

Recenzenti:

Prof.dr.sc. Antoaneta Klobučar

Ekonomski fakultet, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku

Prof.dr.sc. Nikola Koceić-Bilan

Prirodoslovno-matematički fakultet, Odjel za matematiku, Sveučilište u Splitu

Lektorica:

Marina Tomić, prof.

Mjesec i godina objavljivanja publikacije:

listopad, 2021.

CIP zapis dostupan je u računalnom katalogu Gradske i sveučilišne knjižnice Osijek pod brojem 150419055.

ISBN 978 – 953 – 8154 – 17 – 1



Suglasnost za izdavanje ovog sveučilišnog priručnika donio je Senat Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku na 11. sjednici u akademskoj godini 2020./2021. održanoj 28. rujna 2021. pod brojem 31/21.

Priručnik se tiska uz novčanu potporu Ministarstva znanosti i obrazovanja.

Tisak: Studio HS Internet d.o.o., Osijek

Sadržaj

PREDGOVOR	iv
1 Obitelj Medić u zoološkom vrtu	1
2 Ključevi	7
3 Pripreme za državnu maturu	11
4 Lov na blago	14
5 Shopping	18
6 Dnevnik malog Medića	23
7 Tri Medića i beba	30
8 Crtice iz tramvaja zvanog munjara	36
9 Obitelj Medić u dizalu	44
10 Rođak Miško	63
11 Obitelj Medić u karanteni	87
12 Zecoubojica	117
13 Rješenja zadataka	138
14 Kategorizacija zadataka	180

PREDGOVOR

Priče obitelji Medić ispočetka su nastajale polako i stidljivo, (ne)nametljivo predstavljajući dio rubrike *Nagradni zadaci* u sklopu stručnog časopisa *Osječki matematički list*. Kroz desetak su godina izlaženja članovi obitelji Medić dobili jasnije karakterne crte te su i priče evoluirale prateći razvoj svojih likova.

Namjerno ili ne, ta savršeno nestandardna obitelj postaje kroničar tekućih zbijanja i njihovi su doživljaji često uklopljeni u situacije koje nas svakodnevno okružuju. Osim što im je namjera što lakše prebroditi uobičajene životne izazove, Medići se neće ustručavati na sebi svojstven način prokomentirati svima poznate događaje i pojedince.

Jednako kao što se brojne današnje situacije ne mogu pojasniti uobičajenom logikom, ni obitelj Medić nije moguće sasvim dobro razumjeti. Uostalom, kao ni većinu obitelji. Zato je njihova stalna povezanost s matematikom specifična na brojnim razinama te jednostavno mora djelovati motivirajuće na zaljubljenike u matematiku svih uzrasta.

Iako Medići možda nisu savršeni u raspetljavanju uobičajenih zavrzlama, nitko im ne može osporiti stalni trud i upornost. Zato oni znatno bolje plivaju u vječno uzburkanim vodama matematičkih izazova, a u ovom će priručniku biti zastupljeni upravo problemi pogodni za dodatnu nastavu matematike u osnovnoj i srednjoj školi, te za poučavanje pristupa rješavanju problema.

Autori

1

Obitelj Medić u zoološkom vrtu

Svanulo je subotnje jutro u kući četveročlane obitelji Medić. Lijepa, mirna, proljetna subota u rano svitanje. Mama i tata Medić su hrkali snom pravednika, umorni od višestrukih tjednih smjena u pilani i poduzeću, dok su djeca obitelji Medić, nekoliko godina starija sestra i jednako toliko godina mlađi brat, svaki u svojoj sobi pokušavali ignorirati stalne izmjene na društvenim mrežama. Ova se obitelj smjestila na strogoj periferiji centra predgrađa gusto iseljenog grada, udaljenog od metropole osam sati vlakom, šest sati autobusom te devetnaest sati njihovim automobilom.

Na blagom su suncu savršen mir remetili samo blaženi cvrkut lastavica i kradljivih svraka skrivenih na granama obližnjeg javora te zaglušujuća buka blanjalice za metal strica Vinka, brata tate Medića, koji je živio u istom gradu nekoliko ulica dalje, ali je većinu vremena provodio u njihovu susjedstvu. Malo je tko u širem susjedstvu mogao ostati ravnodušan na takav milozvuk u praskozorje. Neki od susjeda su razdragano pojurili pozdraviti vrlog radnika u mirovini, noseći u rukama različite palice i toljage. Najbliži od njih, vječno mrzovoljni susjed s druge strane ulice, u trku je papučom u obliku vepra zapeo o rubnik te završio glavom u vlažnoj živici, dajući tako Vinku sasvim dovoljno vremena za gašenje blanjalice i časni uzmak u kuću obitelji Medić.

Iako se susjedstvo moglo još i nadati kojoj minuti sna, takvo što je u domu obitelji Medić bilo neizvedivo. Najmlađi je član obitelji, već po dobrom starom običaju, stao inzistirati na ispunjenju jednog od materijalnih obećanja danih od strane njegovih roditelja. Ovaj se put radilo o obećanju danom prošle jeseni, s

ciljem kako bi ga nagovorili da s njima ode na proslavu 103. rođendana rođakinje Micike, šogorice po svekrvinoj strani. Obećanje se sastojalo od kupovine sladoleda s okusima maslina, grožđa i salame te od odlaska u zoološki vrt. Mislili su se nekako izvući samo sa sladoledom, no činilo se da danas obitelji Medić ne gine odlazak u zoološki vrt. Najteže je to padalo sestri najmlađeg člana obitelji Medić, koja je u svojem pomodarstvu dan ranije krenula u večernji izlazak već četvrt prije ponoći i tek se spremala leći. Brat je samo predložio da ju za vrijeme obilaska životinja ostave u kavezu s ljenjivcima, gdje bi se dobro uklopila svojim tamno iscrtanim očima, podužim noktima i kosom punom laka.

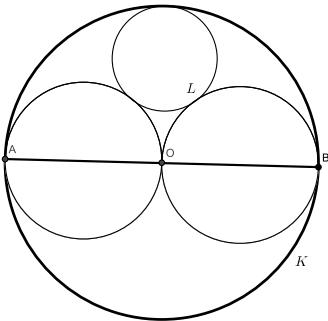
„Čuj, možda bi se moralо najprije do bankomata.” spomene tata Medić. „Ne znam imamo li dovoljno za ulaznice. Bude li i Vinko išao s nama, on će morati kupiti i jednu za izlaz, što povećava cijenu. Sestra i ti imate jeftiniji ulaz, ako se dobro sjećam cijene su prirodni brojevi i daju jednadžbu $40x + 60y = 500$.“

I tako su krenuli čim je tata Medić dovršio svoj tradicionalni lagani subotnji doručak koji se sastojao od vrlo raznolikih delikatesa: omleta, kajgane, jaja na oko, jaja u košljici te jaja sa slaninom u koja je uvijek dodavao sitno sjeckane paprike, papričice, papričetine i barut. Ukoliko vas zanima koliko jaja je utrošeno na subotnji doručak tate Medića, sumirajte sve kvadrate prirodnih brojeva koji se mogu zapisati u obliku $43^n + 6^n$, gdje je n prirodan broj.

„Nije zoološki vrt mjesto koje se svaki dan posjećuje”, zaključi tata Medić te prije polaska nabaci modernu tanku kravatu na košulju s uzorkom krizantema i navuče najbolje čarape ispod plastičnih sandala. Za to je vrijeme njegova supruga već u prtljažnik pakirala izletničke sendviče, gnjilo voće i banane za majmune te Wilerove goblene ukoliko joj bude dosadno.

Čim su ušli u zoološki vrt, Vinko je odjurio do svog dugogodišnjeg prijatelja koji je honorarno radio u zoološkom vrtu preko studentskog servisa zadnjih 26 godina, a upravo je bio zabavljen hranjenjem lavova. Veselo im je preko ograde ubacivao ostatke hrane s lanjske svadbe i musaku koju mu je žena spremila za ponijeti. Pri tome je i ruke raširenih dlanova prinosio glavi na način da je palcima dodiriva uši, a ostalim prstima mahao naprijed - nazad. Kako je prije radio kao zatvorski čuvat te pomoćni radnik u munjari, nekih se starih navika nikako nije mogao ostaviti. No, vrijeme između hranjenja provodio bi uvijek u promatranju životinja i rješavanju enigmatike.

Zato je odmah odvukao uspuhanog Vinka do terarija kružnog oblika i pokazao mu kako тамо skupčane leže kobra, anakonda i crvenkrpica, na način da svaka od njih dodiruje i preostale dvije i rub terarija, pri čemu je \overline{AB} promjer terarija K . Ako polumjer kruga L , kojeg čini skupčana crvenkrpica, iznosi 8 dm, koliko iznosi promjer terarija \overline{AB} ?



Slika 1.1: Terarij

Dok je Vinko bio zabavljen rješavanjem, ostatak je obitelji nečujno šmugnuo u drugom smjeru i stao u miru promatrati kaveze s tigrovima, pumama, jaguarima i kaguarima koje su svi veselo promatrali, a jedino se mama Medić stalno osvrtala iz bojazni da joj dingo ne ukrade dijete.

„Onaj ris ima tako lijepo trokutaste uši. Kada bi imale oblik pravokutnog trokuta, tada bi mogli dokazati da je $\log_{b+c} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$ ako su a i b duljine kateta, a c duljina hipotenuze”, dosjeti se najmladi član obitelji Medić. „Baš je tako izgledao onaj ris s kojim sam se susreo onomad na Risnjaku”, nadovezao se tata Medić. „Ma daj, molim te. Jedini ris s kojim si se tamo susreo je onaj kojeg si sanjao dok si poput Pinokija ležao ispod graba na početku šetnice. Nakon što si u Crnom Lugu uz ručak nazdravljao vinom, spavao si kao klada dok sam ja sama šetala Riječkom planinarskom transverzalom. A kasnije ti je u autu bilo muka tako da smo stajali i u Hribu i u Zdihovu i u Rimu.”, prepriča svima dogodovštinu mama Medić. „A ta cesta ide kroz Italiju? Sigurno je bilo i špageta i ristreta!” zainteresira se i pomalo razbudi kćerka obitelji Medić.

Zadatak 4

Nije baš bilo drago tati Mediću što mu je supruga tako upropastila priču, no raspoloženje mu se brzo popravilo. Naime, kod idućeg se kaveza, onog prostranog s visokom kućicom gdje su smještene žirafe, njegova supruga tako udubila u čitanje o podjeli žirafa na podvrste prema šarama i bojama krvna, da nije ni primijetila kako se žirafa sladi njenim novim slannatim šeširom kupljenim preko interneta na nagovor njene četvrte najbolje kolegice s posla od ukupno pet djelatnica pilane. Pogotovo je bio oduševljen kako je žirafa, da bi dohvatile šešir, vrat savila gotovo u obliku parabole. Ugledao je radnika koji je želio ograditi pravokutni prostor za novi vrt u žirafinom kavezu. Radnik je vukao kolut žičane ograde na kojem je pisalo da ima 80 metara. „Očito će tom žicom vrt ograditi s

triju strana, a kao četvrta će mu strana sigurno poslužiti ograda kaveza.” pomisli tata Medić. Koliku najveću površinu radnik može ograditi za novi vrt s danom žicom?

Zadatak 5

Dok je najmlađi član obitelji Medić zainteresirano promatrao kako njegova majka plasira salvu uvreda u smjeru žirafe i kako njegov otac to kriomice snima mobitelom i zamišlja žirafinu na buri osušenu vratinu, njegova je sestra oduševljeno pronašla klupu u hladu pored obližnjeg jezercu. Odlučila se tamo malo ispružiti i pokriti katalozima trgovačkih centara koje su dostavljali i u zoološki vrt, jer su svuda na sniženju bili hrana za mačke, afričke tvorove i tapire. Ostatak obitelji ostavio ju je neka se malo odmori te promatrao ptice koje su uživale na jezercu. Bili su tu crni labud, suri orao, žalosna sova i jedan poveći pelikan perja umrljanog tintom, poklon zoološkom vrtu od strane dosta poznatog mjesnog proizvođača nalivpera, kemijskih olovaka i poluautomatskih pušaka.

„Ajme meni, vidi onog pelikana! Koliki to kljun samo ima!” iznenadi se mama Medić. „To je kljuka, da je manja bila bi bruka!” dometnu stric Vinko koji im se upravo priključio u dalnjem razgledanju. Na to počne iz džepova otrcanog sakoa s pepita uzorkom vaditi brojne konzerve riba, bez kojih više nigdje nije izlazio radi stalnog straha od galopirajuće gladi za koju je nedavno čuo na večernjim vijestima. Otvarao je jednu za drugom konzerve sardina u voću, sardina u ulju, sardina u masti, sardina u čokoladi, vikao „Sardine sardine!”, čime je probudio svoju nećakinju, te sardine nevješto ubacivao pelikanu u kljun. Prije negoli su članovi obitelji Medić otrčali pred nadolazećim redarima čiji je zadatak paziti da posjetitelji ne hrane životinje, pelikan je uspio uloviti i natrpati u kljun sardina točno onoliko koliko ima znamenki iza decimalne točke u decimalnom prikazu broja $\frac{1}{1024000}$.

Zadatak 6

Kako bi se sklonili, ušli su u prvu zgradu na koju su naišli, omalone zdanje sastavljeno od četiriju suhozida ispresijecanih pvc stolarijom, natkriveno staklenim krovom, dušu dalo za uzgoj glodavaca. Uskomešane utrobe, tata Medić naslonio se glavom na jedan od kaveza, pri čemu je njegova moderna uska kravata provirila među rešetke. Sasvim dovoljno da ju dohvate sitni i oštiri zubi štakora koji su u tom kavezu ugodno provodili vrijeme. Kako ima pregolemu averziju prema štakorima još iz vremena kada je gledao treći nastavak Indijana Jonesa, jedini koji je prema njemu zbilja dobar radi neponovljivo logičnog spoja vitezova i oklopnih vozila, tata Medić razvezao je u hipu kravatu i uz veliko ju gađenje bacio u kontejner za odjeću. „Hajde tata, pa nisu tako strašni.” pokušavao ga je primirliti najmlađi član obitelji Medić. „U Kini ih jako cijene, štakor im je prvi znak u horoskopu, a godina koju dobijemo kad riješimo idući zadatak bit će iduća godina štakora.” nastavio je. „Zadatak ide ovako: Funkcija

Zadatak 7

$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ zadovoljava uvjete $f(4) = 6$ i $xf(x) = (x - 3)f(x + 1)$. Koliko iznosi $\frac{f(4)f(7)f(10)\cdots f(2017)f(2020)}{2020!}$? Više i ne slušajući pozorno sina, tata Medić izašao je iz nastambe te krenuo dalje stazicom.



Slika 1.2: Osvježenje

„Napokon!” uzviknu tata Medić primijetivši s lijeve strane omanji štand sa škrinjom za sladoled i hladnjakom za pića. U dva je skoka, poput antilope koja je brstila sijeno par metara dalje iza ograda, bio kraj hladnjaka te počeo prazniti policu s orošenim limenkama hladnog piva. Omanji pogureni starčić koji je prodavao osvježavajuće delicije neskrivena je osmijeha pitao: „Želi li gospodin nešto osim mrzle pive?” „Pa, sad ћu vidjeti s mojima, oni bi zahvalili neki sladoledić.” odvrati mu tata Medić, odloži limenke na mali pult te se nagnu nad škrinju. Izuvez smrznutih liganja i kraljevske mješavine povrća, tu su bili i sladoledi nogometnog uzorka, vodenkasti sladoledi vaterpolo uzorka, okrugli sladoledi pravljeni povodom prvenstva u boćanju, sladoledi pravljeni za vatrene navijače u šahu s Aljehinovim tetovažama za djecu te sladoledi za najzagriženije pratitelje prvenstva u nindža dominu. Premišljajući se koji bi sladoled bilo najjeftinije za kupiti, prenu ga glasni zvuk udarca. To je njegova kćerka, umorno provjeravajući neizostavne vijesti iz svijeta zabave na svom mobitelu, glavom zapela o drvo te sad nastavljala pretraživati zaslon mobitela ležeći. „Ta su deca danas tak zagrižena za mobitele da hodaju okolo slepa kak šišmiši, jaj jaj jaj.”

Zadatak 8

prokomentira stari prodavač zabrinuto odmahujući glavom. „Al šišmiši se zato mogu u prostoru orijentirati prema zvuku, kaj ne?” nastavi on, no tata Medić nije ga više slušao. Prislonio je hladnu limenku na kćerkinu novonastalu modricu te razmišljao kako bi šišmiš lijepo mogao spavati u kutijici oblika stošca. Izgledao bi baš kao polukugla. Ako uspravnom stošcu upišemo polukuglu čija osnovica leži na osnovici stošca, koliko iznosi kut pri vrhu osnog presjeka takvog stošca ukoliko je poznato da je omjer oplošja stošca i polukugle $12 : 5$?

Sada su svi sjeli na travu, u hlad palmi, cedrova i ariša, ne bi li se odmorili i osvježili. Vinko je umakao sladoled u konzervu tunjevine, mama Medić i njen sin promatrali su kako neka obitelj komadima pečenog pileteta s krumpirima donesenim u aluminijskoj foliji hrani sive vukove, a kćerka obitelji Medić drijemala je kraj drveta obraslog otrovnim bršljanom. Za to vrijeme, tata Medić nije mogao vjerovati koliko se komaraca okuplja oko njegovih limenki. Kako bi otvorio novu limenku, tako bi se broj novoprstiglih komaraca znatno povećao. Pomalo ih brojeći, došao je do idućeg zaključka: Ako komarce koji su doletjeli promatram kao brojeve, tada četiri broja čine rastući aritmetički niz. Prva dva od njih i četvrti čine geometrijski niz. Sad bi bilo dobro odrediti sve članove aritmetičkog niza ako se zna da je njegova razlika jednaka količniku geometrijskog niza.

Nakon što su sanirali kćerkine opeklane od bršljana te Vinku i sinu kupili šarene šećerne vate veličine cepelina, mama i tata Medić odlučili su da je vrijeme za krenuti kući, a putem natrag razmišljali su kako bi za idući ovakav izlet bilo dobro čekati godinu štakora i koliko će do tada biti željeza za izblanjati.

Zadatak 9

2

Ključevi

Dan je bio pomalo čupav, ali i sasvim sadržajan, pomislio je kratko tata Medić vraćajući se tromo svojoj kući u memljivo večernje praskozorje maglovitog travanjskog dana. Svoj je slobodan dan sasvim uspješno ispresijecao zabavnim sadržajima i još mu je jedino preostalo uvući se u šlafrok na cvitiće, natočiti piće te se zavaliti u neudobni naslonjač i gledati ilegalni tv program grickajući prezrelo voće. Parkirao je svoj isluženi trabant na susjedovu prilazu te pomislio kako taj nesretni dotepenec ima toliko sreće u životu - trava mu je uvijek zelenija, prvi susjed nije mu bliski rod, punac je vlasnik seoske birtije, a dobio je lako pamtljivi četveroznamenkasti kućni broj koji je potpuni kvadrat, sastavljen od dvaju različitih dvoznamenkastih potpunih kvadrata. Postoji samo jedan takav broj. Koji je to broj?

Zadatak 10

Malo je to ozlojedilo tatu Medića, no raspoloženje mu se naglo popravilo nakon što je, sasvim nehotice, oborio susjedovu kantu prepunu smeća, izvrnuo mu kompostaru te se sjetio kako su svi njegovi ukućani na putu. Kakav mu je samo osmijeh zatitroa na usnama kada ga je supruga krenula nagovarati da ona s djecom i stricom Vinkom ode u posjet tetki svekrvine šgorice u Štakorovec. „Ne puštaj ni glasa, a ja ћu ti složit sendvič”, rekla mu je supruga prekjučer, „Šutim dok ne pristaneš, ti pozovi društvo, a pobrini se i o vinu.” te nastavila tako sve dok ga nije nagovorila da im posudi Fiata tristača za taj izlet. Tada ga je još zamolila da danas ode i u trgovinu te kupi dva piva i vidi ima li jaja, a ukoliko ih ima neki ih kupi n , gdje je n znamenka jedinica zbroja $13^{25} + 4^{81} + 5^{411}$.

Zadatak 11

S obzirom da je bilo jaja, sada je zadovoljno iz prtljažnika vadio n piva te se spremao unijeti ih u kuću, kada je primijetio zanimljivo svojstvo broja svoje registarske tablice. Kada se prašinom zaprlja registarska tablica, dobije se

broj $12_{_ _}6$. Odredite znamenke koje nedostaju kako bi taj broj bio jednak umnošku triju uzastopnih prirodnih brojeva.

„Nekako s proljeća noć mi oči otvara, sve pametno uhvatim i nema dana da nešto ne zaključim,” pomislio je, te, dogegavši se do ulaznih vrata, krenuo prekapati po džepovima ne bi li našao ključ. A baš je tog jutra morao obući hlače s brojem džepova koji je jednak najvećoj vrijednosti izraza $ab + bc + cd + ad$ ako a, b, c i d poprimaju vrijednost 1, 2, 3 i 4, ali ne nužno tim redoslijedom, pri čemu također vrijedi $a \neq b \neq c \neq d$.

I nakon što je sve prekopao i detaljno pretražio, shvatio je da ključeva jednostavno - nema. Istog trena ga je oblio hladan znoj, usne su mu počele podrhtavati, kosa rijetka se kosa kostriješiti, a ispučala koža ježiti. „Kako li ću ući.” mislio je. „Što mi je činiti? Kartice su mi presjekli, novac koji sam imao sa sobom uspješno sam spiskao tijekom dana, pa hotel propada. Susjedi bi me primili kao mrav cvrčka u zimu, a osim toga - očito mi je ključeve netko otuđio i to bi drsko razbojstvo trebalo prijaviti.” U mah je isukao mobitel, nazvao točno vrijeme da provjeri je li pristojno sada zvati policiju, zatim nazvao informacije kako bi dobio broj policije pa strica Vinka da ga podsjeti da mu zapiše brojeve na izvlačenju tombole, a zatim i policiju. „Dobar dan, ovdje govorni automat prve i posljednje policijske postaje. Kako bismo potvrdili da nas zovete iz valjanog razloga, molimo Vas da nam prvo dokažete da među 10 složenih prirodnih brojeva manjih od 840 postoje barem dva broja koja nisu relativno prosta. Ukoliko želite prijaviti napad, ucjenu, mito ili korupciju, otipkajte broj 1233456, ukoliko želite prijaviti prijetnje pripadnicima manjina otipkajte 123456, ukoliko želite prijaviti nasilje nad životinjama ili povrćem otipkajte 123457, a ukoliko želite prijaviti pljačku, krađu, otimačinu ili otmicu otipkajte

11111111111111111111.“

Broj pokušaja nakon kojeg je tata Medić uspio otipkati točan broj jednak je onom broju čiji kvadrat, kada mu se doda ili oduzme 5, daje ponovno kvadrat nekog broja.

Napokon je tada počeo zvoniti telefon na drugoj strani. „Ma zazvonit će taj telefon i reći ću im onda...” mislio je tata Medić kada ga najednom s druge strane prekine glasno „Halo, tko je?!”. Uredno se predstavio te pojasnio trenutnu situaciju dežurnom službeniku Caju. Do u najsitnije detalje ispričao je kako ima osnovane sumnje da će dotična osoba koja mu je otuđila ključ zasigurno skrivena pod velom noći upasti u njegovu kuću i otuđiti mu zbirku rijetkih pivskih limenki, objasnio mu kako već nad gradom munje sijevaju, ispred njegove

kuće samo se jablani vide i da ga dežurni službenik uzalud pita ima li kod koga da ide.



Slika 2.1: Ključevi

„Pa dobro, gospodine, bojim se da malo ipak pretjerujete. Kako će lopuža ući ako vi stojite pred vratima? I, osim toga, što od nas želite da učinimo?” ispitivao je Caj preko telefona tatu Medića. Vidno uznemiren, dok ga je čitavo susjedstvo promatralo skriveno iza zavjesa svojih prozora, povika tata Medić u celularni telefon: „Pa, ako treba, pošaljite i svoje pse, neka sve još jednom pretraže i radite to strogo i često, zatvorite sve prolaze i uske a i ...” na što se najednom prekide veza s druge strane. „Ma ništa od toga, dobro da od svoje 18. izbjegavam plaćanje poreza, prireza, daća i dadžbina. Bolje da razmislim gdje sam mogao ostati bez ključa. Da vidimo, gdje sam sve bio danas...” Zatim je naš glavni akter provrtio čitav dan, sa svim zbivanjima i događanjima. Tako se sjetio da je rano jutros pojurio kod mesara Svinjoglavića kako bi mu vratio patku koja je bila žilava, baš žilava, te bi ostala praktički netaknuta da je se nije dohvatio sinov oposum Sladžani koji je od tada na intenzivnoj njezi sodom bikarbonom i nemasnim kiflama. Nakon toga odšetao se do tradicionalnog sajma antikviteta kojeg nije propuštao od kada je stric Vinko proglašen najskupljim i najekstravagantnijim eksponatom, što zbog dobi, što zbog uščuvanosti, što zbog neartikulirane blagoglagoljivosti. „Uh, kako sam tamo danas imao uspješan dan.” prisjeti se tata Medić. Prvo je pazario pletenicu domaće mangovnjače rađene po starom receptu prema kojem na kilu materijala ide kila i pol šećera. Onda je, na štandu pored kojeg je drijemao lokalni poštarski lakog sna, jeftino dobio predratni plastelin, koji je bio sav šaren i ljepljiv pod prstima, ali u to doba bio

Zadatak 16

je drugi zrak i druga su se nosila znamenja. Konačno, današnji obilazak sajma dovršio je kupovinom obilne porcije kruha s masnim ljutim papričicama, otmjeno umotanog u novinski papir na kojem se moglo usput i čitati o novim pobjedama nezadržive Jugoplastike. Danas je sve uspio kupiti zbilja jeftino, po cijenama koje odgovaraju rješenjima jednadžbe $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$ u skupu prirodnih brojeva.

Zadatak 17

Nakon toga je još svratio u dućan kod gospodina Lisca, gdje su zajedno proveli nekoliko sati u ugodnom razgovoru o stanju u Siriji i Abesiniji te u dokazivanju da vrijedi nejednakost $(a-1)(b-1)(c-1) \geq 8$, ako su a, b, c pozitivni realni brojevi takvi da je $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$.

„Eh da, pa sad sunce nije toplo kao nekad, više ništa nije kao prije. Bar je bilo dobro dok je trajalo.” komentirao je tata Medić sa starim prikom Liscem, prisjećajući se sada ugodno provedena dana i gledajući u zvjezdano nebo, moleći da netko ključeve vratи.

„Ustvari je dosta čudno da nisam ranije primjetio kako mi nema ključa.”, pomisli tata Medić. „Pa ipak je taj ključ na privjesku u obliku nuklearne podmornice na ugljen, s pripadnom posadom, torpedima i veličine aparata za gašenje požara.” Najednom mu zazvoni mobitel, a na ekranu se prikaže supruzina slika s neizostavnim Vinkom u pozadini. „Alo, mala!” javi se tata Medić, trudeći se prikriti nastalu situaciju. „Mala, moja mala, nemoj da brineš za mene. Ma da, vani sam još, znaš da čekam večer da bude mi hladno pa onda ležim cijelo veče u kadi u pjeni.” I dok je tako uspješno lagao, privuče mu pažnju da nije zatvorio poklopac gepeka. „Pa naravno”, dometne narogušeno, „od '78. kad sam pobjegao od kuće, kada je bila jesen i bilo je vruće, razmišljam kako bi taj poklopac trebao popraviti tako da može stajati otvoren dok vadim pivo bez da ga nešto pridržava.’ Potom shvati da poklopac prtljažnika njegova trabanta pridržava predmet baš nalik na modernu podmornicu. Te je večeri samom sebi obećao da će se odmah ujutro raspitati koliko zaista taj auto troši benzina u zimskim uvjetima i koji je limar najjeftiniji.

3

Pripreme za državnu maturu

„Rezultati pripremne mature iz matematike ponovno su poražavajući i netransparentni, pokazuju nedovoljnu ozbiljnost naših budućih naraštaja intelektualaca, poslovičnu neurednost pri ispunjavanju filigranski precizno pripremljenih testova u više boja negoli ikada do sada te naše učenike još jednom svrstavaju među red zemalja izvoznika antikne plastike i uvoznika trzalica za gitaru...” grmio je sa zvučnika LCD prijamnika u dnevnoj sobi obitelji Medić prvi pomoćnik potpomoćnika zamjenika za odnose s javnošću Centra za nebrojena uvijek isplativa istraživanja. Tata Medić promeškoljio se zamišljeno u svojoj staroj fotelji, počešao po bradi te dometnuo preko sobe stricu Vinku koji se, kao i gotovo svakog dana, u pravilu slučajno našao u posjeti obitelji Medić: „Pa ova je naša mala sada treći razred i nagodinu će na državnu maturu. Krajnje je vrijeme da reagiramo i natjeramo ju da počne s pripremama. Situacija je očito alarmantna.” „Bome raste dijete.” doda stric Vinko. „A bio sam uvjeren da broj njenih godina nije veći od površine jednakokračnog trokuta ABC , baze AB , duljine kraka AC jednake 5 cm i polumjera opisane kružnice $\frac{25}{8}\text{ cm}$.“

Zadatak 18

„Joj, opet ti i tvoje vječne matematičke smicalice. To si sigurno smisljao čitavo vrijeme dok je trajala epizoda serije *Bolnički pokvarenjak*, ali barem smo ju odgledali u tišini.” dometnu mama Medić. „Hmph”, srknut svoj čaj s pet kockica šećera stric Vinko, „pa bolnica je za bolesne, a nekad primaju i trudnice, ta neću valjda i pratiti serije takve tematike. No, recite mi sada nešto važnije - kako danas ide to s državnom maturom? Jel to u sklopu maturalne zabave?”

Uto projuri kroz sobu kćerka Medić, gotovo ne dižući pogled sa svog novog rabljenog mobitela manjih dimenzija, tek poput mape za likovni odgoj. Ostali članovi obitelji jedva su ju zaustavili u odlučnoj nakani da se zabarikadira u svojoj sobi kako bi provjerila aktualno stanje na Instagramu, Idimidođimiju i Facebooku te se raspitali što se u školi priča o državnoj maturi te koliko se toga mora polagati.

„Ma najzanimljivije je u vezi stranih jezika. Svatko od učenika obavezan je prijaviti maturu iz barem jednog stranog jezika, a u mojoj se školi uče tri strana jezika - engleski, ruski i laponski. Ukupno 280 učenika prijaviti će maturu iz engleskog jezika, 230 iz ruskog, 230 iz laponskog, 120 i iz engleskog i iz ruskog, 110 i iz engleskog i iz laponskog, 80 i iz ruskog i iz laponskog, a 50 iz sva tri jezika.” Koliko je učenika u njenoj školi?

„Prošle je godine izbila čitava afera kada se na krajnjem jesenskom roku u ožujku na ispitu iz Matematike pojавio zadatak da u računu

$$(TWO)(TWO + TWO) = EIGHT$$

Zadatak 19

treba zamijeniti slova odgovarajućim znamenkama tako da se dobije ispravan račun, uz napomenu da različita slova predstavljaju različite znamenke. Tu su u ogromnoj prednosti bili oni učenici koji uče engleski jezik, dok su se drugi našli u neravnopravnom položaju. Navodno su posljedica toga bile brojne smjene u Centru nakon kojih tamo radi više privremenih zamjenika v. d. 40 direktora, a od sedam tajnika trojica još uvijek lutaju hodnicima tražeći svoje uredne ruke punih registratorka i Toplana topnih sendviča.”

„Meni to sve izgleda jako ozbiljno.” umiješa se mama Medić. „Možda da joj platimo pripreme za maturu? Na oglasnoj ploči kod ribarnice reklamiraju kvalitetan tečaj priprema za maturu u Mrkom gradu, upisuje se i u radnu knjižicu, a ukoliko nisi zadovoljan rezultatima vrate ti povrat poreza. Odmah u blizini je i Udruga lihvara gdje možemo povoljno, skoro besplatno, podići kredit kako bismo platili tečaj i napokon kupili pretis-lonac kao vjenčani poklon za sestričnu nećakinje šogora moje kume. Tu udrugu vodi onaj fini čovjek koji je dokazao da je površina trapeza s dva prava kuta kojem se može upisati kružnica jednakog produktu baza tog trapeza.”

„Ma samo neka se priprema tijekom čitave jedne godine, ne treba pretjerivati”, komentirao je tata Medić. „Neka tijekom godine svaki dan riješi barem jedan zadatak, a da se ne bi premorila, svaki tjedan neka riješi najviše 12 zadataka.”, predloži on. „Vidi, vidi, pa onda će postojati nekoliko uzastopnih dana u godini tijekom kojih će riješiti točno 20 zadataka”, nadoveza se mama Medić. „Ma ti

Zadatak 21

znaš!” reče stric Vinko, no zatim malo razmisli pa doda: „U stvari si potpuno u pravu i to se može sasvim lijepo dokazati.”

Zadatak 22

Nastavi stric zatim:

„Eh, u neko davno doba nisi mogao proći ni na prijemnom ispitu za studij Pčelarstva i papučarstva ako nisi znao riješiti zadatke poput:

Odredite sva rješenja jednadžbe

Zadatak 23

$$(x^2 + 3x - 4)^3 + (2x^2 - 5x + 3)^3 = (3x^2 - 2x - 1)^3,$$

ili odredite realni parametar a za koji jednadžba

Zadatak 24

$$\frac{a-5}{x+1} - \frac{7+3a}{x-2} = \frac{2ax-5}{x^2-x-2}$$

nema rješenja. A danas su zadaci ko da ih je ovaj moj brat birao.” „Vinko, pa ne treba svoj djeci matematika podjednako, imaju oni nekad pravo i sami izabrati. Često je tobože zadatak i bolji od pravog zadatka.” ustvrdi mama Medić. „Tako je, sve to ovisi o njihovim željama, planovima, upornosti roditeljskog nagovaranja ili odgovaranja te o cijenama naftnih derivata.” potvrđi tata Medić.

Zadatak 25

„A što seka uopće želi studirati?” priputa najmlađi član obitelji Medić, koji se do tada ustrajno bavio trodimenzionalnom realističnom puzzle-slagalicom oblika ukošena nedovršena Eurodoma. „Pa, kad smo ju zadnji put to pitali, njen odgovor je bio NIHEFMGNBEFLAGBDR. Tvrdi da se pri tome koristila Vigenèrevom šifrom s ključnom riječi MATURA.” pojasniše mu roditelji.

„Hm, jel to ona šifra u kojoj se koriste samo slova engleske abecede, gdje A vrijedi 0, B vrijedi 1, C vrijedi 2, ..., Z vrijedi 25? A tekst poruke zapiše se bez razmaka i ispod njega se potpiše ključna riječ koliko je god puta potrebno te se zatim zbraja slovo sa slovom i kao rezultat uzima slovo koje odgovara ostatku pri dijeljenju tako dobivena broja s 26? Na primjer, ako tekst koji želimo šifrirati počinje s MEDO, a koristimo ključnu riječ MATURA, šifriranjem dobivamo YEwj (zbog Y = 24 = M + M = 12 + 12, J = 9 uz O + U = 14 + 20 = 34 = 1 · 25 + 9)?” raspita se mladi Medić. Roditelji potvrđno klimnuše glavama, na što on kratko promisli te zatim komentira: „Bolje joj je da onda čim prije počne s pripremama.”

Roditelji se pogledaše, slegnuše ramenima, a stric napokon odluči krenuti kući. Nakon toga im je mama Medić pripremila čaj od artičoke s medom od rododendrona te su, kako bi se opustili od te zahtjevne tematike, sjeli gledati opuštajući ratni vestern o osiguravajućim društvima u stečaju.

4

Lov na blago

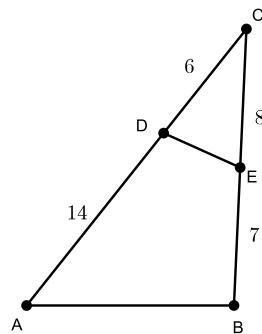
U jutarnjem izdanju *Večernjih savjeta naopacke za najljenije* stric Vinko uočio je neobičan oglas: „Organizira se lov na blago idućeg šestog petka u mjesecu, točno u dvanaest i podne. Prva nagrada - neluksuzno putovanje, ljepote Čazme, druga nagrada - kava bez predsjednika, treća nagrada - samo vlati korova”. U oglasu je stajalo da svi natjecatelji moraju imati između 9 i 99 godina. „Baš dobro”, pomisli stric Vinko, „neću biti najmlađi ovoga puta sa svojih 77 godina, ionako se osjećam poput dječarca s išijasom.” U oglasu je stajalo da svatko tko se želi prijaviti na natjecanje treba poslati prijavu bez slike i prilike s dugim opisom zašto bi baš on trebao sudjelovati. U slučaju prevelikog broja natjecatelja održat će se pred-pred-pred-predkvalifikacije.

Dan natjecanja stric Vinko dočekao je vidno uzbuden. Ustao je već u 11, popio natašte osam sirovih jaja jer je bio da tako rade junaci u filmovima, obukao novu plastificiranu trenerku iz provjerene kineske prodavaonice kraj propalog šoping centra, s pripadnim lakastim cipelama i krenuo. „Uh, koliko svijeta. Ko da sam u Portanovi subotom poslijepodne kad je vani lijepo i sunčano. Gospođo, pa što se gurate!?” viknuo je stric Vinko dami sa zelenim šeširom koja mu je nagazila lakastu cipelu marke Bbata. „Ima mjesta za svakoga.” „Nema gospodine, održavaju se pred-pred-pred-predkvalifikacije. Dobit ćemo neki užasni zadatak i sva sam kao na iglama.” velikom brzinom izgovorila je gospođa. Kad ju je stric Vinko bolje pogledao, bio je kako se baš i ne radi o pravoj dami te pomislio: „Napirlitana dosadna starica. Pa šta je došla ako ne može podnijeti izazov? Znam ja takve koji su na iglama. Ma da vidimo radije što je zadatak. Dan je pravokutnik $ABCD$ za kojeg vrijedi $|AB| = 2|BC|$. Na stranici \overline{AB} odabrana točka je M tako da je $\angle AMD \cong \angle CMD$. Koliki je $\angle CMD$?“

Zadatak 26

„Pih pa to sam mogao riješiti i zatvorenih očiju. Blago je moje, samo moje!”
 zlurado pomisli stric Vinko, smijuljeći se poput gladne hijene. Prva etapa lova na blago odvijala se na deponiju smeća, odmah u centru grada. Cilj je bio pronaći trag koji daje daljnje upute. Nakon mukutrpnog traganja, razgrtanja bačenih trenerki (od kojih su neke bile baš nalik na njegovu), kotlića, dječjih pelena, pelena za odrasle, stric Vinko pronašao je idući trag: „Ako je površina četverokuta $ABED$ prikazanog na slici 4.1 jednaka 63 cm^2 , kolika je površina trokuta DEC ?“

Zadatak 27

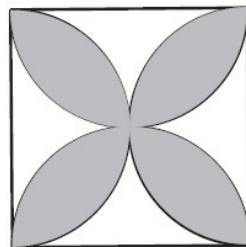


Slika 4.1: Zadatak 27.

„Aha, vidi vidi... četverokut, to je to! Slaganje! Pločice! Keramičarska trgovina iduće je mjesto, otkrio sam, otkrio sam!” poviše stric Vinko, a tada spoznavši da se odao, brzo otrči prema trgovini. „Još samo da otvorim sve te kutije i posložim slagalicu, onda sam opet u prednosti. He, he, he! Ipak je vlasnik moj stari prijatelj koji se obogatio švercajući gips i sir Karavan iz Mađarske.”

„I evo ga...zadnji dio.” Nakon što je složio i posljednji dio slagalice, stric Vinko pročitao je i idući trag: „Odredite površinu iscrtanog dijela na slici 4.2 ako kvadrat ima duljinu stranice 6 cm.”

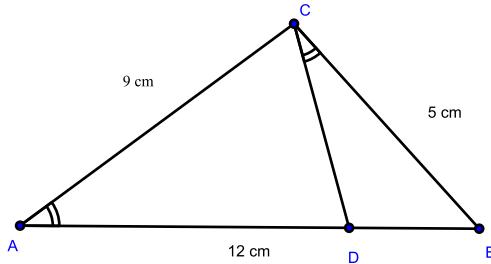
Zadatak 28



Slika 4.2: Zadatak 28.

Prema tom je tragu dalje trebalo tražiti u parku. Stric Vinko bio je dobar matematičar i briljantan potkivač, ali loš botaničar. Prvo nije znao na što se pod parkom misli. „Je li to Park prinčeva, Park mladeži, Park prirode ili park-iralište?” pitao se. Kad je otkrio da je to dio grada u kojem ima puno cvijeća i drveća, gotovo da je odustao od natjecanja. „Ja i cvijeće, hm, ahm...” Naime stric Vinko nije volio miris cvijeća, a bio je i alergičan na pelud. Kihao je i kihao, kihao je i kihao i tako izgubio dobar dio pluća i svu prednost koju je stekao pred ostalim natjecateljima. Idući trag vodio ga je sve dublje i dublje u park, no sreća mu se ipak nasmiješila, jer je trag bio njegova omiljena nedjeljna razbibriga (uz, dakako, sarmu): „Duljine stranica trokuta $\triangle ABC$, prikazanoga na slici 4.3, iznose $|AB| = 12 \text{ cm}$, $|BC| = 5 \text{ cm}$ i $|AC| = 9 \text{ cm}$. Za kutove vrijedi $\angle BAC \cong \angle BCD$. Izračunajte duljinu dužine \overline{CD} .”

Zadatak 29



Slika 4.3: Zadatak 29.

Nakon što je riješio taj zadatak i dobro se nasmijao natjecateljima koji su se mučili s rješavanjem istog, odlučio je sjesti na panj prekriven mahovinom te pogledati idući trag:

Zadatak 30

Treba grafički prikazati skup točaka ravnine određen sustavom nejednadžbi

$$\begin{cases} |x + 1| + |y - 2| \leq 3 \\ |x - 2| + |y - 2| \leq 3 \end{cases}$$

te pronaći u parku lonac za crnogorične zeljanice tog oblika, ispod kojega se krije posljednja zagonetka što vodi do ključeva trokolice kojom se ide za Čazmu.

„Baš me zanima i bi li itko primijetio da stavim lonac na glavu i provučem se neprimjetno kroz gužvu. Uh, evo novi problem: ,Dvije izvodnice uspravnog stošca visine $\frac{a}{2}$ zatvaraju kut od 60° i na osnovici određuju tetivu duljine a . Odredite kut kojeg izvodnice zatvaraju s osnovicom stošca.’ Tijela mi baš ne leže. A ne znam niti voziti trokolicu niti što je izvodnica.” razmišljaо je čitajući zadnju zagonetku. Uto se pored njega stvorila dama sa zelenim šeširom s početka lova. „Gospon, jel trebate pomoć? Ja sam odustala od natjecanja, bilo je tako zamorno

Zadatak 31

i uhvatio me giht.” „Ma ti ćeš mi pomoći.” promrmlja stric Vinko. „Pa naravno, ja obožavam stereometriju, tam je sve tak čoškasto ak nije okruglo. Dajte da vidimo što piše: ,Pravokutni trokut s katetama duljine $a = 12$ cm i $b=16$ cm rotira oko svoje dulje katete. Izračunaj oplošje dobivenog tijela.”

Zadatak 32

Iako nije pobijedio u lovnu na blago, stric Vinko zahvalio je dami sa zelenim šeširom na pomoći u rješavanju zadnje zagonetke čašom bezukusnog mlakog ledenog čaja koji se na izlazu iz parka dijelio sudionicima lova. Čaše su bile valjkastog oblika. „Fuj, šta to pliva u čaši?” Čaša je stajala na stolu, a površina tekućine bila je paralelna s ravninom stola. U čašu je bila uronjena kuglica obujma 65.45 cm^3 . Promjer otvora čaše iznosio je 6 cm, a njezina visina 8 cm. Kolika se količina te ogavne tekućine izlila iz čaše ako je prije uranjanja kuglice bila na visini od 7 cm?

Zadatak 33



Slika 4.4: Odmor

5

Shopping

Zadatak 34

„Kad sam ja bila mala, svijet je bio sasvim drugačiji. Ma kakve česte proslave, kakvi pokloni, kakve pripreme, a pogotovo nije bilo ovakvog razbacivanja slatkišima za svaku prigodu. Pa prijateljice i ja bile smo najsretnije kad bi neopazice maznuli par kockica šećera iz plastične posude od arkopala ukrašene jednogrbim jednorozima koja je stajala na kuhinjskom stolu spavaće sobe tijekom cijelodnevног ispijanja kave. Ako se dobro sjećam, te posude proizvedene u PRC (poljska republika cukora, nap. aut.) bile su oblika valjka, a kocke su šećera začudo tada bile oblika kocke. Jednom je kocka šećera imala brid duljine 8 cm pa sam ju obojila i isjekla na kockice čiji je brid imao duljinu 1 cm. Koliko je bilo kockica koje imaju obojanu barem jednu stranu? Hm... Eh, koji su samo biznis poljski trgovci tada imali s tim posudama kakve je svaka domaćica morala posjedovati i u vijek je vladalo nesmiljeno rivalstvo čija će posuda biti starija i istrošenija. Bilo pa prošlo, danas zato ima svega, ali sve prave ko ni sebi ni svom, kako bi konstatirao moj šogor.” Razmišljala je tako mama Medić, gotovo uopće ne snalazeći se u pregolemom prostoru prestižne prodavaonice koja se smjestila na periferiji od centra prema zapadu, poznate po tome da svatko od sreće sja kad od tamo izlazi.

„Kakva je to samo prodavaonica, velebno zdanje industrijske arhitekture građene pomoću kontejnera po izvorno njemačkim uputama koje nitko od domaćih nije mogao jasno prevesti. Čovjek bi se naprsto osjetio važnim kada bi tu ulazio.” zaključi mama Medić. „Divno je kada te preplavi taj neopisiv osjećaj važnosti kada zakoračiš u ovako svečan prostor i u mah te okruže buka klime, zvekanje novčića, momentalne neponovljive ponude vječno nasmijanih trgovaca i prodoranih plač djece koju roditelji zadnjim snagama vuku od polica strateški natrpanih igračkama.” Dok se tako sljubljivala s prodajnim prostorom koji je prekrasan,

dok na nebu zvijezde sijaju i osmijesi trgovaca prijaju svakom od nas, kraj nje protutnje kolica za kupovinu u kojima se nalazilo onoliko različitih artikala u obliku šišmiša koliko iznosi rješenje zadatka: s obzirom da je $63^3 = 250047$, odredite najmanji cijeli broj veći od 63 čiji kub završava na 47.

Zadatak 35

To ju je prenulo u stvarnost i podsjetilo zašto se danas uopće našla na tom mjestu. Zaista, približavalo se najljepše i najsvečanije doba godine koje se sastojalo od kratkih šest mjeseci uzastopnih slavlja i svečanih prigoda, a koje je sve valjalo obilježiti na dostojanstven način jer nije beg cicija. Zato je s odobrenim novim kreditom u ručnoj torbici od lažne kože pasanca, odobrenim u roku od dvije minute putem sms-poruke od strane probitačne čečenske banke, skupa sa suprugom krenula u trgovacu Meku svoga grada (ako vas zanima neviđeno povoljna mjesecna kamata u kojoj će uživati obitelj Medić, odredite koliko iznosi $f(93, 93)$, ako je $f(x, y)$ funkcija takva da je $f(x, 1) = x^2 + 59x$ i $f(x - 3, y - 4) = f(x, y)$). Široke ulice vodile su ih kroz grad, dok su drugi lutali i pili čaj. Pomalo su se osjećali i kao stranci u tom gradu dok su pored praznih propalih dućana tražili broj nove trgovine. No sve je to nestalo kada su stigli do prenatrpanog parkirališta i blještavog pročelja prizemne trgovine na dva kata s vinskom podrumom, koji su nju ispunjavali radošću, a suprugove oči suzama.

Zadatak 36

Nakon što je ostavila razdrganog supruga da traži parking, gospođa Medić krenula je uzeti kolica za kupovinu koja su se nalazila na samom ulazu u zatvorenu pekaru, ni pola kilometra daleko od prodavaonice. Putem do kolica mogla je uživati u blistavim izvedbama uličnog svirača balalajke, jodlačkog zbara i 40-eročlanog vokalno-instrumentalnog ansambla. Kako su joj kovanice trebale za kolica, sve je svirače i pjevače redom počastila novčanicama, pa neće se ukućani valjda ljutiti i predbacivati joj. Zatim je stala u red za kolica te ubrzo shvatila zašto toliko ljudi ulazi u prodavanicu bez njih, tovoreći kupljene proizvode u precijenjene vrećice od tanke plastike koje se prodaju na blagajni. Naime, kako bi se kolica mogla uzeti, trebalo je u njih ubaciti kovanica koliko iznosi zbroj prirodnih brojeva a, b, c takvih da je $ab + bc + ca$ prost i da vrijedi jednakost $\frac{a+b}{a+c} = \frac{b+c}{b+a}$. U mah je iz torbice isukala mobitel i nazvala supruga te ga pitala gdje je do sada.

Zadatak 37

„Ma nered na parkiralištu prejak je da se ne vratim tebi, borim se dušo, od bijesa gorim u sebi.” gundao je glasno tata Medić, osvjedočeni mrzitelj vožnje, parkirališta, trgovачkih centara i titlovanih sapunica. Kada mu je supruga pročitala zadatak vezan uz kolica, čulo se najprije glasno kočenje, zatim mrmljanje te nakon nekog vremena i točno rješenje i nekoliko prijateljski nastrojenih rečenica upućenih od strane tate Medića drugim vozačima koji su ga ciljano dekoncentrirali opetovano trubeći. „Eh, barem se malo opustio.” pomisli gospođa Medić te

Zadatak 38

ubaci odgovarajuće kovanice i oslobodi kolica, popraćena pljeskom izaslanstva Udruge potrošača koje je u blizini stajalo s nekoliko transparenata.

I tako se sada našla usred vreve i strke te se nastojala snaći u sveopćem metežu među krcatim policama. Izbjegavajući police kraj kojih je dopirao dječji plać te police kraj kojih su umirovljenici usplahireno usporedjivali cijene, mirovine i glaukome, uspjela se domoći polica sa slatkisima. Srećom, prigodni su slatkiši bili idealno posloženi, prema geometrijskom principu trapeza. Dijagonale tog trapeza $ABCD$ sijekle su se u točki S tako da je $|BS| : |SD| = 5 : 3$. Ako je razlika duljina osnovica trapeza jednaka 8 cm, kolika je duljina srednjice trapeza?

Iza nepreglednih redova lizalica u obliku lubanja, ušećerenih mumija, zombija s mentolom i kandiranih šišmiša, primijetila je naslagane čokoladne snjegoviće i sobove iza kojih su se naredala brojna crvena srca, dok su u pozadini sa staniola znatiželjno virili simpatični zečići pomalo sumnjivog roka trajanja. „Nije lako danas biti komercijalist, moraš čitav kalendar imati u malom prstu i dobro planirati unaprijed. Možda bih se trebala odmah opskrbiti za sve nadolazeće prigode, no opet, gdje skloniti sve te slatkiše?” lavovski se opirala gospođa Medić ponudi koju je uočila. Znala je da će se, ostavi li slatkiše negdje u kući, njih ubrzo dočepati Sladani, a sasvim joj je dovoljna muka koju prolazi tražeći mu njegovu omiljenu hranu *Nasmijani tobolčar* s blago dimljenim okusom vatrogasca. S druge strane, kada je zadnji put poklone sakrila u garažu, neslavno su završili pod nekvalitetnim gnojivom koje je stric Vinko jeftino nabavio na gnjilom tržištu. Tako je zaključila da je ipak bolje kupiti samo najosnovnije artikle po koje je i došla.

Sinova narudžba ne bi smjela biti problem, barem je dlakavih slatkiša u obliku pauka bilo svih boja i veličina. Malo se namučila dok je našla slatkiše koji prikazuju podred Mygalomorphae, no prvi je zadatak bio uspješno obavljen. Njeno je zadovoljstvo postalo tim veće što je na susjednoj polici pored Zubnog konca, vodice za usta s okusom šljivovice i ljepila za zlatne zube pronašla i zamjenske vampirske zube veličine za dječake od 10 do 14 godina s pripadnim šiljilom za očnjake. Znala je kako će time biti upotpunjena maska njenog sina za razrednu zabavu povodom Noći vještica. Bombone koje će dijeliti maskiranoj djeci iz susjedstva koja će uvečer obilaziti kuće nije trebalo kupovati jer je za ovu godinu Vinko priredio nekoliko vrećica kamenih bombona iz Bačke Palanke koji su nakon nekoliko desetaka godina stajanja u njegovu vlažnom podrumu sasvim opravdavali svoj naziv, a njegovu su kuću djeca iz susjedstva ionako zaobilazila u širokom luku.

S kćerkinim narudžbama bilo je nešto više posla. Obišla je nekoliko polica, tri pulta za informacije, detaljno pregledala internetski pretraživač i večernji oglasnik, dok je napokon uspjela naći gdje u trgovini stoji crna šminka za lice s uputama za konstrukcije pravilnih mnogokuta sa središtem opisane kružnice u zjenicama. Posebno joj je pažnju privukao priloženi nagradni zadatak proizvođača šminke testirane na raskunima gdje je trebalo konstruirati jednakostraničan trokut ako su zadani pravci p i q te kružnica k , tako da jedan vrh tog trokuta leži na pravcu p , drugi na kružnici k , a visina trokuta pripada pravcu q .

Zadatak 39

Odabir se odgovarajuće crne boje za kosu pogotovo razvukao: trebalo se opredijeliti između gotički crne, barokno crne, rokoko crne, novozelandsko crne, Benin crne, Malavi crne i Jamajka crne, unatoč tome što su joj sve izgledale jednakocrne. Tješila se kako će njenakćerka na prigodnom tradicionalnom tematskom maskembalu kojem će prisustovati na samom kraju mjeseca barem biti posve uklopljena među ostale veselo mračne maske, što se možda i ne bi moglo reći prilikom njenog svakodnevnog korištenja sličnih preparata i šminki prema najnovijem trendu stiglom kod nas direktno iz lanjskih kurdske modnih žurnala za mlade. A pojasniti im kako te prijedloge i nije nužno slijepo slijediti jest ponekad i mnogo teže nego dokazati da vrijedi nejednakost $|3x - a| \geq |3x| - |a|$.

Zadatak 40

Potpavši u kolica i desetak laserskih fenjera s ljepilom za mramor, gospođa Medić primijetila je kako se sasvim približila pokretnim stepenicama koje su vodile prema dolje, u čuveni podrumski dio gdje su se, uz bogatu ponudu barikiranih visokokiselih vina pakiranih u tetrapake, nalazili uvozni parfemi te kičasti nakit. Sjetila se suprugovih upozorenja vezanih uz te stepenice i taj dio trgovine. „Osiguranje kaže ,prodji‘, novom dugu kažeš ,dodi‘. Svi prodavači ti mašu, svi trgovci te vole, kada kreneš prema dole.” često je on ponavlja. „Ma sebičan je godišnje s dva mala poklona, pisana je i meni glavna rola, prodavačici će karticu znati i sama dodati.” pomislila je te učinila mali korak za čovjeka, ali velik korak za kućni budžet, zakoračivši na pokretne stepenice.

Uslužni su prodavači odmah uskočili s brojnim pitanjima kako bi mogli pomoći, biti od utjehe i koristi. „Samo malo, malo Hooopa!, samo kap parfema tražim”, jedva je prozbora gospođa Medić, shvativši da upada u potrošački vrtlog kojemu se nije moguće oduprijeti. Nekoliko potrošenih rata kredita kasnije, izašla je na parking puna uzoraka nakita i samopouzdanja, primijetivši kako se njen suprug upravo uparkirao između mjesta predviđenih za kupce koji imaju gmažove za kućne ljubimce i mjesta za one koji dolaze motorkotačima. Zadovoljstvo je zbog nađenog parkirnog mjesta s lica gospodina Medića izbrisano čim je u supruzinim rukama uočio silne vrećice s mondenim natpisima. Od iznenadenja mu je iz ruke ispao ključ od automobila čiji je privjesak, opisan



Slika 5.1: Može li na rate?

Zadatak 41

u pretprethodnom broju, poklopio iguanu koju su upravo iznijeli iz susjednog vozila. No razveselilo ga je kada je ispod supruzine ruke vidio šareni tetrapak bljutave vinčine njegove omiljene marke. Sam crtež na tetrapaku odmah ga je asocirao na problem određivanja znamenke jedinice zbroja $1! + 2! + \dots + 14! + 15!$. „Pa, raspisivat ću,” pomirio se sa sudbinom tata Medić, „u čaši nek razlige se broj. Kad već ona ne razumije moje preklinjanje i trošenje jače je od nje.” zaključio je te slegnuo ramenima i sjeo natrag u automobil.

6

Dnevnik malog Medića

Dan prvi

Svake godine isto. Počinju proljetni praznici i svi bi se trebali veseliti te u tako razdražanom raspoloženju dočekati početak ostatka školske godine. Kao i uvijek, naše veselje treba pretočiti u neizostavnu literarnu djelatnost koja će pratiti naše pitoreskne događaje iz dana u dan. Ponekad se pitam živim li previše dosadno. Uglavnom jedvam skucam dovoljno materijala da bih popunio predviđenih 76 stranica dnevnika za ovih devet dana praznika, dok drugi proživljavaju neponovljive događaje. Prošle mi je godine bilo grozno neugodno čitati dnevnik nakon što je zapise svojih doživljaja pročitala Sanja Anja Rea Milena Ana, čiji je broj posjećenih država tijekom praznika obično na dlaku jednak broju imena koje su joj ponosni roditelji dodijelili (moj se tata uvijek pita imaju li njeni inicijali veze s inventarom na tim putovanjima). I Grozdanovi su doživljaji uvijek posebni, meni mahom nezamislivi. Pogotovo lanjsko jedrenje na nosaču aviona u Piratskom zaljevu ili ljetni obilazak ljepota Sirije.

Kad bih znao da me učiteljica neće prozvati da pročitam svoje zapise, možda ih ne bih niti napisao. No to je sad već jako teško, s obzirom da nas je u razredu samo petero. Zamislite, od ukupno je 25 učenika u razredu njih 20 tijekom ove školske godine sa svojim roditeljima preselilo na otoke primamljivih boja, prepunučenih ovcama i neodoljivim ponudama poslova za koje su idealno pripremljeni upravo radnici iz naših krajeva. Ovako se moram svojski potruditi, ali trebam istovremeno biti ponosan što moja obitelj dobro gura ovdje. Mamin je novi posao u obližnjoj pilani sasvim dobro plaćen i cijenjen, a napokon se isplatila i investicija strica Vinka u najbolju motornu pilu marke Štal koju joj je poklonio prilikom zaruka. Situacija je ovakva: od ukupnog broja upisanih učenika u više razrede osnovne škole (od 5. do 8. razreda), na početku školske

Zadatak 42

godine bilo je 46% djevojčica. Tijekom godine je školu napustilo 15 djevojčica i 35 dječaka pa su na kraju školske godine djevojčice činile 48% polaznika viših razreda osnovne škole. Koliko je ukupno bilo upisanih učenika u više razrede osnovne škole na početku školske godine? Koliko je na kraju školske godine bilo dječaka?

Nadam se da će praznici biti dovoljni da riješim zadatak koji nam je zadala nova učiteljica koja mijenja učiteljicu koja je na izdržavanju trudnoće, a koja je zamijenila učiteljicu koja je na porodiljnom, koja je došla umjesto učitelja koji je emigrirao samo nekoliko dana nakon što je zamijenio učiteljicu koja je nakon nepunih 36 godina rada shvatila kako taj posao nije za nju te se priča kako sada mlati pare u privatnom sektoru zarađujući na crno instrukcijama iz 14 predmeta, radeći ponekad i s grupom od 60 učenika.

Nova je učiteljica simpatična, napokon jedna mlađa (tek je nedavno diplomirala i istovremeno napunila 50), a kao razonodu zadala nam je da pokažemo kako svaki prirodni broj oblika n^2 ima neparan broj pozitivnih djelitelja, gdje je n cijeli broj. Iako je tata odmah rekao da su za takav problem potrebne trigonometrijske metode, potrudit ću se razuvjeriti ga. Idem probati...

Dan drugi

Shvatio sam kako ću prvi put za vrijeme praznika tijekom dana vrijeme uglavnom provoditi sam kod kuće. Lijepo je što sam već dovoljno velik za to. Mama je rano ujutro otišla u pilanu, što mi je uvijek čudno kada joj je radno vrijeme od 10 do 22, no rekli su mi kako sam još premali da bih to shvatio. Tata ne odustaje od rituala odlaska prije i poslije posla u obližnji kafić kod Gnjidaršića na razvodnjenu kavu i razgovor o stanju u Sjevernoj Koreji i o propadajućim koncernima. Moja sestra uvijek ima prilično popunjena raspored jer će joj sada svaki dan biti ispresijecan obavezama: instrukcijama iz prirodnih znanosti, instrukcijama iz etike, instrukcijama iz vjeroučstva, instrukcijama iz tjelesnog, treninzima tenisa, instrukcijama za treninge tenisa, fakultativnim učenjem turskog jezika, instrukcijama iz turskog jezika, instrukcijama iz premanja materijala za literarnu sekciju, odlascima na pilates te odlascima na instrukcije iz pilatesa. Ako vas zanima koliki udio mjesecnih primanja mojih roditelja odlazi na navedene aktivnosti, odredite najveći sedmeroznamenasti broj djeljiv s 11 te ga podijelite s 10^7 .

Jedino bi se po kući mogao muvati stric Vinko, a kako ne bih želio da me on previše ometa, jutros sam ga, onako usput, pred kućom gurnuo u koprive. Bio je isuviše zauzet promatranjem svađe kod susjeda da bi me primijetio, pa će sada neko vrijeme biti zabavljen stavljanjem obloga. Kada su ga vidjeli kako se koprca i čuli njegovo beštimanje, susjedi su prestali sa svađom i promatrali

Zadatak 43

Zadatak 44



Slika 6.1: Kod Gnjidaršića

daljnji razvoj događaja sa smješkom na licu. Mislim da bi se moj postupak mogao okarakterizirati i kao spajanje ugodnog s korisnim.

Najavili su da će idućih dana biti lijepo vrijeme, baš se veselim što će se moći nalaziti vani s frendovima pa ćemo se igrati na svježem zraku novih igara na tabletima, svaki na svom uređaju i sa slušalicama u ušima kako ne bismo jedni druge ometali.

Dan treći

Unatoč drugačijim najavama, danas se smrzavamo na -5, a počeo je lepršati i snijeg. Baš neočekivano, ali odrasli kažu da se i to događa. Jutros je tata odvezao strica Vinka na kožni odjel opće bolnice, a moja sestra otišla se naći s prijateljicama da razglabaju o doživljajima s instrukcija.

Veći dio dana proveo sam gledajući televiziju. Kasnije sam shvatio kako sam šest puta pogledao istu epizodu jedne dosta popularne serije, na nekoliko različitih programa. Posebno je zanimljivo što ni na kojim dvama programima ta epizoda nije išla u isto vrijeme. To me podsjetilo na domaću zadaću da pokažem kako među bilo kojih 7 prirodnih brojeva postoje dva broja čija je razlika djelična sa 6.

Zadatak 45

Zadatak 46

Mama se danas vratila ranije s posla, neki se radnik malo ozlijedio pa su vlasnici odmah pozvali nekoliko pravnika, stečajnog upravitelja, dostavu pizze i umirovljenog liječnika, a druge radnike pustili su ranije doma. Iduća su dva dana neradna pa je mama odmah krenula odmrzavati prasetinu, šape i francusku salatu. Mene je poslala kupiti svježi kruh, ali u pekari su imali samo kukuruzni.

Dan četvrti

Temperatura se spustila na -10 , a snježni je pokrivač vani debeo 20-ak centimetara. Tata je negodujući otišao vratiti zimske gume na auto, što nije bio problem jer, unatoč neradnom danu, svi vulkanizeri rade punom parom i trljaju ruke, valjda zbog zime. Dok je čekao da mu zamijene gume, od snijega je izradivao prizme i proučavao njihove presjeke. Uspio je dobiti i pravilan šesterokut pa je odmah počeo računati. Ako je brid baze pravilne šesteroprizme dug 8 cm , a visina prizme dvostruko kraća od osnovnog brida, koliki je obujam piramide kojoj je površina baze jednaka površini baze zadane prizme, a visina jednaka visini zadane prizme? Nije ponio rukavice pa su mu se prsti toliko smrznuli da nije mogao voziti nazad kući. Vratio se taksijem koji je, zbog neadekvatne opreme, tijekom vožnje četiri puta izletio, a onda ga je morao, s preostalih osmero putnika, još i čupati iz snijega.

Zadatak 47

Odmah smo poslije ručka, hladne prasetine i tople francuske salate, išli u posjet stricu Vinku koji je zadržan u bolnici, iako mama tvrdi da si je on preko nekih veza sredio ležanje ondje kako ne bi morao doma paliti grijanje. Uspjeli smo ga naći dosta brzo jer, ako se bolnica postavi u koordinatni sustav, njegov odjel odgovara točki koja je simetrična točki $T(3, 10)$ s obzirom na pravac AB , gdje je $A(-6, 9)$ i $B(4, 1)$.

Zadatak 48

Moja se sestra izgubila putem jer je na ulasku u bolnicu promatrala oglase za instrukcije tražeći na koje još nije išla, a zatim je krivo skrenula te provela nekoliko sati tražeći izlaz. Srećom, osoba koja daje instrukcije za izlaz iz bolničkog kruga bila je slobodna u to vrijeme pa joj je izašla u susret. Jedino su instrukcije neradnim danom ispale duplo skuplje.

Dan peti

Prijepodne sam promatrao dječake iz susjedstva kako prave ledenu skulpturu ispred kuće strica Vinka. Jako su se potrudili te, znajući za njegovu naklonost matematici, modelirali skulpturu u obliku kugle presječene dvjema daskama. Ako zamislimo da su te daske dvije paralelne ravnine udaljene 3 cm te da sijeku kuglu u krugovima s radiusima r_1 i r_2 , tada je manji radius $r_2 = 4\text{ cm}$, a veći je radius ujedno i radius kugle. Koliki je radius kugle? Osjetno im je nedostajao, ipak im je omiljena snježna razonoda bila gađati ga dok pokušava očistiti snijeg na ulici ili se prikrada stražnjem ulazu bratove kuće. U veljači im je uzvratio

veselo zavitlavši u njihovom smjeru lopatu koja je zapela za skije privezane na krov bijelog terenca ukrašenog potkovom, djetelinom i zećim šapama, u vlasništvu susjeda privatnog poduzetnika. Pošto susjed nije skinuo skije s krova auta otkad ih je kupio, još nije niti primijetio nastalu štetu.

Počeo sam čitati lektiru. Napokon jedna zanimljiva knjiga, autor je lokalni pisac u usponu, briljantni disleksični 12-godišnjak. Proza u stihovima, bez rime i interpunkcije, lako se čita, a nema ni puno likova - jedva da se pojave dva do tri nova po stranici. Knjiga je moderno pisana, u devet nastavaka zajedno uvezanih izolir trakom i kvalitetnom guminicom za dunstflaše.

Dani praznika prolaze mi brzo, nisam se niti stigao čuti s nekim od prijatelja. Jedino sam na televiziji video kako Sebastijana i njegove roditelje Gorska služba spašavanja izvlači iz auta zametenog snijegom kod nekog planinskog prijevoja na putu prema obali. Nisu nosili reflektirajuće prsluke, a sigurno nisu imali ni lance.

Dan šesti

Danas sam otkrio da postoji neki zanimljiv časopis za popularizaciju matematike koji besplatno primaju svi učenici u sestrinoj školi te brojni mamini kolege umjesto troškova prijevoza. Pa dobro, možda časopis i nije baš tako zanimljiv, ali imaju odlične priče s nagradnim zadacima. Autori se sigurno narade na tome, pitam se imaju li i drugi posao ili samo honorarno pišu za časopis. Prelistao sam sestrina neotvorena izdanja od posljednjih nekoliko godina, baš šteta da im nitko osim Matije Videkovića ne šalje rješenja. Možda drugi žele ostati anonimni ili je danas zaista nemoguće doći do poštanskih maraka, kao kad ja želim pisati Djedu Mrazu. Manje rješenja ne bi primali niti da jednostavno samo navedu zadatke, kako to rade svi drugi.

Za poslijepodne sam dogovorio da će s prijateljima igrati društvene igre nasamo preko interneta, jedva čekam.

Nakon devet sati uzastopnog igranja pasijansa odlučio sam ipak ustati od tableta, malo mi se vrtilo u glavio pa sam slučajno stao u zdjelicu s hranom za Sladanog i prevrnuo sestrinu dva metra visoku piramidu bilježnica s instrukcijama.

Moji su poslijepodne išli u posjet stricu, kažu da mu je puno bolje. Danas je prvi put uspio cimera pogoditi tanjurom.

Snjeg se počeo topiti, malo će zatopliti.

Dan sedmi

Danas je stric tražio tatu neka mu donese u bolnicu čevape s puno luka. Kako bi što prije došao do strica, tata je s čevapima išao preko gastroenterologije gdje su pacijenti mislili da ih provocira, što im nije bilo drago, pa su ga napali. Sad je i on u bolnici. Mama se odmah na poslu upisala za dvostrukе smjene.

Kako se snijeg otopio, vani je grozno blatno. Profesoru koji po kućama daje instrukcije iz klavira kombi s glasovirom zapeo je u blatu pa su instrukcije održali na ulici. Policajci su mislili kako se radi o uličnim zabavljačima, stoga su im uručili kaznu jer nisu imali odgovarajuću dozvolu. Kasnije sam dugo promatrao kako vučna služba izvlači kombi, pri čemu su oštetili dva parkirana vozila i pregazili jednog susjeda. Onda su i njima policajci uručili kaznu, a zatim je i profesor ponovno dobio kaznu jer se otkrilo kako nije imao registriran obrt za pružanje intelektualnih usluga. Odmah se obratio sindikatu radnika na crno pa su sindikalni čelnici zakazali pregovore s Vladom. Vlado im je navodno dao odličan termin, šestog petka u mjesecu od dvanaest do podne.

Dan osmi

Dobar ručak, dobar ručak, napokon. Sestra je bila na instrukcijama iz talijanskog pa na instrukcijama iz domaćinstva, što je rezultiralo pravljenjem oveće hrpe špageta za današnji ručak. Bilo ih je nekoliko vrsta, s hrenom, s kostima, s tartarom, s tatarskim biftekom te s lukom i slaninom. Klopajući sam isprljao čitavu kuhinju, ali pred mamom ču za to okriviti Slađanog, kad strica Vinka još ne mogu. Mama je ispričala kako je u bolnici dobio napadaj nakon što su mu ponudili čaj od koprive. Odrasli zbilja znaju postati izbirljivi. Tata više ne mora biti pod strogim nadzorom pa je prebačen u bolju sobu koju dijeli s četiri debele žene i šestero manje djece. Pomalo je neispavan, što od mljackanja, što od glasnog plača. Iako ja mislim da ne može spavati od previše kave, ipak mama svaki dan u bolnicu nosi paketić kave i veliku čokoladu u ljubičastom omotu. Te je čokolade možda skupljala i za djecu, valjda ih se neće dočepati one debele žene.

Poslijepodne je sestra išla na streljanu na instrukcije iz obrane i samozaštite, navodno vrlo zahtjevan fakultativni predmet. Siroti je instruktor propucan završio na istom odjelu na kojem je i tata. Neko vrijeme neće govoriti ni jesti krutu hranu, ali gestikulirajući je dao do znanja kako neće tužiti sestruru jer niti on nema registriran obrt. Još uvijek nastojim shvatiti kako to u stvari funkcioniра, no to je teže nego riješiti zadatak koji je učiteljica prijatelju Udavu zadala kada je inzistirao da odgovara za pet iz matematike na temelju šest trojki koje je dobio iz pismenih ispita: „U ravnini je dano n pravaca, od kojih nikoja dva nisu paralelna i nikoja tri ne sijeku se u istoj točki. Na koliko je dijelova ravnina podijeljena tim pravcima? No Udav se uvijek trudio i bio dobar drug, uzorno dijete privatnih poduzetnika čiji likovi krase predizborne plakate svakih nekoliko mjeseci.

Dan deveti

Stigao je i zadnji dan praznika. Pročitao sam lektiru, napisao zadaću te riješio i neke od nagradnih zadataka iz časopisa koji sam našao kod sestre prije par dana. Neki su nerješivi, sigurno ih ne razumiju ni autori. Rješenja sam poslao u časopis pod sestrinim imenom u kuverti s markicom na kojoj se veliča pobjeda Engleza u finalu svjetskog prvenstva u nogometu, a koju sam našao u tatinom radnom stolu. Jedva čekam vidjeti kakve nagrade dobivaju rješavači zadataka, nadam se da se radi o slušalicama za mobitel, olovkama za tablet, spineru modeliranom korištenjem Gaussove konstrukcije pravilnog 17-erokuta ili revolucionarnom novom udžbeniku.

Unatoč velikim naporima mame i kompletног šireg susjedstva, strica Vinka i tatu danas puštaju iz bolnice na kućnu njegu. Pored kreveta smo već priredili zbirke zadataka, enigmatske časopise, tvrde karamele i gnjile kruške. Mama im je kupila i prigodne nove brojeve časopisa Liječnik u kući, Uradi sam i Mathematical Communications. Sestra im priređuje špagete bolonjeze, ali kako nemamo ni mljevenog mesa ni tjestenine, dobit će juhu od rajčice. Ne baš sasvim skuhanu jer se sestra žurila na instrukcije iz priprema za maturu koje daje njena razrednica. Ni ona nema registriran obrt, ali zato uvijek ima pravo i učenicima opravdava izostanke zbog odlazaka na instrukcije i skupljanja boljih ocjena. Nisam baš mogao shvatiti zašto je to u redu, ali su mi tata, učiteljica, pedagoginja, ravnatelj, spremaćica, kuharica i inkasator rekli da to tako ide i da će razumjeti kada porastem. Tko zna, možda već u idućem poglavljju...

7

Tri Medića i beba

Sneno se poslijepodne nadvilo nad Gornju Donju Bistru Lug. Ptice su iritatno cvrkutale zavučene u debele krošnje starih stabala, remeteći odmor ljenjivaca okešanih na granama. Njihovu su neskladnu pjesmu remetili jedino povremeni prolasci teretnih željezničkih kompozicija natovarenih toksičnim otpadom, svježim mlijekom i paketima dostavne službe te zveckanje porculanskog posuđa od akropala koje je dopiralo iz kućice najbliže pruzi, u kojoj su se smjestila tri sada već planetarno poznata lika.

Kako je mama Medić s ekipom iz pilane otišla na team-building u tvornicu namještaja, a sestra Medić u planine na visinske pripreme za maturu, činilo se da je došlo idealno vrijeme za krečenje kuće. No pokazalo se da boje koje je stric Vinko jeftino nabavio na propalom gradilištu iziskuju duže zračenje kuće i susjedstva, pa se ostatak obitelji Medić odlučio pod okriljem noći, ostavivši za sobom samo natpis *Zatvoreno zbog smrdi*, povući na neko vrijeme van grada.

Ako želite znati minimalan broj dana kontaminacije, riješite sljedeći zadatak:

Ako je $\log_4(x + 2y) + \log_4(x - 2y) = 1$, koliki je minimum izraza $|x| - |y|$?

Nakon što su stigli u Gornju Donju Bistru Lug te iz vikendice otjerali par divljih životinja i dvije-tri skitnice (pri čemu je malom Mediću bilo donekle neugodno što su skitnice obučene modernije od njegova strica) te mačevima posjekli paučinu, vikendica je postala sasvim pristojno mjesto za boravak. Sa sobom su ponijeli zalihe zamrznute, ali zdrave hrane, starija izdanja Nepraktične žene te krojeve iz Burde i nedruštvene igre te su se mogli prepustiti odmoru. Tata Medić ionako ne odlazi na posao otkad je firma u kojoj je zaposlen u stečaju, a dok se siroti članovi upravnog odbora naganjaju po svjetskim metropolama, on prima naknade od stečajnih upravitelja koji se mijenjaju na tjednoj bazi.

Zadatak 50

„Uh što je dobra ova lanjska hladetina, sočna, mekana i samo blago zasoljena. Ma mogla bi ju jesti i mala beba.” oblizivao se stric Vinko napadajući golim rukama oveći sluzavi komad drhtave poslastice, koji je malog Medića izuzetno podsjećao na Cotylorhizu tuberculatu i uništavao mu svaku trunku apetita. „Barem će mi boravak ovdje pomoći da smršam, spontane su metode moje obitelji ionako daleko učinkovitije od stručno-pedagoških pristupa modernih medijski eksponiranih trenera.” pomisli najmlađi član obitelji Medić, kojeg je počela smetati njegova lagano medvjedasta građa. Upravo tada poradovao se kako je njegov otac uspio na radio-prijemniku uhvatiti signal neke postaje, no svoj je trojici nakon nekoliko minuta postalo čudno kako ta postaja emitira samo dječji plač.

Kad je tata Medić pogledao ispred kuće, na par metara od ulaza nalazila se nosiljka s bebom unutra. Smatrao je kako nije red da netko plče pred vratima pa je odmah unio bebu u kuću, a zatim se vratio i po nosiljku.

„Kad dijete plače, znači da je gladno”, mudro je konstatirao stric Vinko promatrajući bebu s ozbiljne udaljenosti. „A zašto mu onda ne ponudimo one hladetine?” upita mali Medić.

Nakon što je odložio nosiljku s bebom na blagovaonski stol s kojeg je prethodno jednim potezom ruke na pod bacio ostatke obroka, tata Medić stao je nervozno hodati gore - dolje po sobi. Koliko je njegov hod bio napet i spontan najbolje se vidjelo po tome što je u prašini kojom je pod prekriven ocrtao elipsu i hiperbolu. Vi zato dokažite da se elipsa i hiperbola sijeku pod pravim kutem ako imaju ista žarišta.

Zadatak 51

„Da zovemo policiju?” upita mali Medić. „A kako? Pa ovdje nema telefona od '93., meni je mobitel ostao doma u čistim čarapama, a sve kad bismo i imali signala, vi koristite povoljne tarife koje omogućuju isključivo jeftino slanje mms-poruka na brojeve izvan Europe od 12 sati do ponoći svakog osmog utorka u mjesecu”, sjeti se stric Vinko.

„Pa kad su nam na tezgi na tržnici pojasnili kako se radi o najpovoljnijim tarifama na tržištu, što je točno jer do sada nismo uspjeli ništa niti potrošiti. A nove rabljene uređaje dobili smo na otplatu za toliko kuna mjesечно kolika je površina pravokutnog trokuta čiji je zbroj duljina stranica 80, a zbroj kvadrata duljina stranica tog trokuta upravo 2312.” iznese svoju obranu mali Medić. „Dajte, dosta!” prekinu po njemu besmislen razgovor tata Medić. „Što je vama dvojici? Pa tu smo naletili na bepče nit krivi nit dužni i moramo vediti što i kako, a ja nemam ideje, ne znam gdje mi je listić od kladionice ni čarape od petka!!” „Smiri, mi smo tu i pomoći ćemo ti.” nastojao je umiriti tatu Medića

Zadatak 52

njegov brat. „Ajde, nečaće, ti bolje vidiš pa potraži listić, a ja ću pogledati gdje bi mogle biti čarape.”

„Jao meni, jao meni...” pomisli tata Medić. Predosjećao je da će mu jednom doći na naplatu njegovi dugovi. Ne oni od teleoperatera, nikad prijavljenog televizijskog prijemnika ili točenja bezina u iznosu manjem od jedne litre, već oni od izbjegavanja brige oko male djece. Kada mu se jedne veljače rodila kćerka, dužnosti je novopečenog oca uspješno eskivirao stalnim boravkom na poslu, što i nije bilo jednostavno jer je u to vrijeme od kuće vodio telefonsku prodaju božićnih ukrasa. Sa sinom je bilo lakše jer je tada, osim iskustva u izbjegavanju obaveza, imao uredski posao promotora vrećica za grickalice, a i mali si je počeo s 10 mjeseci sam mijenjati pelene.

„Auff..., pelene. Pa u što ćemo presvlačiti to dijete?” dosjetio se. „Možda ima u onoj seoskoj trgovinici, 9 kilometara niz ulicu?” predloži rješenje mali Medić. „Ma daj, pa znaš da se ovdje ne izlazi na ulicu poslije 16 sati. Osim toga, mislim da je bolje da se u toj trgovinici više i ne pojavljujemo.” Zaista, radilo se o lijepoj, modernoj trgovini u kojoj je roba stajala naslagana iza pulta, a nikad nasmijani prodavač u radnoj odjeći s kraja 50-ih godina prošlog stoljeća usluživao bi kupce. Kada su prošli put bili u nabavci, svi osim njih kupovali su isključivo male bočice domaćih žestokih pića neprovjerene kvalitete, a prodavač je unaprijed znao narudžbu svakog od kupaca. Zatim se prilično naljutio na njih kada su mu razbili dnevnu rutinu tražeći nestandardne artikle poput kruha i jogurta te još dodatno izražavajući sumnju prema roku trajanja mlijeka u prahu i jaja u prahu koja im je dohvatio s polica. Oni su se ipak mogli zakleti da je na gotovo izbjegnjelom datumu isteka valjanosti prva znamenka godine bila 1.

„Čuj, a možda ima u nekom od onih krojeva iz Burdi uputa kako skrojiti pelene!?” dosjeti se tata Medić te se zatim sva trojica bacise na listanje. Nakon što su ispunili test na koji su naišli, pri čemu im je svima karijera ispala važnija od muškarca, te detaljno proučili izvješće o novim modnim trendovima koje lansira ultratalentirani dvojac Milli Vanilli, tik nakon rubrike *Pokvarenjak savjetuje* naišli su na krov za pelene. Nakon što je revolucionarnim proglašio Pokvarenjakov savjet da ukoliko želite izgledati poput djeda možete koristiti svježu paučinu za mazanje na kruh, tata Medić ustanovio je da je taj krov sjajan i jednostavan. „Ma, molim te, pa to su pelene za babe, vidi kolike su im predložene dimenzije!” suprotstavi se stric Vinko. „Daj me nemoj, Vinko, pa jel se možemo poslužit homotetijom”, riješi i taj problem tata Medić. Uistinu, ispostavilo se da je najbolje pri krojenju pelena krenuti od trapeza. Zadan je trapez s osnovicama \overline{AB} i \overline{CD} . Dokažite da su krakovi \overline{BC} i \overline{AD} okomiti ako i samo ako je suma kvadrata duljina dijagonala trapeza jednaka sumi kvadrata duljina osnovica.

Osim toga, tata Medić znao je kako njegov brat zbog kronične upale mjeđura ne može odspavati u komadu više od dva do tri sata, pa ustajanje radi hranjenja bebe neće biti problem te se ne moraju brinuti zbog nedostatka budilice. No, trebalo je osmisliti i pripremu hrane za bebu. Mlijeko će već nekako smućkati u bistroj izvorskoj vodi s obližnjeg jezera, tvornica izgrađena na pitoresknom lokalitetu uz jezero jest ionako zatvorena prije više godina nakon sumnjivih malverzacija u upravi i premalih uplata lokalnim moćnicima. Podgrijati ga uvijek mogu na razmjerno vreloj haubi njihova automobila, na kojoj su inače podgrijavali pivo i kavu za goste koji bi došli nakon dogovorenog termina te zaključili kako se temperatura podgrijavane tekućine povećava poput niza a_1, a_2, \dots, a_n koji je definiran na sljedeći način:

$$\begin{aligned} a_1 &= 1, \\ a_n &= \frac{n+1}{n-1}(a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}). \end{aligned}$$

Odredite a_{2017} . U autu su čak imali i dječju bočicu koja je tamo ostala od povratka sa sinovljeva krštenja te je bila u sasvim prihvatljivom stanju.

Nakon što su ipak odustali od ideje da bebu pokušaju zabaviti zvečkom od umjetnih zuba, pokušavali su ju umiriti naizmjeničnim nošenjem u rukama po kući. Zbog zavidne tjelesne kondicije ni jedan od njih nije s njom u naručju uspijevao napraviti više od četiriju koraka pa su i od toga morali brzo odustati. „Ljudi, moramo ju umiriti. Još će nam na vrata doći predstavnici udruge promicatelja dojenja, putujući prodavači enciklopedija ili, što je najgore od svega, ne tako bliski rođaci koji bi vidjeli bebu samo da ju uznemire. A gladna još nije, pa daleko je još od vremena za večeru”, sav se uznemirio stric Vinko koji je imao izražene fobije od posjetitelja svih navedenih vrsta. „Je li dječak ili djevojčica, da znamo kakve igre više voli?” upita mali Medić. „Mogli bismo provjerit, ali to je tako intimno da mi se čini kako u to ne bismo smjeli zadirati. Današnji sindikati beba imaju vrlo rigorozna pravila po tom pitanju”, pojasni tata Medić. „Možda da ju okupamo, to zna djelovati umirujuće”, predloži on. „Imaš pravo. Vode imamo nekoliko povratnih boca, a ponio sam i maslinovog ulja. Znaš da ja samo na maslinovom...” dometnu stric Vinko. Mali je Medić brzo i nespretno sipao vodu i ulje u široku posudu valjkastog oblika. U posudi se nalazilo osam loptica polumjera duljine 1 cm, smješteno u dva sloja, pri čemu se u svakom sloju nalazi 4 loptice. Svaka loptica dodiruje dvije lopdice u svom sloju i dvije lopdice u drugom sloju, bazu i plašt valjka. Kolika je visina valjka?

Nakon što su sva trojica uspješno namočila odjeću isprobavajući temperaturu vode i količinu ulja te nekako natjerali Sladanog da uđe vodu kako bi se beba imala tijekom kupanja čime igrati, shvatili su kako se ni jedan od njih ne želi

Zadatak 54

Zadatak 55

Zadatak 56

upustiti u skidanje bebe. Zatim se povela rasprava koji bi se od njih trebao žrtvovati, najmlađi ili najstariji, najdeblji ili najniži, najčelaviji ili najdlakaviji. Igrati par-nepar kako bi odlučili koji će presvlačiti bebu bilo je besmisleno jer su sva trojica poznavala pobjedničku strategiju te igre, a za partiju domina nedostajalo im je desetak pločica. Odlučili su da će to napraviti zajedno jer tako mogu opravdano prigovarati jedni drugima, a uz to i prebrojati na koliko je načina moguće raspoređiti poslove oko bebe. Stric Vinko po običaju počeo je pričati priče koje nemaju veze s prijašnjim razgovorom. Tako se počeo prisjećati kako je kao mladić volio rješavati zadatke poput: U prvom vagonu vlaka ima 30 numeriranih sjedala, a u drugom 25. Na koliko načina može sjesti 20 ljudi u vlak tako da 13 ljudi sjedne u prvi, a 7 u drugi vagon?



Slika 7.1: Tri Medića i beba

Najednom ih u tom poslu i svoj strci prekide kucanje po ulaznim vratima koja su se širom otvorila jer se zatvoriti ionako nisu mogla. Lokalni je gospodin s vrata pitao može li sada uzeti bebu i otići kući. Kratko im je prepričao da je bebu u nosiljci bio odložio na tlo dok je brao otrovni bršljan punici za čaj ispred kuće u kojoj se odvija čitava radnja ove priče, a za koju je mislio da je napuštena (kuća, ne punica). Nije mu nikako bilo jasno zašto su oni odlučili unijeti bebu unutra, očito ga ne primjetivši, ali izgledali su mu poznato i brižno pa im je prepustio neka ju malo zabave. Bebu su inače supruga i on izvodili u šetnju u kolicima, ali otkad su točkove s kolica montirali djedici na cipele kako bi mogao brže otići u kupovinu, počeli su koristiti nosiljku.

Sumnjičav po prirodi, mali je Medić posjetioca zatražio da mu dokaže svoju vezu s bebom, na što je ovaj spremno pokazao svoju i bebinu osobnu iskaznicu, maturalnu svjedodžbu, puničinu sliku (da pojasni svoje namjere, na što su svi uzdahnuli puni razumijevanja) te člansku iskaznicu lokalne videoteke s vodećim

VHS naslovima. Ponudio im je i da idućeg jutra navrate kod njih na čaj i gledanje filma Glup i gluplji, novog hita koji je upravo tog dana stigao u videoteku. Pristojno su odbili, pomalo fascinirani brojevima koje su vidjeli na spomenutim legitimacijama. „Ej, pa ti su brojevi isti kao ona udaljenost od Splita do Ancone kada smo ostali u čamcu plutati na pučini!“ „Da, baš sam i ja to pomislio.“ Kako biste doznali udaljenost o kojoj pričaju riješite sljedeći zadatak: Jedan brod kreće iz Splita prema Anconi u 9 h i 10 min brzinom 60 km/h. Drugi brod kreće iz Ancone prema Splitu u 9 h i 35 min brzinom od 70 km/h. Udaljenost od Splita do Ancone jest 245 km. Na kojoj će se udaljenosti od Splita brodovi susresti?

A čak su i saznali bebino ime i spol...

Zadatak 57

8

Crtice iz tramvaja zvanog munjara

„Pa nije tu ni tako loše, nije tu ni tako loše...” prolazilo je kroz glavu mame Medić. Neudobno se smjestila u srednjim kolima tramvaja koji se sastojao od dva vučna vagona koji su se lagano lijeno truckali u smjeru istoka. Iako je putem do pilane svakodnevno najprije pješačila, zatim se vozila Uberom pa nekoliko stanica autobusom, uvijek joj je najdraži dio puta bio onaj proveden u tramvaju. Taj je dio bio i najduži te bi se usput i odmorila i pojela kruh od prekprekprekjučer namazan paštetom Vinkove domaće izrade iz sumnjivih sastojaka te pročitala novine u koje je kruh bio umotan. Ipak, više od svega zainteresirali bi ju na tom dijelu puta živopisni suputnici i njihove dogodovštine.

Otkako su milijuni starih njemačkih maraka povučenih iz EU-fondova i poticaja, zajedno s procesom privatizacije i pohlepnim sindikalistima, premjestili njenu pilanu na drugi kraj grada, odmah pokraj klaonica i dječjih vrtića, morala je naći način da si prikrati vrijeme puta. Suprug joj je predlagao da se putem zabavi čitanjem telefonskog imenika i kćerinih privatnih pisama, dok je uvijek beskorisni Vinko tvrdio kako bi joj bilo najbolje da putem uči napamet po prvih 100 znamenki logaritama troznamenkastih prirodnih brojeva po bazi 48. Kao i obično, nije ih poslušala, nego se odlučila putem zabavljati igrajući domino na mobitelu. Kako bi se baterija obično potrošila do druge tramvajske stanice, preostalo joj je samo promatranje drugih putnika. Vožnja je uvijek bila spora i opuštena, uglavnom zbog čestih stajanja kako bi tramvaj propustio hitnu pomoć ili žene političara, ili zamjenio vozača pretučenog od strane agresivnih putnika, ili pak zbog uklanjanja lokalnih pijanaca s pruge. Mami Medić to nije smetalo,

čak ju je prilikom povratka kući duljina vožnje prilično veselila: osiguravalo joj je vrijeme za promatranje i upijanje okolnih događaja. Smatrala je da je tramvaj ugodno mjesto gdje je uvijek toplo, čišće nego u njenoj dnevnoj sobi, a vonj je osjetno slabiji od onog Vinkovih čarapa.

U taj ju tren iz razmišljanja prenu preglasna zvonjava koja se prolamila kroz tramvaj, od zadnjih kola pa sve do vozača. Uh, kako se samo iznenadila kad je vidjela kakav mobitel posjeduje pripadnica nacionalne manjine poznate po nomadskom načinu života i urođenoj fobiji od radne knjižice, koja je stajala odmah uz vrata tramvaja. Mobitel je imao zvučnike, kameru, mikrofon, nogare, švicarski nož s otvaračem za boce, konzerve i vrata te još niz pomodnih dodatak upitne koristi, a kada je zazvonio, zatresli su se i tramvaj i pruga i sve naokolo. Baš šteta što nije razumjela gotovo ni riječ jezika kojim se ta gospođa koristila, pogotovo zato što je na mobitel pričala tako uzbudeno i tako glasno da je taj razgovor morao biti posebno važan i interesantan. Kako su riječi odzvanjale tramvajem gotovo poput zvonjave koje je maločas trgla iz vječne hibernacije i umirovljenike s isključenim slušnim aparatima, mama Medić jednu je riječ koju razumije morala uhvatiti. Naime, svakih je nekoliko sekundi tijekom razgovora izgovoreno „Švabo” s posebno neobičnim naglaskom na zadnjem slogu. „Zanimljivo kako se i u tom jeziku nalazi naziv identičan onom koji mi ponekad koristimo. Sigurno se radi o važnoj osobi!” pomisli mama Medić, a zatim shvati kako se broj puta da je u tramvaju čula prodorno „Švabo! Švabo!” podudara s brojem znamenki broja $4^{16} \cdot 5^{20}$.

Zadatak 58

Kasnije je mami Medić čitav dan gladom prolazilo „Švabo! Švabo! Švabo!”, baš poput nekog modernog hita koji bi se mogao strpati u rubriku „volim sve što vole mladi”. Čak je razmišljala do to proba i uglazbiti, no odustala je jer joj nije bilo sasvim jasno koliko bi se to pokazalo politički korektnim, a svakako je htjela izbjegći beskrajne razgovore s predstavnicima manjina poput onih kada su u pilani duboke posjekotine i zanoktice dobili poštено zaposleni emigranti.

„Zanimljivi su razgovori mobitelom na javnim mjestima poput tramvaja. Moraš razgovarati dovoljno glasno da te sugovornik može dobro razumjeti, ali ne i preglasno kako ne bi ometao ljude u blizini. A opet, tako je nekad zanimljivo poslušati tuđe važne i mudre razgovore, pune korisnih savjeta i besciljnih pouka”, razmišljala je mama Medić vozeći se tako jednog sunčanog i prohljadnog dana. „Moram priznati, ovaj je čovjek iza mene pun znanja i vrlo jak na riječima. Povijest mu baš leži”, prisluškivala je pomalo putnika iza sebe. „Uh, koliko je to ratova bilo, koliko stradanja. Prvi svjetski rat - 4 godine, Drugi svjetski rat - 6 godina, 30-godišnji rat... Auuuu, a tek 100-godišnji rat, pa koliko je to trajalo! 100 godina, fijuuu...” razglabao je čovjek. „Al to su bar bili ratovi, pravi,

Zadatak 59

pošteni, viteška borba i strategija na djelu. Ovo danas ne valja ništa. Nit borbe nit poštenja. Kakav Kemijski Ali, pa nisu ga valjda mama i tata tako nazvali...” nastavljao je on nezaustavljivo. Kako nije pravio nikakve pauze između svojih rečenica, mama Medić pomisli da čovjek možda i ne razgovara na mobitel. „Onda vjerojatno objašnjava povijesne činjenice nekom pored sebe”, zaključi mama Medić i diskretno se okrene kako bi pogledala u smjeru pripovjedača. Zaista, čovjek nije razgovarao na mobitel. Isto tako, u širem krugu oko tog čovjeka nalazila se samo ona jer su se preostali putnici bojažljivo povukli na sam kraj vagona. Barem je naučila dosta povijesnih činjenica tijekom vožnje. Njen je suprug, čuvši tu dogodovštinu, opseg putnikovih priča i površinu kružnog isječka vagona u kojem se nalazila mama Medić, veselo komentirao da ga to neodoljivo podsjeća na zadatak u kojem treba izračunati opseg kruga ako se duljina luka i polumjer odnose kao $\pi : 4$, a dana je površina kružnog isječka $8\pi \text{ cm}^2$.

Sunčan ugodan radni dan, jedan od onih kada se čini sjajno maknuti se iz divlje kućne atmosfere. Mama Medić smjestila se na sredinu tramvaja državši se čvrsto za prečku kako bi spriječila pad pri čestim naglim kočenjima. Mjesta za sjesti po običaju nije bilo jer su sva puna i znatno prije prve stanice, a misteriozno se nikada ne prazne. Produ jedna stаницa, pa druga i treća te odjednom nastade neko komešanje. Hrpa ljudi projuri kraj nje, ne birajući načina da čim prije zauzmu strateške pozicije u prednjem dijelu vagona. Pritom joj je jedan romobil prešao preko noge, jedna ju štaka zakačila za rebra, a nečije slušalice omotale joj se oko vrata. Naravno, odmah je znala što je uzrok generacijske solidarnosti pri premještanju u drugi dio vagona - ničim pozvana, tiho i diskretno ušla je u tramvaj kontrola, izvikujući strašne prijetnje popraćene nimalo ugodnim pogledima. Mama Medić bila je mirna, jedino što je na poslu redovno dobivala bili su novi tramvajski pokazi i piljevina za ponijeti doma. Polako se i sigurno, poput indijske kraljevske kobre koja prilazi svom plijenu, kontrola kretala kroz vagon. Što je više putnika nadasve ponosno mahalo svojim urednim pokazima, to se službenicima raspoloženje više kvarilo. Baš prije nego će prići Mami Medić te detaljno provjeraviti njen biometrijski pokaz, propisani datum i sličnost s fotografijom, prišli su mladom gospodinu koji je mirno sjedio kraj prozora uživajući u sunčevim zrakama dobro zamaskiran iza sunčanih naočala veličine zidnog sata. Kada je goropadnom službeniku trebao predočiti pokaz, samo je mirno posegnuo u unutarnji džep jakne na kojoj se ponosno kočoperio znak opasnog morskog predatora te kratko izvukao osobnu iskaznicu. I dok su službenici s neskrivenim zadovoljstvom zapisivali dobivene podatke pred desetcima putnika prepunih zebnje, sućuti i očaja, mladić je ponovno sasvim mirno zavukao ruku u drugi unutarnji džep visokokvalitetne jakne, ovaj put

izvukavši mobitel te nazvao. Kada se javio glas s druge strane, mladić je samo kratko rekao „Malo ću kasniti.” te završio razgovor. Svojom je hladnokrvnošću ušao u analu putnika gradskog prijevoza, čiju se urbanu legendu dugo i nadaleko prepričavalo. Mama Medić smatra kako mu ionako nije bio veći problem platiti potom izrečenu kaznu u iznosu jednakom zbroju svih cijelih brojeva n za koje jednadžba $(x - n)(x - 17) + 4 = 0$ ima samo cjelobrojna rješenja.

Zadatak 60



Slika 8.1: Jutarnja vožnja

Rano je tramvajsko jutro uvijek poseban osjećaj, kada se umor i neispavanost miješaju s jakom kavom na slab želudac. Kada se tom pridodaju mirisi brzih doručaka, kratkih aperitiva i nikotinskih sendviča te prekomjerno nanešenih parfema, postiže se poseban tramvajski ugodaj kakav nije moguće precizno kopirati. Pojedini putnici zaklinju se kako se po tom karakterističnom mirisnom ugodaju mogu precizno razlikovati tramvajske linije, a navodno su na tu temu već i provedena određena istraživanja čija objava zapinje zbog upitnog međunarodnog interesa. Mama Medić ljuljala se pospano gledajući kroz vjerojatno jedino kišom oprani prozor vagona. Upravo su prolazili u blizini srednje škole, gdje su se učenici tužno približavali sivoj zgradi kurtoazno pozdravljajući još tužnije nastavnike. „Prava jutarnja idila”, pomisli mama Medić, nastojeći prikupiti snagu za novi radni dan. Veselila se što će danas raditi u kancelariji gdje će trebati prepiliti ormari s kliznim vratima i jedan radni stol. Djeci je na stolu ostavila doručak, pozdravila Vinka koji se već povlačio po njihovoju kuhinji uzimajući novine i kiselo mlijeko, a oposumu Slađanom dala suprugove nove kravate za igru kako ju ne bi ometao u spremanju za pokret. Uto se pored nje provuče mlađa djevojka, vjerojatno studentica, strahovito porculanski blijeda lica, možda s

blago žućastom nijansom. „Čudan stil imaju ovi mladi danas, a kako li uopće stignu biti tako temeljito napudrani u rano jutro?!” prođe kroz glavu mame Medić. Dobro je znala kako i njena kćer povremeno prolazi kroz epizode mazanja šminkama različitih boja i stilova, od maskirnih i tamnosivih do pastelnih i uvredljivo šarenih, ali ovako nešto blijedo još nije vidjela. Jedva čujno, praktički kroz ruku koju je držala na ustima, bljedolika djevojka zamoli čovjeka koji je sjedio točno ispred mame Medić: „Hoćete li mi se, molim vas, ustati, muka mi je...” na što čovjek hitro skoči kao jelen i odmakne se čim prije ne bi li izbjegao potencijalne neugodnosti. Čak se mama Medić malo i zabrinula gledajući kako se djevojka krivi i previja na sjedalu prekrivajući usta rukom kao da se bori s unutarnjim demonima. Sada su se kroz gužvu nadasve nezainteresiranih ljudi probijale još dvije djevojke, otprilike istih godina kao i ona koja se grčila na sjedalu, ali puno boljeg općeg stanja. „Eto, pomoć stiže.” pomisli mama Medić. „Zato je dobro imati prijatelje uz sebe.” Zatim se začulo: „Tako ti i treba, sama si kriva”, počne prva od pristiglih djevojaka. „Jutros nisi ni oči otvorila kako treba, a već si cigaretu zapalila”, spremno prihvati druga te nastaviše u istom stilu. „Toliko od prijatelja, kakve kokoške. No, ovo barem izgleda kao odlična reklama u kampanji protiv pušenja”, zaključi mama Medić te, ironijom sudsbine, primijeti kako policija upravo rastjeruje švercere cigareta s obližnje tramvajske stanice. A bilo ih je dosta, upravo jednako kvadratu najvećeg realnog broja k za koji nejednadžba $\sqrt{x-3} + \sqrt{6-x} \geq k$ ima rješenja.

Zadatak 61

Čudo neviđeno. Toplo lipansko poslijepodne neradnog dana kada treba ići obrađivati pristigla četiri trupca singapurske cedrovine, a tramvaj poluprazan i mjesta za sjesti koliko hoćeš. Mama Medić prepustila se rijetkom užitku mirnog sjedenja u tramvaju bez dušebrižnika i vječnih pretendenata na sjedeća mjesta. Naravno, neradan je dan, nije termin kada nacija treba biti viđena, ništa se u gradu ne dijeli besplatno, a sretnici su odjurili na treći od četrnaest produljenih vikenada u nadolazećim dvama mjesecima. Zato i ima toliko mjesta. Ma tko bi se na kraju krajeva želio gužvati po autocesti putem do mora i neodržavanih vikendica, izlažući se po toj vrućini automatski trozonskim klimama i uporno se držeći preticajnog traka autoceste jer je postalo javna sramota voziti drugačije? „Posao je posao i ne može čekati, a za rad će ovakvim danima kao dodatak dobiti i dnevnu zalihu čačkalica i vreću kvalitetne piljevine”, hrabrla se i tješila mama Medić. Ipak, u tramvaju se nalazilo nekoliko putnika, sve redom osobnjaka pogodnih za opisivanje na ovom mjestu. Pažnju je mame Medić posebno privukao stariji infantilni gospodin srednjih godina, pogleda bistrog poput rijeke blizu industrijskog urbanog područja Kine te držanja kojim je podsjećao na umirovljenika koji je čitav dugi radni vijek proveo bojeći pamuk

u plitkom bazenčiću napunjrenom niskokvalitetnim italatima. „Zanimljiva mu je ta tammoljubičasta košulja na cvitiće, mogla bih suprugu potražiti jednu takvu za svečanije prigode. Eh, kad bi ju barem i on ponekad tako temeljito zakopčao do najvišeg gumba kao ovaj fini čovjek. Jedino mi nije baš jasno koliko će dugo moći izdržati bez disanja.”, rezimirala je mama Medić. Niski, do grla temeljito zakopčan putnik srebrne kose začešljane na predratni razdjeljak, sjedio je nemirno, konstantno se prigibajući i zirkajući čas lijevo, čas desno. Djelovao je kao mješavina gledatelja dinamičnog teniskog meča i vojnika koji se baš priprema protrcati kroz teren koji brane snajperisti. Odjednom ustade, poskoči i u dvama se malim skokovima premjesti na nasuprotno prazno sjedalo. Ispod tog je sjedala stajala boca oblika koji nastaje rotacijom pravokutnog trapeza oko dulje osnovice. Duljina dulje osnovice pravokutnog trapeza za 3 cm veća je od kraće osnovice tog trapeza, a duljina duljeg kraka iznosi 5 cm . Obujam tijela koji nastaje rotacijom tog trapeza oko dulje osnovice iznosi $100\pi \text{ cm}^3$. Izračunajte duljine osnovica danog trapeza. Boca je do polovice bila napunjena vjerojatno osježavajućom tekućinom apsolutno nezdrave i neprirodne boje, koja bi valjda bila vizualna uvreda svakom tko nije daltonist. Polako i sigurno, kao da se radi o nitroglicerinu, čovjek otvorio bocu te potegne dobar gutljaj. „Pa, valjda je danas zaista vruće”, s određenom dozom gađenja zaključi mama Medić.

Zadatak 62

Noćna smjena vikendom. Najmirnije doba na poslu i smjena za koju se najlakše izboriti. Savršeno je to odgovaralo mami Medić kada je početkom proljeća njena kćer krenula na pojačane pripreme za državnu maturu. Noćne su instrukcije počinjale oko $2 : 30$ i bile daleko jeftinije od dnevnih. Predstavljalo je to golemo olakšanje za kućni budžet, no vožnja noćnim tramvajima do uvijek otvorenog učilišta mogla je samim učenicima biti neugodna i opasna. Zato su im se na tom putu uredno pridruživali roditelji, kumovi, susjedi i akviziteri. Znala je zbog toga i u noćnim tramvajima vladati oveća gužva, pogotovo jer bi prolazi bili zatrpani knjigama, tabletima te živim i interaktivnim vodičima i prećicama kroz državnu maturu. Jednom su se takvom prilikom upoznali s nadasve simpatičnim mladićem za kojeg smatraju kako ipak tada nije išao na instrukcije. Iako mu je gornji dio glave izgledao poput polusfere, nadoknadivao je to dužom bradom. Očito mu je bilo vrlo vruće jer nije imao ni majice ni potkošulje, a maslinasto zelene hlače pridržavali su tregeri koje je koristio valjda još i njegov djed. Na njegovim se prsima, baš iznad površinskih ožiljaka nastalih oštrim predmetom, ponosno kočoperila masivna tetovaža. Nije im bilo sasvim jasno o kakvom se simbolu radilo, ali je izuzetno podsjeća na trokut $\triangle ABC$ upisan u kružnicu. Simetrale kutova α, β i γ produljene su i sijeku kružnicu u

Zadatak 63

odgovarajućim točkama A_1 , B_1 i C_1 . Koliko tada iznosi vrijednost izraza

$$\frac{|AA_1| \cos \frac{\alpha}{2} + |BB_1| \cos \frac{\beta}{2} + |CC_1| \cos \frac{\gamma}{2}}{\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma}?$$

Nakon što im je prišao, i kad su se pristojno upoznali, upitao ih je jesu li zadovoljne svojim životom. Nakon kraćeg razmišljanja odgovorile su da jesu. Zatim ih je pitao jesu li bile u ratu. Mama je Medić na kraju pošteno priznala da nije, iako joj se činilo kako je kroz beskrajne priče strica Vinka proživjela nekoliko ratova te je bila sigurna da bi u ovoj situaciji on i tog stasitog mladića ugnjavio ratnim dogodovštinama. „Ja sam svaki dan u ratu...” nastavi mladić dijalog te dometnu „u svojoj glavi.” Nakon toga udaljio se od njih te krenuo u druženja s drugim putnicima.

Mlađi, stariji, uglavnom muškarci i tek poneka žena, glasni, s bocama piva u rukama, s patriotskim obilježjima posvuda, svatko pjeva neku svoju pjesmu i povremeno se međusobno dovikuju. Pun ih je tramvaj u središtu grada koji baš putem do pilane mora prolaziti pored stadiona gdje bi se željeli iskrpati i svi ti navijači stigli iz takozvane kolijevke nogometne igre. Ostavit će nam usput nešto deviza i mnogo nereda, a kvalifikacijske bodove namjerava ponijeti sa sobom. Aaaah, kakav recept za glavobolju putem na posao! Par domaćih ljudi u tramvaju stisnutih u zakutke, dok došljaci dominiraju. Pričaju besmislice na koje se onda međusobno smiju kao ludi, ima ih svih dobi i vrlo različitih konstitucija. „Pa zašto taj visoki navijač srednjih godina, koji po polumraku usred tramvaja nosi sunčane naočale, mora uporno pjevati jedan te istih kratki stih kojim izražava svoju ljubav prema Leedsu?! Ok, nema više tako puno stanicu do stadiona, a možda dio ovih navijača izađe i ranije kako bi stigli upasti u još poneki sukob prije utakmice”, razmišljala je mama Medić. „Zaista, taj bi dio puta tramvaj mogao prijeći kroz 15-ak minuta, samo da već jednom krene. Sad mi se čini da duže vrijeme stojimo.” Odlučila se malo progurati kroz raspjevani navijački korpus kako bi bolje vidjela što se događa te je ostala prilično iznenadena. Naime, stajala je na samom dnu tramvaja i, kada se probila kroz živi zid sastavljen od 30-ak veseljaka, otkrila kako je prednji dio tramvaja potpuno prazan, ako ne računamo vozača koji je, krvavih očiju i pjene oko usta, urlao prema putnicima u stražnjem dijelu. Sada je jasno vidjela kako se radi o zastoju dok nekoliko tramvaja nepomično stoji ispred te bi svakako trebalo izaći van. Ostavivši veselo društvo i neveselog vozača da se sami zabavljaju, izašla je te počela kombinirati kako što brže i bezbolnije doći do posla. Srećom, brzo se sjetila da se najbolji put može pronaći kao udaljenost žarišta jedne krivulje. Koja je krivulja dana

jednadžbom

$$\frac{x^2}{\sin \sqrt{2} - \sin \sqrt{3}} + \frac{y^2}{\cos \sqrt{2} - \cos \sqrt{3}} = 1$$

i na kojoj joj osi leže žarišta?

Gužva, gužva! Nema do prave prometne gužve kasnog prijepodneva radnim danom duž najvećih prometnih čepova u gradu. Ma to je posao, tko preživi pričat će, a tko to nije doživio bolje neka šuti. Gužva u tramvaju ništa ne zaostaje za onom u vodećim svjetskim metropolama, dio je ljudi stiješnjen poput sardina u konzervi, a dio prilijepljen uz stakla poput onih simpatičnih igračaka s kraja 80-ih koje se moglo prianjaljkama zaliđepiti za automobilsko staklo. Na svakoj se stanici tramvajem prolomi „Stane još, stane još!” ili „Jel ima izać’?!” Kad pomislite da je gužva maksimalna, uvijek se induktivno može u tramvaj ubaciti još putnika, pa neće valjda vanka čekati idući?! „No dobro, kroz par se desetaka stanica već može početi i normalno disati, samo trebam dobro paziti da se ne potepem na onesviještene putnike na podu”, bila je sve zadovoljnija mama Medić. Na idućoj stanici čekaju mladić i djevojka, odlučni u namjeri da uđu u tramvaj. Prema dobi, izgledu i odjeći vjerojatno studenti, čak možda i redovni, spremno će okušati sreću na vratima u blizini mame Medić. Prva se u tramvaj stala probijati djevojka koje je svojom korplentnijom građom, pritom posebno pazeći na kutijicu specifičnog oblika koju je nosila u rukama, sa stepenica kraj vrata pogurala u unutrašnjost tramvaja sasvim solidan broj ljudi. Preciznije, broj je poguranih ljudi jednak sedamnaesterostrukoj vjerojatnosti da pobijedi prvi igrač u igri u kojoj dva igrača nazimjenično bacaju dvije igrače kocke, a pobijeđuje onaj igrač koji prvi dobije zbroj veći od 6. Nakon toga se u tramvaj namjerio ući i mladić, suhonjav, ali živahan, sa smotuljkom na leđima. Upravo je zagazio na prvu stepenicu kada su se vrata tramvaja počela nezaustavljivo zatvarati. Nije se mogao pomaknuti naprijed dovoljno brzo, pa su vrata, spojivši se u sredini, zahvatila gornji dio zamotuljka s njegovih leđa. Reski zvuk vibracija žica i blagog krckanja drveta odjeknuo je tramvajem, koji je zatim krenuo dalje propisanom rutom s novim putnicima. „Jel to mandola?” upitala je djevojka mladića svojim prilično jakim naglaskom. „A je...” odgovori mladić nevoljko. „Jao nami muzičarima.” zaključi djevojka puna suošćenja te usput slučajno pogodi među rebra mamu Medić iznenađujuće tvrdim dijelom kutije koju je nosila pod rukom.

Svaka je sličnost sa stvarnim osobama u ovom poglavljju potpuno namjerna. Elementi ove priče proizlaze iz situacija koje je jedan od autora teksta doživio vozeći se tramvajem po metropoli u relativno kratkom vremenskom razdoblju i koristeći svega nekoliko tramvajskih linija.

Zadatak 65

9

Obitelj Medić u dizalu

Sjeverni dio grada, 9 sati i 15 minuta. Tata Medić približavao se parkiralištu u novom rabljenom coupe karavanu velikom brzinom smještenom između golemog zdanja od betona i stakala energetskog razreda J te starih trošnih kućeraka koje tvrdoglavci vlasnici, sve redom stogodišnji veterani rata za linearnu nezavisnost, nisu pristali prodati športskom gradevinskom konglomeratu. Nakon što je oštros presjekao zavoj i provezao se trotračnom cestom pored nečije dnevne sobe i ničijeg kupatila, zadriftao je udesno te stao tražiti slobodno parkirališno mjesto. Dugački mu je stražnji kraj vozila s pogonom na jedan prednji i jedan stražnji kotač pri izlasku iz zavoja zadao dosta problema, zakačivši pritom kuhinjski bojler u kućici dijelom presjećenoj cestom. Odmah se zapitao posjeduju li tamošnji stanovnici perilicu posuđa jer im tada taj bojlerić ionako ne bi bio potreban. Svejedno, nije se osjećao sretno vozeći se kvartom tolike različitosti pa je jednim potezom strgnuo maskirnu kravatu na čičak kako bi si barem olakšao disanje. Sada se morao dobro koncentrirati na vožnju uz parkirne površine, što je kraj takvih poslovnih zgrada uvijek bio pravi izazov. Najprije je eliminirao parkirališe za samce i karijeriste koje je bilo sasvim popunjeno terencima i sportskim limuzinama njemačke proizvodnje. Najbolja su parkirna mjesta, ona najbliže ulazu u zgradu, zjapila sasvim prazna, ali su bila i poimence rezervirana za direktore, ravnatelje, pomoćnike bivših ministara i dostavljače cateringa. Svakom se od tih mjesta moglo prići jedino skeniranjem otiska prsta i debitne revolving kartice. Možda je mogao naći neko slobodno mjesto blizu parkirališta rezerviranog za potplaćene strane stručnjake iz zemalja trećeg svijeta, no to mu se činilo predaleko i preopasno. Naime, ta su mjesta bila u dometu hrđavih sačmarica veterana iz susjedstva koji su se uvijek željeli održati u streljačkoj formi. Zato se odlučio poslužiti lukavstvom. Zaustavio se pored praznog parkirališta

za ljude s malom djecom te s vozačkog sjedala skočio u natrpani prtljažnik kopati po stvarima. Mama Medić natjerala ga je baš nedavno pospremiti garažu, neumoljivo prijeteći posjetom prijateljica iz kluba ljubitelja indijskih sapunica. Naravno, odlučio je to učiniti na najefikasniji način pa je stvari s poda garaže na brzinu pobacao u prtljažnik, a zatim je nekoliko sati sjedio u starom naslonjaču u kutu garaže, čitao prastare stripove o prvom superjunaku čovjeku medvjedu manikiranih kandži te povremeno bacao alat uokolo kako bi zbog buke svi pomislili da se muči spremajući. Sada se sjetio da je među vrijednim otpadom i groznom kramarijom u prtljažnik ubacio i dječju autosjedalicu koju je već godinama zaboravljaо prodati. Našao je sjedalicu ispod kutije s Vinkovim čistim rubljem te ju jednim vještim potezom naopako smjestio na sjedalo suvozača i zatim hladno parkirao preko četiriju slobodnih mjesta. Udaljavajući se od automobila, primjetio je kako ga, puni sažaljenja, promatraju zaposlenici koji su iz zgrade izašli zapaliti cigaretu na dopuštenu udaljenost od 340 metara od ulaza. „S djecom valjda dolazi i takav auto. Sirotan, koliko se samo postaraо zbog djeteta. Ne može niti nositi modernije odijelo kao roditelj”, glasili su neki od njihovih komentara. Poravnao je košulju, zakopčao sako, zalijepio kravatu, prokljinao što se mora tako oblačiti za razgovor za posao, uzeo iz automobila djedovu aktovku te stao provjeravati ima li u njoj sve potrebno. Bio je zadovoljan životopisom europskog formata koji je nažvrljaо jutros na papiru s tek nekoliko mrlja od kave, a još zadovoljniji podebljim sendvičem od pilećih jetrica i čokoladnim sokom koje si je pripremio prije polaska. Brižno je sve još jednom složio u aktovku te zatim snažno njome tresnuo u pod parkirališta kako bi se dobro zatvorila. Odlučno je krenuo prema ulazu u zgradu, odgurnuviš pritom nekoliko mladića koji su raspravljadi čije cigarete imaju tanji i bjelji filter. Prošao je kroz ulazna vrata, mahnuo portirima koji ga nisu niti pogledali te prišao dizalu. Čekajući, shvatio je kako da zapamti na kojem se mjestu parkirao. Od zgradi najbližeg mesta na kojem je pušenje je dozvoljeno udaljeno točno onoliko koraka koliko iznosi zbroj polumjera dviju kružnica koje u pravokutnom koordinatnom sustavu prolaze točkom $(3, 2)$ i diraju obje koordinatne osi. Kada je dizalo stiglo, duboko je udahnuo te zakoračio unutra zajedno s još trojicom muškaraca nagelirane kose u modernim uskim odjelima šireg kroja bez kopčanja, koji su svi netremice gledali u mobitele te širili mirise poput manje tvornice parfema.

Sjeveroistočni dio grada, 9 sati i 15 minuta. Mama Medić izašla je iz taksija stežući pod rukom tupperwarre-kovčežić s logom pilane na kojem se ponosno kočoperio dabar s laserskim mačem. Taksist je brzo krenuo dalje s preostalih 9 putnika, ostavivši ju u zaključku kako će se na posao morati vratiti pješice jer su cijene prijevoza urnebesno narasle zbog velikog povećanja izdataka

Zadatak 66



Slika 9.1: Čekajući dizalo

taksista za osmi mirovinski stup i šahovski sindikat. Svejedno, bila je previše uzbudena da bi ju unaprijed zabrinjavala šetnja od 27 kilometara. Otkad je prošli tjedan izabrana da upravo ona članovima upravnog odbora predstavi reprezentativne uzorke najnovije piljevine, od uzbuđenja nije mogla niti jesti niti spavati. „Uvažena velepoštovana gospodo, veličanstva drvene gradnje, uskoro beatificirani dobrotvori i proroci tržišta...” vježbala je pozdravni govor već satima. Tijekom probdjevenih je noći u nedogled prala i glaćala radnu odjeću, sve dok nije pomislila kako bi u čistoj odjeći mogla izgledati neradnički pa je svu odjeću opet prikladno prljala. „Odgovoran je to zadatak i nema tu ništa jednostavno. Svaki detalj mora biti pomno isplaniran, a svaka gesta savršeno tempirana. Detaljne čete upute koje sadrže i kompletan protoklarni postupak na vrijeme dobiti brzojavom te ih se obavezno pridržavajte. Budućnost mnogih zaposlenika ove tvornice nalazi se sada u vašim rukama”, prenio joj je voditelj smjene kada je odabranica, dok su ju istovremeno prožimali strah, napetost i oduševljenje. Zaista, u zgradu uprave je do danas stupilo tek nekoliko djelatnika pilane, obično u pratnji odvjetnika, ne bi li pokušali iskamčiti masne naknade za ozljede na radu. Ipak, mnogo znači biti odabran za takav zadatak. Predat će na uvid upravi piljevinu napravljenu po posebnoj novoj recepturi, poznatu malom broju ljudi koji odgovara broju pozitivnih višekratnika broja 72 oblika 1287ab6. Njihova će reakcija uvelike usmjeriti budućnost proizvodnje u pilani, odrediti broj neradnih dana, radnih smjena, mogućnost nabavki novih radnih odjela i podjelu šećerlema na božićno jutro u tvorničkom pogonu kako bi se

Zadatak 67

proslavila izgradnja jaslica u natprirodnoj veličini. Neki su od članova upravnog odbora upravo pristizali u zgradu sastavljenu od golemih trupaca dostavljenih iz sibirskih šuma južne Mađarske. Čak ni običnom laiku nisu mogli promaknuti brojni drveni dijelovi u njihovim skupocjenim limuzinama i službeni vozači u kariranim košuljama i kapama od rakunova krvnog mraza. Prijavila se na recepciju kod ulaza, ostavila sjekiru u predviđenom ormariću te sjela na drvenu klupu čekati vrijeme sastanka. Ubrzo su ju obavijestili kako može krenuti na treći kat i upozorili ju neka radije ide dizalom jer nova piljevina ne podnosi dobro truckanje po stepenicama. Dvojica su radnika upravo detaljno izbrusila vrata dizala pa je mogla krenuti na sastanak. Kratko se osvrnula oko sebe, duboko udahnula i stupila na drveni pod dizala. Upravo je krenula stisnuti tipku od mahagonija s brojkom 3 od ebanovine, kada je u vidnoj žurbi u dizalo ujurilo dvoje ljudi, muškarac i žena, oboje srednjih godina i svježe uređenih frizura. „Ziher novi članovi uprave”, pomislila je te joj je postalo malo nelagodno voziti se s njima, donekle i zbog snažnih nota mirisa borovine koji se od njih široio. Na trenutak joj se činilo da bi trebala izaći i poći drugim dizalom, kako ih ne bi ometala. Svejedno, dobro je znala da zadatak mora biti ispunjen pa se stala držati nezainteresirano i ponavlјati u sebi pozdravni govor. Muškarac je tada iz kožne torbice koju je držao preko ramena izvadio vlažne maramice za njegu drvenih površina te njima temeljito prebrisao ploču s brojevima i pritisnuo tipku s brojkom 3 te je dizalo lagano krenulo.

Sjeverozapadni dio grada, 9 sati i 15 minuta. Kćerka je obitelji Medić s prijateljicama izašla iz tramvaja i zajedno su krenule prema novoj urbanoj vili s tri stana i šest predavaonica, na čijem se pročelju isticao jumbo plakat s natpisom „Nepogrešive pripreme za maturu”, vidljiv još otprije četiri tramvajskih stanica. Ispod natpisa se na plakatu nalazio i portet koji je iz poluprofila prikazivao široki osmijeh Zlatne Krede, nadaleko poznatog poduzetnika i vlasnika obrta za instrukcije iz svih školskih predmeta i izvannastavnih aktivnosti. Postojala su različita tumačenja njegova nadimka: neki su tvrdili da mu je pravo ime Zlatko, drugi pak da sve što dotakne pretvara u srebro, no najizglednijim se činilo da nadimak duguje astronomskim cijenama usluga njegova tima zabilježenog u poreznoj upravi pod nazivom Zlatna Kreda i Instruktori. Svu su nastavu održavali upravo instruktori, jer se sam Zlatna Kreda, kao vječiti student prve godine privatnog sveleučilišta i ponosni vlasnik svjedodžbe dvogodišnje srednje škole, nije imao vremena upuštati u predavačke aktivnosti, posvećujući se u potpunosti propagandi putem isječaka na društvenim mrežama, znanstvenim časopisima citiranim u nepoznatim bazama te državnoj televiziji. Osim frontalne nastave u manjim skupinama od po 40 učenika, korištenjem bijele ploče i flomastera

boje ciklame, velikih staklenih stijena u učionicama i iskusnih predavača koji nisu u nastavničkom poslu proveli ni jedan radni dan, polaznicima Akademije Zlatne Krede i njegovih Instruktora pogodovalo je najviše što su mogli izostajati s nastave i radije pohoditi instrukcije jer je svaki takav izostanak Zlatna Kreda lako opravdavao potežući svoja poznanstva sa svim ravnateljima u široj regiji. U nekim se krugovima čak i šuškalo kako on ima svoje prste i ulaganja u odabirima svih ravnatelja, spremića, domara i podvornika. Horda je srednjoškolaca gladnih znanja svakog jutra, poslijepodneva i večeri napuštala tramvaj na stanici postavljenoj kada je izgrađena ranije spomenuta urbana vila te prelazila u predavaonice glasovite Akademije. Kćerka obitelji Medić bila je toga jutra prilično umorna jer je zajedno s nekoliko prijateljica prethodnu noć provela u večernjem izlasku na dodatnim instrukcijama, pa su odlučile prije ulaska u Akademiju strusiti po nekoliko energetskih napitaka i propustiti ostale učenike da prvi uđu i uhvate mjesta bliže pametnoj ploči koja sama nudi odgovore na postavljena pitanja. Usput su snažnom šminkom prikrile podočnjake, do tada zakrabiljene ispod sunčanih naočala i kirurških maski. Jedan od instruktora, golobradi mladić i potencijalna legenda svog fakulteta koji je napustio i zamijenio blistavu akademsku karijeru beskrupuloznom zaradom u privatnom sektoru, prošao je upravo pored njih i ušao u zgradu, noseći sa sobom laptop, tablet, lcd-projektor, dlanovnik i tri pametna mobilna telefona. Papiri ionako tu nisu bili u modi. Naravno, morale su mu se prikladno duboko nakloniti, a zatim su dobile priliku kratko prokomentirati jučerašnju zadaću. Jedna je od njih ipak uspjela jučer stići i na instrukcije iz zadaće kod konkurentske udruge pa je imala riješenu većinu zadatka. Ostalo je riješiti još jedan zadatak, izazovan dokaz za one koji ne žele znati više, ali ih nastavnici i revolucionarno obnovljeni obrazovni sustav na to tjeraju. Iako se nadala kako će kod kuće dobiti svu potrebnu pomoć, zbog velike užurbanosti i napete atmosfere koja je tamo vladala zadnjih dana ni kćerka obitelji Medić nije uspjela doći do rješenja. To je djevojke sada dovelo u izuzetno neugodnu i tjeskobnu situaciju. Naime, prema novom pravilniku Ministarstva obrazovanja i pomodnog ludovanja kažnjavalo se nepisanje zadaće oduzimanjem mobitela za čak četiri školska sata, što je praćenje nastave dovodilo do krajnje nepodnošljivosti. Pogotovo u ove dane kada je napokon u sve privatne i državne obrazovne institucije uveden besplatni Wi-Fi za društvene mreže. Djevojke su počele paničariti te u silnom očaju iznositi besmislene prijedloge, poput skrivanja, bježanja ili podmetanja pogrešnih dokaza. Ukrzo je razum prevladao te su pokunjeno ušle u zgradu, potajno se nadajući kako će nekoj od njih do početka nastave uspjeti riješiti nesretni zadatak. Kao i svi mladi, nisu željele ići stepenicama na prvi kat, nego su stale u poduži red za dizalo.

Srećom, a i zbog većeg broja dizala, ubrzo su krenule prema prvom katu zajedno s instruktorom kojeg su ranije srele i svim pripadnim gadgetima.

Sjeverojužni dio grada, 9 sati i 15 minuta. S kapom na glavi, šalom oko vrata i rukama u džepovima, mali Medić približavao se zgradi u kojoj mu je živio prijatelj. Radilo se o starijoj gradnji, jednoj od onih zgrada od žute cigle s hrđavim rinama i stubištima koja se vječno osjete na variva niske kvalitete. Tek se na pojedinim stanovima moglo vidjeti novije ulaganje u obliku masivnog klima-uređaja iz kojeg bi ljeti kapalo po glavama prolaznika ili pak bijele pvc-stolarije u boji. Ostavši tog jutra sam u kući (ne računajući sveprisutnog strica Vinka), mali je Medić odlučio kod prijatelja provesti vrijeme do poslijepodnevnog odlaska u školu. Prijatelj je živio u stanu koji se protezao preko čitavog kata zgrade i imao je na raspolaganju nekoliko soba, seriju igračih konzola i daleko bolju internetsku vezu od one u kući obitelji Medić. Kako je mali Medić zadaće već napisao, a lektiru prekopirao sa službenog portala Ministarstva, mogao je ugodno provesti prijepodne umreženo igrajući tetris-pučačine. Za taj dan nisu bili najavljeni ispiti, diktati ni prijepisi pa nije bilo ni potrebe za učenjem jer je nedavno svaki nenajavljeni oblik ispitivanja proglašen neustavnim i ilegalnim. Tog su jutra svi u kući bili nekako posebno užurbani i napeti, tjerajući jedni druge van iz kupatila i predsoblja, pa nije niti imao priliku spomenuti kako planira ići kod prijatelja. Na kraju krajeva, zbog iščekivanja je dogovorenog igranja i njemu vidno skočio adrenalin te se uopće nije mogao primiriti niti artikulirano govoriti. Čak mu je sestra gurala neke papire i pokušavala ga opet zainteresirati za neke zadatke, no nije bilo šanse da se on tog jutra koncentrira i primiri. Nakon što je probrijavio doručak i prljavo suđe pobacao u smeće, na brzinu je potrpao stvari u ruksak i spremio se za igranje. Odlučio je uzeti najbolje rukavice bez prstiju, dodatne 3D naočale, sretnu majicu i prsluk s amblemom svoje tetris momčadi. Bilo je dogovoreno da se u igranje istovremeno uključi većina učenika njegove škole i smatrao je kako je došlo vrijeme da svima pokaže kako je najbolji igrač svoje generacije. Pošao je najkraćim putem, preko susjedova dvorišta, pothodnika i pruge. Tamo je morao neko vrijeme čekati da prođe teretni vlak s putnicima štrajkašima koji su išli na loše plaćene poslove u tvornicama u stečajnom postupku te zatim putnički vlak natovaren sirovinama koje su odvozili iz tih tvornica. Zatim je prešao preko malog parka u kojem su, unatoč jutarnjoj hladnoći, starci šetali djecu koja su odlučila ranije ustati, dok su nezaposleni mlađi ljudi šetali pse i kornjače. Tada se sjetio kako tog jutra nije nahranio Sladanog, no dobro je znao da oposumi mogu duže izdržati bez jela, a Sladanom bi i dijeta svakako dobro došla nakon što se poprilično udebljao tamaneći masne božićne kolače. Nakon što je prošao pored nekoliko kladiionica

koje su u isto vrijeme bile i frizerski saloni, napokon je došao do zgrade u kojoj mu živi prijatelj. Pozvonio je na tipku kraj jedinog prezimena koje se još moglo razaznati te nakon spuštanja mosta prešao zaštitni jarak i ušao u zgradu. Njegov osjetljiv njuh nije mu dopuštao da se posluži stepenicama pa je sačekao dizalo, zajedno s jednim dostavljačem paketa iz čijeg se izraza lica moglo jasno vidjeti koliko mrzi svoj posao. Neko su se vrijeme šutke promatrali i čekali koji će od njih prvi stisnuti tipku s brojem kata, da bi naposljetku najprije zajedno stisnuli tipku kojom se pali ventilator, a zatim je dostavljač prvi odabrao kat na koji treba stići.

Strogi centar predgrađa industrijske zone, 9 sati i 18 minuta. „Što je to teško, leda mi otpadoše...” gundao je Gnjidaršić istežući se i pritom pritišćući donji dio leđa objema rukama. „Daj da to ubacimo pa idemo, prihvati s ove strane i diži”, odvratio mu je stric Vinko. Znao je da Gnjidaršić nije najbolji izbor, ali ovog trena nije bilo druge. Baš je jučer uspio iskopati u Velikom crnom oglasniku (lokalnom glasilu u kojem su oglasi bez slike i šifre slučajnim poretkom tiskani na arcima crnog papira veličine A2) kako se skoro pa džabe prodaje kvalitetan rabljeni futon koji bi bio idealan za izležavanje u bratovoj dnevnoj sobi kada dođe u posjet. Naravno, kvaka je bila u tome što je futon već danas trebalo odvesti što dalje pa je zamolio Gnjidaršića (kvartovskog ugostitelja koji se pojavio unazad nekoliko izdanja, op.a.) da mu prije posla uskoči i pomogne u prijevozu svojim Tamićem. Stric Vinko znao je da mu tu uslugu poznanik neće odbiti, ali je isto tako znao i da će konstantno suptilno prigovarati. Morali su se i požuriti jer se prije podnevne smjene još trebalo izvikati na konobara, mijenjati etikete na bocama te razvodniti vino. Uz neviđeno je puhtanje, hroptanje i pokoju psovku teret napokon bio utovaren i mogli su krenuti. Udubljen u razmišljanje je li bolje futon samo ostaviti ispred bratove kući ili Gnjidaršića nagovoriti da ga zajedno još i unesu u dnevnu sobu (ključeve je, naravno, uvijek imao kod sebe), stric Vinko nije niti primijetio da Gnjidaršić u žurbi nije teret ničim zavezao. Poduzetan kao i svaki pravi obrtnik, Gnjidaršić je to jutro dogovorio da će usput još i prevesti nekoliko kutija knjiga za studentskog kapelana. Tog je ljubaznog mladića i stric Vinko više puta sreo i dobro poznavao, no unatoč tome mu je uvijek izbjegavao odgovoriti na pitanje što studira. Pretpostavljaо je da je to neki oblik crkvene tajne, ali bio je siguran da se radi o nečem vrlo složenom kad dečko ima toliko knjiga bez slika. Gnjidaršić ubaci u prvu i naglo krene te uleti u obližnju petlju. Najprije je projurio kroz tri trake sve do sredine, a nakon što je prošao polovicu kruga bez signalizacije (ako ne računamo suludo mahanje rukama), presjekao je put ostalim vozilima i napustio kružni tok. Taj je manevar stric Vinko nekako još i izdržao, ali neprivezani teret nije se mogao zadržati

u vozilu. Sve je redom pojšpadalo i poletjelo nekoliko metara od nepropisno izgrađene ceste, lomeći pritom slabašnu trafostanicu i trgajući dotrajale obližnje strujne vodove. U tom je trenutku nestalo struje u većem dijelu grada, a suputnici iz Tamića pohitali su što je brže moguće pokupiti ispali teret i krenuti dalje. Stric Vinko bio je fasciniran prekrasnom paraboličkom putanjom koju ju futon opisao u letu, što ga je odmah asociralo na sve cjelobrojne vrijednosti parametra a za koje je funkcija $f(x) = x^2 + 2ax + a^2 + 4a$ negativna na intervalu $\langle 1, 3 \rangle$.

Zadatak 68

Sjeverni dio grada, 9 sati i 20 minuta. Dizalo se najednom zaustavilo i trojica su nageliranih muškaraca istovremeno podigli poglede sa svojih mobitela. Najprije su se međusobno pogledali, a zatim su najednom svi pogledali u tatu Medića. „Što vam ja ličim na servisera dizala da me sad tako gledate?!” pomislio je. Pretpostavio je da se radi samo o kratkom zastoju, no svejedno se počeo napeto znojiti iz straha da ne zakasni na dogovoren razgovor. Ona su trojica pokušavala nazivati s mobitela ne bi li dobili neke informacije zašto je i kako dizalo stalo, no uzaludno jer nisu imali signala. Zatim su počeli pokazivati jedan drugom slike s mobitela, hvastajući se izgledom svojih automobila, dionica i bankovnih računa. Držeći se po strani, tata je Medić najednom osjetio priličnu glad, kao što mu se obično i dogadalo kada bi se našao u napetoj situaciji. Nije mogao znati koliko će vremena morati provesti u dizalu, pa je odlučio kako nema što čekati, sjeo na pod i ispred sebe raširio veliku kariranu maramicu koju je nosio u džepu sakoa, jer je takav detalj njegova supruga smatrala svevremenski elegantnim i posebno probitačnim. „Da mi i ta maramica jednom dobro posluži”, pomislio je otvarajući aktovku i vadeći sendvič. Snažan miris njegova sendviča nadjačao je čak i oblak parfema koji je okruživao trojicu muškaraca, neprimjereno udarivši na njihova olfaktivna osjetila. Svoj su trojici usta najednom poprimila oblik vodoravno položene munje te su tati Mediću uputili zbumjene poglede. Zamijetivši njihove poglede, tata je Medić brzo obrisao rukavom mrvice s usta i odmaknuo sendvič malo dalje od sebe. „Ispričavam se, baš sam nepristojan. Želi li netko od vas momaka žvaknuti?” upitao je cimere iz dizala usmjeravajući sendvič prema njima. „Malo ćemo se potruditi oko podjele pa će biti dosta za sve. Vidite, to vam je kao da imate pravokutnik: Uzmimo papir pravokutnog oblika $24\text{ cm} \times 10\text{ cm}$. Zamislimo da su njegovi vrhovi označeni s A, B, C i D . Presavijmo papir duž dijagonale \overline{BD} , a zatim još jednom tako da se suprotni vrhovi papira podudaraju, tj. A sa C , te B sa D . Kada papir razmotamo, osim dijagonale vidimo još jedan pregib. Kolika je duljina tog pregiba?” nastavio je.

Zadatak 69

„Vi se, gospodine, dobro razumijete u matematiku?” upita ga jedan od muškaraca, izmijenivši pritom značajan pogled s ostalom dvojicom. „Možda nam možete pomoći”, prihvati drugi. „Uopće mi nije jasno kako koristiti kalkulator na mom

novom mobitelu, a kolega nije siguran jesu li mu dobro izračunali porez na novu nekretninu. Osim toga, bilo bi sjajno ako biste nam mogli nekako predvidjeti koji će brojevi biti izvučeni na uganskom Lottu 4 od 281 ovoga tjedna. Glavni se dobitak već popeo na 400 krvavih dijamanata, što bi nam svima jako dobro došlo zbog najavljenog povećanja poreza na nekretnine i vozila nakon četvrtog..." nastavljali su s besmislicama dok je tata Medić postajao sve sigurniji kako s tim ljudima uopće ne želi podijeliti sendvič koji je jutros toliko brižno pripremao.

Sjeveroistočni dio grada, 9 sati i 20 minuta. Dum! Tres!! Odjednom je drveno dizalo naglo poskočilo, kožna je torbica letjela zrakom s jedne, a kovčežić s piljevinom s druge strane dizala. Mamu je Medić momentalno probio znoj, nije mogla vjerovati da joj je predragocjeni kovčežić samo izletio iz ruku i pred očima joj se u trenu prevrtio čitav njen radni staž. Instinkтивno je reagirala, odrazivši se poput zerdava, fijuknula zrakom preko dizala te, u maniri Shake Hislopa iz najboljih dana, u letu uhvatila kovčežić i čvrsto ga stisnula u naručje prije mekog bočnog doskoka na pod od prvakasnog parketa okruženog za njen ukus predebelim lajsnama. Dok je muškarac temeljito pregledavao svoju torbicu koja se uz glasan tresak zaustavila na drugom kraju dizala, mama je Medić još ležala na podu duboko dišući i nastojeći se smiriti. Druga žena koja se nalazila u dizalu nije se dotad niti pomaknula. Očito je pripadala onoj samouvjerenoj klasi koju ništa ne dira i može nepomično promatrati čak i najgore horor-filmove domaće produkcije. Ne spuštajući pogled dalje od ušpičena nosa i ne interesirajući se za ostatak situacije, spretnim pokretom ruke natovarene zlatnim nakitom iz drvene ručne torbice izvadila je trokutasto ogledalo i krenula popravljati ionako predebeo sloj šminke. Ne ispuštajući kovčežić iz ruke, mama se Medić napokon pridigla, još se uvijek pomalo tresući. Nadala se kako nekontrolirano drhtanje njenih ruku neće naškoditi uzorcima piljevine i kako zastoj neće dugo trajati. Svakako se veselila ugodnom druženju s ljudima koji su se našli u istoj situaciji. Za to je vrijeme muškarac otkrio ogrebotinu koja je nastala na torbici pa je nervozno iz nje izvadio europsko izvješće o nesreći torbice i počeo popunjavati podatke koji će biti potrebni osiguravateljskoj kući. Mama je Medić odmah primijetila ugovor za leasing za torbicu. Razmišljala je: "Pa mogla bih i ja tako šta kupiti. Na koliko najmanje godina moram uložiti 50 000 kn, uz kamatnu stopu od 6 %, da bi se uloženi novac povećao za 50 %, ako se ukamačivanje provodi 4 puta godišnje?" Zaključila je kako su ovi ljudi nevjerojatno profinjeni i kako je prava čast ovako dijeliti prostor s njima. „Jasno, pa ne može svatko biti na takvim položajima koji zahtijevaju odgovarajući stav, držanje i principe”, tumačila je sama sebi, pomalo se diveći kako čovjek kratkim pokretima drvenog nalivpera počinje ispunjavati izvješće, dok je žena iz dizala baš počnjala drvenom bojicom

Zadatak 70

na rubu usana iscrtavati konture boje drveta. Takve su stvari mami Medić bile potpuno strane. Sa šminkanjem je prestala još i prije prelaska na novi posao u pilani, jer su joj obično govorili da izgleda poput klauna koji se maskira u pandu. Također, suprug i ona nisu imali ni policu obaveznog osiguranja za automobil jer im se to uvijek činilo kao nepotreban trošak za snobove pa su produljenje registracije uvijek rješavali kod kuma koji je radio na stanici za pregled zaprežnih kola i osobnih tenkova. Nisu joj bili sasvim jasni podatci koje je trebalo unijeti u izvješće kakvo je muškarac grozničavo ispunjavao, pokušavajući već po šesti put precizno skicirati oblik oštećenja i u crtovlje unijeti melodiju kakva se čula prilikom nastanka istog. Da nije morala paziti na piljevinu, možda bi mu i priskočila u pomoć.

Sjeverozapadni dio grada, 9 sati i 20 minuta. Sitni vijci, čipovi, komadići zaslona, sve se rasulo po podu praćeno otpornicima koji su se klizali neodoljivo podsjećajući na male životinjice s većim brojem nogu. „Pa ta moderna tehnologija i nije baš sofisticirana”, pomislila je kćerka obitelji Medić promatrajući kako se neizostavna elektronička oprema koju je instruktor nosio raspada na sastavne dijelove pri susretu s podom i zidovima iznenada zaustavljenog dizala. Pametni telefoni, tablet, projektor, sve se zajedno raspalo stvorivši jednu od najskupljih dotad viđenih elektronskih kaša. „Zaštitne torbice od zmijske i krokodilske kože ipak nisu izdržljive, a i ruke se jako znoje tijekom nošenja”, prokomentirala je jedna od djevojaka u dizalu. Vjerojatno se ne bi dogodila tolika šteta da instruktor nije pao kao pokošen u trenutku kada se dizalo blokiralo. Polako se pridižući, počeo je disati izuzetno teško i ubrzano, ne mogavši se primiriti. „Hiperventilira! Cure, brzo dajte užinu!” povika munjevito kćerka obitelji Medić. „Misliš da je tako gladan?” upita ju kolegica koja je ponavljala razred u Akademiji Zlatne Krede (u redovnoj nastavi nije imala takvih problema). „Ma ne, treba mi vrećica da mu pomognemo s disanjem!”, odvrati kćerka Medić te pogleda kolegica koje su vadile obroke iz školskih pismo-torbi. „Zar više nitko ne kupuje normalnu užinu u pekari!?” prođe joj kroz glavu kad je shvatila da jedna kolegica ima termosicu s ječmenom kašom, druga špagete carbonara u posudici, treća pečeno pile umotano u foliju, a četvrta energetsku pločicu i trulu jabuku. Zatim se sjetila da negdje na dnu torbe ima malu plastičnu vrećicu, jednu od onih koje se zatvaraju snažnim uniformno raspoređenim pritiskom po gornjem rubu, koju je koristila noseći sa sobom četkicu i zubnu pastu kada bi nakon noćnih instrukcija išla zubaru, jedinom koji je radio tako rano, a ujedno je taj zubar i brat instruktora koji im je uvijek nudio ljepljive karamele i mramorne bombone. Ponudila je vrećicu instruktoru, koji se nakon nekoliko udisaja gotovo sasvim primirio. Staklenim pogledom zjakao je pred sebe, očito nesvjestan čitave

Zadatak 71

situacije, da bi zatim neko vrijeme po boji i istrošenosti slagao 48 flomastera za pisanje po bijeloj ploči, koje je uvijek nosio u džepu sakoa. Na koncu se odlučio saviti u fetalni položaj, pokriti sakoom, staviti ostatak laptopa pod glavu i malo odmoriti. Djevojke, naviknute da su instruktori uvijek u pravu i znaju najviše, za razliku od roditelja i nastavnika, nisu u tome niti smjele vidjeti ništa neobično. „OK, zapele smo ovdje i mobiteli nam vjerojatno ne rade pa se ne možemo međusobno dopisivati. Preostaje nam da pokušamo pomoći razasutih otpornika napraviti zadaću iz Tehničkog i brutalnog odgoja za idući mjesec ili da opet prođemo kroz onaj dokaz koji je trebalo danas predati”, izloži jedna od djevojaka, najdominantnija među njima (pogădate, to je ona s termosicom). Dugi nokti i nedostatak Youtube-kanala priječili su ih da se posvete slaganju otpornika iako je jedna sa sobom nosila i lemilicu. Zato su se složile da pokušaju zajedno dokazati da je $\log_2 3$ iracionalan broj te su se bacile na posao. Sve osim ponavljačice koja je uporno pokušavala svoj status na društvenoj mreži promijeniti u *#Zapela u dizalu*.

Sjeverojužni dio grada, 9 sati i 20 minuta. Dizalo je stalo. Dostavljač se nije niti pomaknuo. Mali Medić nije se niti pomaknuo. Dostavljač se i dalje nije micao. Mali se Medić također i dalje nije micao iako ga je šal počeo strašno svrbjeti. Bio je sretan što su mu roditelji za rođendan naručili službenu kopiju šala navijačke postrojbe jedne od njegovih omiljenih računalnih igrica, no postao je sumnjičav kada je video da je pošiljka u kojoj su dostavljeni šal i nove papuče za strica Vinka poslana iz dalekoistočne pokrajine koju su u isto vrijeme pogodili kisela kiša i nuklearna katastrofa. Pokušao je pomicanjem glave odmaknuti šal od vrata, no jedino je uspio prenijeti snažan svrbež na bradu i lice. Još si je nekoliko trenutaka pokušavao olakšati patnju mašući glavom poput ukrasnih igračaka kakve su se nekad prevozile ispod stražnjih stakala automobila, no zatim više nije mogao izdržati pa je s glave zbacio kapu, strgnuo šal te počeo skakutati, okretati se i češati. Pri tom mu je ludovanju iz ruksaka ispalo i nekoliko tvrdoukoričenih udžbenika. „Gadno ti izgleda taj osip na vratu, kompa”, reče mu dostavljač te odloži kutiju na pod i počne ju otvarati. „Mislim da imaš sreće, ova dostava ide starijim ljudima kojima stižu masti i lijekovi nekoliko puta tjedno. Otkad su u zgradu uveli posebnu Wi-Fi ponudu i nagovorili stanare da svi uzmu aposlutne pakete koji uključuju tri mobitela po osobi i dva televizijska programa po katu, ti starci samo vise na internetu i naručuju lijekove, pogotovo otkad su farmaceutske stranice počele odobravati i kredite online. Da vidimo što ima ovdje...” zaviri dostavljač u kutiju. „Gepardova mast, čudnovata mast kljunaša, liker od jaja ptice dodo, sirup od mahovine... A evo ga, univerzalna mast za opektine, giht i svrbež. Posluži se.” ponudi dostavljač malom Mediću valjkastu

kutijicu grimizne boje snijega. Sigurno ste ovdje očekivali zadatak s valjkom, ali ovoga puta ništa od toga. Zaista, mast je djelovala i svrbež je nestao. Mali je Medić s vidnim olakšanjem počeo skupljati udžbenike s poda. „Matematika, ha?” primjetio je dostavljač kako se na podu nalazio i prepoznatljiv udžbenik s krugovima umjesto uvijek misterioznih kockica u obliku kvadratića. „Što ste radili iz matematike ovoga tjedna?”, interesirao se. „Tenzorske produkte, kompleksifikaciju prostora i Virasorove algebre.” odgovori mali Medić. „O, lijepo gradivo. Jeste li stigli već i do tenzorske algebre i vanjskih algebri?” veselo upita dostavljač. „Te ćemo teme obraditi nasamo u grupnom radu, mislim idući tjedan. Vi se razumijete u matematiku? Obično ljudi samo stereotipno kažu kako im to nikad nije išlo te nebulozno ispalje par nepovezanih pojmove kakvi se pojavljuju na nižoj razini državne mature.” zainteresirao se sada i mali Medić te se njih dvojica raspričaše. Ispostavilo se kako je dostavljač doktor matematike koji je više godina radio na fakultetu. Iako ga je išlo sasvim dobro i bio je među omiljenim predavačima s niskim ocjenama na studentskim anketama, nije mogao dobiti stalnu poziciju zbog manjka publikacija u suradnji s istraživačima iz drugih područja i ljudima koji se uopće ne bave znanošću. Na taj mu se način otvorila prilika za posao u dostavnoj službi koji je obavljaо rekordnom brzinom, koristeći se pritom znanjem optimizacije i jakom numerikom, što mu je ostavljalo dovoljno vremena za pripremu studenata, odraslih i umirovljenika za natjecanja iz matematike. „Ovih dana pripremam ekipu za individualno takmičenje Limes bez granica. Razmišljaо sam koji bi način rješavanja ovog zadatka bilo najbolje iznijeti na pripremama, što ti misliš?” upita malog Medića i skicira zadatak na računu i otpremnici koje je imao sa sobom. Zadatak je glasio: „Koliko znamenki ima broj $(111\ 111\ 111)^2$? Koja je srednja znamenka?” Nakon toga mali Medić i on povedoše raspravu.

Zadatak 72

Strogi centar predgrađa industrijske zone, 9 sati i 22 minute. „Luđaku jedan stari, ma ko je vidio tako ulazit u zavoje. Žice su popucale, onaj ormar s elektrikom eksplodirao, futon mi se zaprljaо od ljepljivih lizalica na podu i slomio sam nokat na malom prstu koji puštам od prošlosezonskog finala kupa! Uuuuh, prikini će me, majke me!” urlao je stric Vinko na svog pomogača vozača koji ga pokušavao odvući u Tamić. „Daj se saberi, Vinko. Sjedni unutra i gibamo u kvart dok je ovdje još ovakav metež. Dat ću ti vode sa šećerom, pa šlag će te strefit”, tumačio mu je Gnjidaršić. „Fuj, nikad ga nisam volio nit na kavi nit na voću. Skoro si me ubio i sad mi tu tupiš o desertima. Daj mi bolje izmjeri tlak nabrinu.” zamoli ga stric Vinko. Sa sobom su nosili jedino uređaj za mjerenje tlaka u gumama, koji je pokazao da je stric Vinko trenutno na 3.5 bara. „Ako je i ovdje normalno 100 plus godine, to je možda malo više, ali može proći. Ajde,

Vinko, prestani se previjati pa idemo...” nastavljao je Gnjidaršić, ali stric se Vinko već odvukao do ostataka pregorjelog strujnog postrojenja i čitao nagorjele upute za hitne slučajeve. „Gledaj ovo, možda ipak možemo pomoći. Tu sve piše”, doviknuo je Gnjidaršiću. Upute su zaista bile vrlo jasne. U slučaju će kvara ili nestanka struje dežurna služba iz glavnog grada doći na uvid u najkraćem roku od 48 sati, nakon čega će o svemu izvijestiti nadredene te će biti raspisan javni natječaj za izvođače popravki radova koji treba biti otvoren 30 radnih dana. U slučaju posebne hitnosti pozivom na broj koji je sada previše nagorio da bi se mogao čitav pročitati može se dobiti terenski radnik koji je dužan svim danima, osim ponedjeljkom, utorkom, srijedom, vikendom, imendanom i blagdanom, doći povući ručicu koja se nalazila sa strane kako bi se pokrenulo dodatno napajanje. „Kad bi barem vidjeli glupi broj koji treba nazvati”, proklinjao je stric Vinko. „Možda da lijepo putem redom zoveš sve brojeve koji tako izgledaju?” predloži mu Gnjidaršić. „Ma daj, pa znaš li ti koliko ima brojeva koji bi to mogli biti?! A za svaki poziv mi se naplaćuje i naknada za uspostavu te trošak prenošenja zvuka i disanja, kao i porez na broj riječi izgovorenih tijekom razgovora...” nabrajao je stric Vinko (točno jedna znamenka nije se mogla pročitati, nap.a.). „Daj da kupimo kapelanove knjige, vidiš kako su se rasule naokolo. A možemo probati nešto i zaraditi iznajmljujući ih za malu cijenu ljudima koji su zapeli u zastolu na kružnom toku. Dobro će im doći da si malo prikrate vrijeme dok čekaju. Uh, koliko Krleže ovdje ima, a evo ga i neka kuharica - to ćeu ponuditi onom debelom koji sav kipi iz džipa. Izgleda da se radi o grčkoj kuhinji kad je autor neki Platon, valjda će mu se svidjeti, oni ga vole zamastit i motat hranu u lišće...” prepoznao je brzo Gnjidaršić priliku za usputnom zaradom i pravio se da ne čuje Vinkovo daljnje gundanje o beskrajnim nametima teleoperatera koji su ga koštali živaca i mirovine.

Sjeverni dio grada, nešto poslije 9 sati i 20 minuta, ali ne puno. Tata je Medić zadovoljno pojeo svoju užinu i dobro okrijepljen odmarao naslonjen na zid dizala. Njegovi su prinudni cimeri, koji su držali mirišljave maramice kraj nosa otkad je počeo užinati, i dalje stajali te sada živo vodili razgovor gdje se u gradu i bližoj okolici mogu dobiti najbolji kanapei iz kateringa i kakve je čačkalice najbolje zabosti u takve komade kruha koje je tata Medić smatrao uvredljivo sićušnima. U svojim uskim odijelima nisu mogli niti sjesti, a nisu se niti naslanjali na zidove, kako bi osigurali da na početku radnog dana ne zarade kakvu nakaradnu mrlju na odjeći. „U tim se krugovima valjda mrlja na odjeći automatski pretvara u neizbrisivu mrlju na karijeri. Baš šteta, a da sjednu, mogli smo i malo kartati”, razmišljaо je tata Medić vadeći iz pretinca za pisma nepotpuni šipil mađarskih karata i počevši slagati pasijans ne slijedeći nikakva pravila osim svojih. Uvijek

je tvrdio kako si nikada ne bi mogao oprostiti da se sam karta i ne pobijedi. Nije više želio provoditi vrijeme u pripremama za razgovor za posao. Od jutros je već nekoliko puta provjerio kretanje cijena dionica na albanskom tržištu, nove cijene sirove nafte, meda i gumenih bombona. Prelistao je današnje, jučerašnje i sutrašnje novine, provjerio natječaje, brojeve lota i listić od kladionice te je smatrao kako je potpuno spreman za razgovor. Počne li opet prelistavati papire i pokušavati se prisjetiti svih podataka, mogao bi se samo nepotrebno uzrujati i time pokvariti ukupni dojam, a bilo mu je sasvim dovoljno što je zapeo u dizalu sa sumnjičavim društвom. Pasijans mu je svakako išao prilično dobro, što ga je držalo opuštenim. Za to su vrijeme druga tri muškarca ušla u ozbiljnu raspravu o najkvalitetnijim elektronskim duhanima za žvakanje i potrebi za snižavanjem stope poreza na kućne ljubimce bez dlake, grive i perja. „Ipak je to neko odabranou društvo kada se tako dobro razumiju u birane teme i mogu o njima razglabati na čisto eseistički način. Tu se vidi stečeno obrazovanje, naslijeđe i dugotrajno mukotrpno nošenje aparatića za zube, kao i korištenje zubnog konca”, na trenutak im je zavidio tata Medić. Često je smatrao kako i on zaslужuje takvu karijeru u kojoj bi mogao iskazati svoj puni potencijal i, što je najvažnije, provoditi više vremena izvan kuće radi poslovnih zadataka, beskrajnih edukacija i bildanja ekipnog duha.

Sjeveroistočni dio grada, točno oko 9 sati i 25 minuta. „Ma ne mogu ja to, vrat me ubija već sad. Valjda postoje neki posebni treninzi, jastuci za spavanje ili podupirači za vrat.” govorila je sama sebi mama Medić nakon što je nekoliko minuta pokušavala imitirati profinjenu pozu poput žene koja se nalazila u istom dizalu. Nos joj je nagnut pod kutom od 170° u odnosu na vrat ipak predstavljao prevelik problem i morala je odustati. Razmišljala je kako je to tek teško izvedivo kada je lice pritisnuto teškom šminkom iako tu tešku šminku valjda još nitko nije uspio pravilno izvagati. Nadala se zanimljivom razgovoru sa suputnicima na više katove, ali s tom bi ženom kontakt očima moglo uspostaviti jedino ptice ili košarkaški centri. S druge je strane dizala izbezumljen muškarac ispisivao već negdje sedmi ili osmi po redu obrazac osiguravajućeg društva, prilažeći pritom i fotografije oštećenja koje je na licu mjesta izbacio njegov digitalni polaroidni mudri telefon načinjen od hrastova drveta. Ni s njim mama Medić nije uspjela uspostaviti pravi kontakt, ako ne računa izjavu o nastanku štete koju mu je kao svjedok kratko izdiktirala u mikrofon. Prema njihovim joj se problemima njen zadatak prenošenja uzoraka piljevine najednom činio tako minoran da ju je preplavio osjećaj srama. Možda je ipak trebala sačekati da uđe u neko prazno dizalo ili se odvući gore koloturom predviđenom za obične radnike u slučaju da su stepenice zauzete ili ih se upravo pere. No, hrabrla se kako ne postoje

Zadatak 73

male i velike uloge, već samo mali i veliki glumci te da je svaki zadatak važan kotačić u golemom mehanizmu poduzeća, ponavljajući si dijelove govora koji su sindikalni predstavnici svake godine držali povodom radne proslave svetog Josipa Radnika, zaštitnika pilane u kojoj je bila zaposlena. Nije željela biti nametljiva pa je stavila zaštitne naočale ispod kojih se nije moglo vidjeti u kojem smjeru gleda, a zatim i službene slušalice koje su štitile od svih vanjskih zvukova te istovremeno puštale i glazbu namijenjenu da zaposlenike razonodi i potakne na rad. Kompilaciju je svaki mjesec ažurirao DJ Bukva iz Ureda za kvalitetu, a nedavno je dodao i istaknute radničke hitove poput reggae verzije govora Alije Sirotanovića, Hard Days Night, sinkronizirano s titlom te remiksa Patuljaka u kojem se stih „Ona radi u rudniku“ ponavlja onoliko puta kolika je duljina dužine \overline{PQ} ako je u trapezu $ABCD$, točka M polovište kraka \overline{AD} , a točka N jest polovište kraka \overline{BC} . Dužina \overline{MN} siječe \overline{AC} u točki P , a \overline{BD} u točki Q . Poznato je da je $|AB| = 13$ cm i $|CD| = 7$ cm.

Sjeverozapadni dio grada, 9 sati i akademski četvrt Zlatne Krede. „Kako to može biti toliko komplikirano?! Pa to nije normalno!“ frustrirano je vikala jedna od djevojaka u dizalu. „Možda se radi o grešci i stvar nije dobro postavljena? Jel neka od vas već vidjela sličan problem? Kod mene je sve uvijek bilo dosta jednostavnije ili bismo riješili na instrukcijama“, raspitivala se druga. „Ma kakvi, ovo je zaista nešto čudno“, zaključi mala Medićka te nastavi: „A što ako čitavo vrijeme sve promatramo iz krivog kuta?“ (u tom se trenutku ponavljačica premjestila u drugi čošak dizala, pri tome oprezno prekoračivši duhom odsutnog instruktora) „Vjerojatno bi bilo dobro promijeniti perspektivu, ma ne može to biti toliko teško, a sigurno ima i više načina da se napravi. Sad je očito da ne možemo ići induktivno kad se otvara previše mogućnosti i slučajeva za ispitati. Što bi se još moglo? Da prepostavimo kako treba krenuti suprotno od onog što smo pokušavali?“ tražila je mišljenje prijateljica. „Meni se čini da imаш pravo. Nemamo nikakvih uputa i najbolje je krenuti od početka. Kad bismo bar mogli bolje iskoristiti sve što se može dobiti sa slike. Ili da pogledamo sličan primjer pa krenemo heuristički? Svaka od nas može konstruirati neki primjer jer smo sve to već vidjele u specijalnim slučajevima“, predloži druga djevojka. „E, previše filozofirate. Pa nije to nuklearna fizika, treba samo uporno i strpljivo kombinirati pa će se već pojavitи rješenje. Možda se ugnijezdilo između nekih strogih ograda pa samo treba prepoznati. Ajmo, krenemo od početka pa slučaj po slučaj. Prvi sigurno nije, drugi odmah nudi puno toga za provjeriti. Ovdje je trivijalno, ovdje ništa, ovdje je nešto neobično, ali nije ni to problem. Ok, da vidim dalje. Sad nećemo ovdje, nego na idući... Samo malo...“ prihvatala se posla jedna od djevojaka. „Mislim da će to sad ići. Samo taj dio rastavi pa

izjednači ono što se pojavi u sredini. I onda odabereš dio koji ti odgovara, evo ga! A konačno...” odahnu kćerka obitelji Medić. „Ne mogu vjerovat koliko je teško snaći se na tom novom pametnom mobitelu, nisam još nikad vidjela da je potrebno toliko istraživati samo kako bi se promijenila profilna slika. Hvala, cure, častim vas kasnije energetskim napitkom, baka mi je spakirala onaj s ciklom i barutom”, radovala se djevojka čiji su mobitel čitavo vrijeme proučavale. „Ali meni i dalje nije jasno kako ide onaj dokaz. A ni kako smo uspjele promijeniti sliku kad nema signala”, požali se ponavljačica.

Sjeverojužni dio grada, skoro već pola 10. „Čovječe, šta sve ima u tim paketima! Baš dobre stvari, cool”, čudio se mali Medić dok je dostavljač otvarao paket za paketom. „A nego, smijete li vi otvarati pakete? Ne postoji li neka zabrana ili nešto slično?” pitao je dostavljač. „Hehehe, smijemo i te kako, momak moj”, odgovori dostavljač pa nastavi: „Nedavno smo se uspjeli izboriti za aneks ugovora o radu, prema kojem svaki dostavljač u izvanrednoj situaciji kako bi preživio ili si olakšao muke smije iskoristiti sadržaj paketa koje ima kod sebe. Nije bilo lako, ali za to pravo, kao i za pravo na minuli rad, izborili smo se dobro tempiranim oštrim štrajkom u vrijeme rasprodaje francuskih sireva putem interneta, koji su u roku od dva dana uspješno usmrđeli sva skladišta, a koja zbog toga neće moći biti korištena idućih 20 godina, koliko traje poluraspad neplemenite pljesni. A kao izvanredna situacija broje se i zatočeništvo u objektu nepoznatog porijekla, što odgovara situaciji u kojoj se nalazimo. Iz tog razloga uvijek u zgradu ponesem sve pakete koje tog dana treba dostaviti, čime povećavam vjerojatnost da će u njima naći nešto iskoristivo. Vidiš, na primjer, netko je iz Kine naručio imitaciju Lego kocaka s likovima iz Domovinskog rata, posebna serija *Gdje si bio '91.?*, iz Unutarnje Mongolije. Možeš malo slagati, ako hoćeš. Upute su obično internetom prevedene s kineskog, relativno lake za pratiti. Gladni nećemo biti, onaj je bilder s petog kata opet naručio steroide iz Saudijske Arabije”, pregledavao je dostavljač sadržaj kutija. „Oho, ovo je prava stvar! U paketu su kazete s novim piratskim igrama za tablet i primjerici časopisa *Mathematical Communications*. Zabava zagarantirana”, razveseli se dostavljač. „Ne znam baš, nisam neki ljubitelj tih igara s gusarima, obično dobijem morsku bolest od borbi brodova. Možda da ipak pogledam malo časopise”, odvrati mali Medić. „Ima li možda i neko osyežavajuće piće u tim paketima?” interesirao se. „Čekaj da sve pregledam. Mogli bismo iskombinirati sirup od nonija za umirovljenički dom, ioniziranu vodu za bildera i mjehuriće koji se ubacuju u čaj, mislim da su to naručili imigranti iz Japana koji ilegalno rade u gradu. Sve ćemo skupa dobro izmiješati u metalnim dječjim bočicama

koje su naručile obližnje jaslice *Slinava paprat*. I evo ga, fini je napitak gotov!” dosjetio se dostavljač.

Strogi centar predgrađa industrijske zone, blizina kružnog toka u obliku elipse, vrijeme taman za drugu jutarnju kavu. Gnjidaršić se vraćao prema stricu Vinku lagano šepajući na jednu nogu, pomalo izderane odjeće i prašnjava lica. „Što je bilo?” pitao ga je stric Vinko. „Ma pusti, ništa od biznisa, neće ti danas više nitko čitat knjige. Jedni u autima gledaju u televizore, a drugi u navigacije, i onda se svi čude kad moraju često mijenjat akumulator. Probao sam im utrpati knjige po mizernoj cijeni, ali onda su me još počeli tjerati i gađati knjigama da im kao ne smetam. Neka debela filozofija pogodila me direkt u glavu, a kad sam pao, u trbuhi mi je doletjela neka teška trilogija. Pa jel ti pisci danas zarađuju po broju stranica da moraju pisati tolike knjige?! Kad sam ja išao u školu, do 50 strana i paf, gotovo! Najduža knjiga koju smo mi čitali jest valjda bila Vlak u snijegu, ali ona skraćena verzija u kojoj se osim lokomotive u kompoziciji pojavljuje samo jedan vagon”, žalio se Gnjidaršić. „Dosta mi je i knjiga i poslovnih ideja. Krećemo čim se malo raščisti na cesti. Sad će morati još i naći na čiji će se internet spojiti u lokalnu. Srećom, novi konobari barem znaju mobitele gostiju koristiti kao hot-sport ili kako se već kaže. Jesi ti dobro?” pitao je strica Vinka koji se konstantno meškoljio sjedeći pored pregorjelog strujnog postrojenja. „Nikako da skužim koja to znamenka nedostaje na ovom telefonskom broju, mogla bi biti 1, 2, 4, 5, 6, 7 ili 8. A nešto me i stopala svrbe otkad doma nosim one nove papuče koje mi je brat naručio. Jako me podsjeća na pad u koprive.” (vidjeti poglavljje *Dnevnik malog Medića*), gundao je stric Vinko. „Znamenka te podsjeća na pad u koprive?!” začudio se Gnjidaršić. „Svrbež, ne znamenka. Morat će skinut cipele”, odvrati mu stric Vinko. „Pa skinji. A kako znaš da znamenka nije 0, 3 ili 9?” sad se interesirao ugostitelj. „Kod nas telefonski brojevi na tom mjestu ne mogu imati 0, a ako bi na tom mjestu bilo 3 ili 9, tada bi to bio broj mog liječnika ili susjeda koji radi na crno kao električar.” odgovori mu stric Vinko i počne skidati cipele. „Ove su radne cipele baš glomazne, okačit će ih na ovu izbočenu polugu sa strane”, reče stric Vinko te prvu cipelu namjesti na vrh ručice. Pod težinom se cipele ručica polako spusti i upali dodatni izvor napajanja. „Šta si napravio, nesretniče?”, poludi Gnjidaršić. „Pa ne smiješ dirati stvari za koje nisi certificiran i ovlašten! Ajde, utovarimo brzo natrag tu kramariju i bježimo, vidiš da semafori odjednom opet rade!” te su pojurili ubaciti sve u vozilo, pokupiti cipelu i rasute knjige, nakon čega su napokon krenuli prema kući tate Medića.

Sjeverni dio grada, 9 sati i 30 minuta. Dizalo je napokon krenulo i tata Medić požurio je pospremiti sve u aktovku i urediti pomalo pogužvano odijelo. Čim

se dizalo zaustavilo, preostala trojica muškaraca izjurila su van bez pozdrava, nekontrolirano mašući mobitelima po zraku kako bi čim prije uhvatili signal. Odmjerenum se koracima tata Medić došetao do prostorije predviđene za razgovor za posao. Vječno nasmijana i neviđeno ljubazna zamjenica tajnice glavne tajnice objasnila mu je kratko kako je natječaj tog jutra poništen jer je supruga podsjetila glavnog i odgovornog direktora da ima tri nećaka, a greškom je raspisan natječaj za samo dva radna mjesta.

Sjeveroistočni dio grada, 9 sati i 30 minuta. Kada se drveno dizalo dovuklo od ciljanog kata, muškarac je izletio iz njega s hrpom papira u rukama, gledajući gdje na tom katu može naći tajnog agenta osiguravajućeg društva. Profinjena se žena laganim koracima, kao da klizi, išetala iz dizala ne spuštajući glavu. Zaista, izgledalo je kao da joj je nos prošao tik ispod gornjeg dijela vrata. Mama je Medić svečano izašla, noseći ispred sebe kovčežić na ispruženim dlanovima, onako kako se obično na svilenom jastučiću nosi vjenčano prstenje. Čak joj se činilo i da negdje u daljini čuje svečanu melodiju. No, dočekala ju je obavijest predsjednika Povjerenstva za procjenu kako danas neće biti ništa od isprobavanja nove piljevine jer je službeni hrčak doživio veliki stres kada se uslijed nestanka struje njegov kotač prestao okretati. Trebat će donijeti nove uzorke kad se on oporavi jer se uzorci mogu isprobavati jedino kada su potpuno svježi.

Sjeverozapadni dio grada, 9 sati i 30 minuta. Nakon što je služba za partronažne instrukcije iznijela i zbrinula nesretnog instruktora, djevojke su izašle iz dizala te krenule prema predavaonici. Nisu bile sigurne kako će opravdati svoje kašnjenje koje je često predstavljalo ozbiljan problem i za sobom povlačilo složeno dekurzivno ukamačivanje cijene daljnog pohađanja instrukcija. Na ulazu u predavaonicu dočekao ih je glavni pomoćni instruktor, desna ruka Zlatne krede, koji im je pojasnio da se njihove instrukcije nisu mogle održati zbog nemogućnosti prikazivanja prezentacija i reklama, pa će za taj dan dobiti poseban popust od 15%, a zadaću mogu predati i idući put, u elektronskom obliku ili faksom, u trima primjercima s biljegom.

Sjeverojužni dio grada, 9 sati i 30 minuta. Nakon što je dizalo opet počelo raditi, dostavljač je odlučio sići u prizemlje te otići doma jer je bilo zabranjeno isporučivati otvorene pakete. Mali Medić odlučio je popeti se do prijatelja stepenicama, no ispostavilo se kako je blindiran ulazak na taj kat sa stubišta. Zato se spustio dolje i neko vrijeme čekao da uspije ući u dizalo jer su prednost imali svi oni stanari koji su na dizalo čekali još od prije nestanka struje. Nakon toga je vrijeme do odlaska u školu proveo gledajući televiziju kod prijatelja. Od umreženog igranja nije bilo ništa jer je modem njegova prijatelja imao roditeljsku zaštitu koja se nanovo palila svaki put nakon nestanka struje.

Dom obitelji Medić, uvečer istog dana. Čitava je obitelj ispuhano sjedila u polumraku, gledajući nezainteresirano u ugašeni televizor ili kroz prozor, svi nagurani oko futona. Neki se sjedili na njemu, a neki na podu, udobno naslonjeni na strane od mekog pliša, potpuno neraspoloženi za bilo kakav razgovor. Svi osim strica Vinka koji je navratio u neizostavni večernji posjet, zavalio se u slobodnu šarenu fotelu i živahno prepričavao dogodovštine od toga jutra.

10

Rođak Miško

Ponedjeljak je prijepodne i neobično je topla jesen posebno godila tati Mediću. Sjedio je u svojoj dnevnoj sobi i namakao noge u podgrijanoj morskoj vodi koje su u punom kanistru donijeli s prethodnog ljetovanja na kojem su bili nešto prije rođenja njihove kćeri. Prozor je bio otvoren, traci sunca grijali su mu leda udobno umotana u plišani kućni ogrtač od hladne imitacije svile. Izvana je dopirala mješavina mirisa šećerne repe i zapaljene gume, a čula se tek zaglušujuća buka posvađanih susjeda. U kući je bilo mirno, Vinko se jedva čujno povlačio po kuhinji, te se tata Medić mogao posvetiti čitanju jučerašnjih novina koje je Vinko posudio na terasi nekog kafića. Nedjeljne vijesti bile su nove i šarene, pune bombastičnih najava nadolazećih poskupljenja, netom započetih ratova diljem svijeta te savjeta o uređenju doma i pripremi teleće jetre na 78 različitih načina. Tata Medić preskočio je dobre, loše i osrednje vijesti te se posvetio proučavanju recepata. Takva mu je vrsta razonode godila uz jutarnju kavu i namakanje te mu otvarala i apetit koji je u zadnje vrijeme bio opasno narušen poslovnom situacijom. Kako se poduzeće u kojem je radio još uvijek nalazilo u stečajnom postupku, novi je upravitelj odlučio skratiti i preraspodijeliti radno vrijeme zaposlenika, pa je tata Medić ponedjeljkom radio od 15 do 16 sati, uz pauzu od 30 minuta kada je bio jedini u golemoj poslovnoj zgradici. Time se štedjelo na radnom materijalu i utrošenoj energiji, a najviše na plaćama. Prvih je nekoliko mjeseci uspjevao sakriti novo radno vrijeme od ukućana te uživao provodeći ljetno vrijeme u sjenovitim parkovima i klimatiziranim trgovačkim centrima. No, nakon što su sva radna vremena odlukama vlade, sindikata i profitabilnih udruga postala javno dostupna putem društvenih mreža, portala i reklamnih panoa, za što je trebalo zaposliti tisuće novih administratora, komercijalista, prvostupnika lijepljenja plakata i pomoćnika ministara, mogao je samo priznati kako će veći

dio dana biti na raspolaganju za kućanske poslove. Od tada mu je jutro postalo omiljeno doba dana, kada u miru obavlja osnovnu higijenu i proučava popularnu literaturu te je najviše od svega mrzio kada bi ga netko u tome omeo ili prekinuo.



Slika 10.1: Rođak Miško

Upravo u trenutku kada se unio u temeljito proučavanje recepta broj 27, kroz otvoreni je prozor do njega počeo dopirati bjesomučni lavež pasa iz susjedstva, popraćen glasnim psovkama susjeda. Odmah je znao kako se radi o prolasku poštara, kojem se valjda više nitko nije osobito veselio. Isplata mirovine na ruke od strane poštara postojala je još jedino kao sastavnica gradskih legendi, a svi su veći blagdani davno prošli pa se mogla isključiti i podjela zakašnjelih čestitki poslanih od strane posljednjih romantičara, te je jadni poštar ovakvima danima unaprijed stigmatiziran kao donosioc loših vijesti i mogli ste se samo nadati kako će zaobići vašu kuću ili sandući za pisma. Iako je nastojao i nadalje smireno sjediti, šesto je čulo upozoravalo tatu Medića da je ugodno jutro netragom nestalo, potvrda čega jest ubrzo stigla u obliku poštarove zvonjave. Duboko je uzdahnuo, pročitao na brzinu još nekoliko recepata, zatim obrisao noge i pedantno vratio vodu u isti stari kanistar, koji je potom spremio u smočnicu pored posuda sa smrdljivim kompotom. Nakon toga se presukao, stavio kolonjsku vodu te s Vinkom prokomentirao jučerašnje rezultate baltičkih nogometnih liga. Sada je smatrao kako je spreman suočiti se s poštarom pa je zaliо cvijeće, promjenio posteljinu i napokon otvorio ulazna vrata. Poštar mu je, već vidno iziritiran dugim čekanjem pred vratima, samo kratko uručio preporučeno pismo, dajući tati Mediću jedva dovoljno vremena da na obrazac upiše prvo slovo prezimena, nakon čega je odjurio dalje. Tati Mediću nije bilo jasno čemu tolika žurba, ali nova varijanta kratkog potpisa počela mu se baš sviđati pa ju je otišao usavršavati u radnu sobu. Nekoliko sati i nekoliko ispisanih bilježnica kasnije odlučio je kako je zadovoljan uvježbanim te je namjerio krenuti u izradu novih dokumenata kako bi na njima mogao koristiti novi potpis. Skupljajući papire shvatio je kako

pristiglu pošiljku još nije otvorio. Vinko je odmah priskočio s drvenim perorezom kojeg je uvek nosio u novčaniku te zatim stao viriti bratu preko ramena. Nakon što je nespretno pocijepao kuvertu s triju strana, tata Medić izvukao je papir savršeno presavijen na četiri pravokutnika i polako ga razmotao.

„Moooolim??!!” otme se tati Mediću. „Što je? Što je? Što je?” znatiželjno je Vinko propitkivao sa strane, gotovo poskakujući od navale radoznalog adrenalina. „Pa, ne znam točno. Pogledaj...” predao je bratu list tata Medić. Vinko je pogledao papir pa zatim u tatu Medića pa još jednom papir. Otpuhnuo je, kratko sklopio oči, a zatim lagano podigao glavu i konspirativno pogledao tatu Medića. „Miško?” upitao je tiho. „Miško.” odgovori tata Medić klimajući glavom. „Neće to valjat”, komentirao je Vinko odmahujući glavom. „A o čemu se uopće radi?”, upita. „Ne znam još. Pogledaj prvi redak...” odvrati tata Medić pokazujući na sadržaj pisma koji je glasio: „2017–1; 2–5–1 3–10–8 32–4–4 35–6–5 73–4–10 73–5–7 3–3–9 38–2–12 76–2–2 78–2–10 41–8–1 74–5–2 55–4–10 59–4–8 76–3–4 33–3–19 35–8–17 57–12–3 82–2–10 38–8–11 60–2–17 41–4–6 80–4–10 47–2–3 57–2–6 78–4–11 6–18–41 84–4–9 10–6–18 41–14–21.”

Zadatak 74

„Jel opet šifra vezana uz neku knjigu ili publikaciju?” upita Vinko. „Ma sigurno da jest. Al ne znam koju. Ovaj početak 2017 – 1 indikativan je, no koje bi to moglo biti izdanje? Mora se raditi o nečemu za što je siguran da posjedujemo i on i mi”, razmišljaо je tata Medić. „Burda? Dekupaž? Doktor u kući? Mathematical Communications?” nabacivao je Vinko ideje. „Ma ne, ne bi Miško kopao po takvim stvarima. Poznavajući njega, mora se raditi o nečem znanstveno-popularnom, što nije dostupno na kioscima, a nezaobilazno je u domovima poput našeg. Znam!!” uskliknu tata Medić. „To mora biti Osječki matematički list! Brzo, gdje nam stoje stariji brojevi?!” Odmah su se ustrčali po kući, tražeći gdje bi časopis mogao biti odložen. „Vinko, pretraži kuhinju, dnevnu sobu i šupu, dok je prekapam po dječjim sobama”, odluči tata Medić. Najprije je u kćerkinoj sobi pretražio police na kojima su stajale radne bilježnice s instrukcijama, njih ukupno 704, zajedno s nekoliko spomenara u koje su se upisali svi instruktori. Zatim je preturao po knjigama u sinovoj sobi, koje je na kraju ipak odlučio posložiti po boji, obliku i broju stranica. Pregledavao je starije žurnale po ženinoj i svojoj sobi, s tavama izvukao prašnjave kutije te ozbiljno nadraženih dišnih putova sišao u podrum, gdje je usput pokupio i nekoliko većih Maris Piper krumpira za ručak. Stigao je u kuhinju pun prašine, gomolja i nezadovoljstva jer časopis nije uspio pronaći. „Vinko, kako potraga?” upita. „Pa šta ja, mljac, znam, mljac. Počeo sam tražiti po kuhinji i, mljac, odjednom ogladnio pa sam si složio, mljac, ovaj sendvič, žvak, žvak.”, odvrati Vinko pokazujući na tablu

slanine između dvaju većih komada kruha. Tata Medić odmahne glavom te ode u šupu. Nakon potrage je konačno otkrio časopis između brojeva Mikijeva almanaha i Bleka Stijene. Zatim je sjeo za radni stol, raširio komad masnog papira, uzeo u ruku gušće nalivpero te krenuo u dešifriranje poruke. „Da vidimo, brojevi bi redom trebali biti stranica, redak te koje slovo po redu treba uzeti, dobro...” komentirao je sam za sebe te slovo po slovo otkrivaо poruku. Kada su slova na papiru otkrila svoje značenje, uzdahnuo je te pozvao Vinka da i on vidi o čemu se radi.

„Očekivano, hehehe”, reagirao je Vinko. „Lako se tebi kesit. Neće to bit dobro”, zaključi tata Medić. Ushodao se s rukama iza glave, pokušavajući smisliti odgovarajuću strategiju. „Treba sve pripremiti, nabaviti, vidjeti gdje ćemo što smjestiti. A kako reći mojima...” mrmljaо je razmišljajući. Vinko je brzo klisnuo van kako bi protegnuo noge i promatrao susjede koji odvlače pse od poštara.

„Pa dobro, a šta se on uvijek tebi javlja? Nisi ti jedini na dispoziciji! Gdje su svi drugi?!“ ljutito je rogororila mama Medić iste večeri, pedantno čisteći nastambu kućnog ljubimca Sladanog koji je veselo grickao rusku salatu. „Znam draga, ali kako ga odbiti kad ne znam čak niti kako ga kontaktirati?!“ branio se tata Medić. „Znaš li ti koliko toga se za takvog gosta treba prirediti, pa ga još i trpjeli, možda i mjesecima!“ nastavila je mama Medić. „Gdje on uopće sad radi, je li još na Odsjeku ili u onom časopisu?“ interesiralo ju je. „Nemam pojma, sve je to u vezi njega čudno i teško za pohvatat“, počeo je priču tata Medić polako i zamišljeno odmahujući glavom. „Sjećam se da je dugo bio na Odsjeku i na Institutu, ali nikako nije bio zadovoljan. Puno je radio, njegova su predavanja uvijek bila dobro posjećena, ali bio je stalno u nekim konfliktima, bar mi je tako nešto pričao. Najprije su mu prigovarali da mu teoremi imaju preduge iskaze, zatim da se bavi stvarima koje se ne mogu pojasniti ljudima izvan matematike, pa da nema suradnje s privredom i društvom te da ne vozi automobil njemačke proizvodnje. Ma valjda stalno nešto. Kad nije objavljuvao rezultate govorili su mu da je džabalebaroš, a kad ih je objavljuvao govorili su mu da se bahati te da postoje ljudi koji i više objavljuju, onda je valjda i otisao raditi za taj časopis.“ Mama Medić uspravi se naglo i nadoveže: „Je, da, sad se i ja nešto od toga sjećam. Na Institutu mu je nadređeni bio onaj Živadinovskijević koji ga je čitavo vrijeme držao neprijavljenog te inzistirao da njegovo ime piše na svakom radu. I to kao ime prvog autora, abecednom poretku usprkos. Znaš da je taj lik uredno koristio projekte kako bi odlazio na skijanje i ljetovanje na mondenim mjestima, bilježeći to kao usavršavanja. Istina, usavršio je i veleslalom i ronjenje bez daha, bar se tako branio na sudu, baš u vrijeme kad je i Deša htjela keša.“ „Tako je, nakon toga je previsoki savjetnik Živadinovskijević kao kaznu dobio

obavezu zainteresiranim studentima predavati po dva sata mjesečno, a Miško je morao napustiti Institut bez ijednog priznatog dana radnog staža. Imao je sreće što su ga odmah prihvatili u redakciju jer su ga poznavali kao jedinog redovitog rješavača nenagradnih zadataka. Nema više takvih ljudi...” odluta mislima najednom tata Medić.

„Ali nije on ni tamo nešto predugo radio, zar ne?” prekine ga u razmišljanju supruga. „Hah, izdržao je nekoliko izdanja, ali onda opet više nije mogao”, odvrati tata Medić. „Ubijala su ga stalna opsežna redigiranja njegovih članaka, traženje da napravi hrpe prepravki i prilagodbi. A bio je na takav tretman posebno osjetljiv jer je istovremeno drugima nalazio masu pogrešaka i nelogičnosti koje su bile tolerirane. Zatim je još inzistirao da mu odobre tri kolumnе i dvije duplerice u svakom broju jer je imao gomile ideja za pisanje, pa je tu i došlo do razlaza. Heh, uvijek je previše unosio sebe u posao i nije se zadovoljavao mrvicama s gospodareva stola, kao da nismo iz iste obitelji. Sad više ni ne znam gdje je kasnije sve radio...”

„Kad bi on uopće dolazio? Stignemo li sve priredit?” interesirala se mama Medić. „Vjerojatno već sutra ili, najkasnije, prekosutra. Zbog njegovih sam alergija već odnio kod Vinka sve pernate jakne i jastuke, vunene džempere i zimske čarape, kao i stare zavjese. Sad možemo stalno imati spuštene rolete. Cvijeće je ionako redom uvenulo pa sam ga prebacio preko ograda na susjedovo kompostište, u kaljićima.” „To je dobro, tako se barem riješimo dijela otpada. A jel nije susjed ondje još prošle godine posijao travu?”, upita mali Medić koji je upravo stigao s izvannastavne aktivnosti aktivnog igranja binga. „Može biti, ali svako mu malo bacim preko ograda nešto anorganskog otpada i te trave još nisam vidio. No uvijek me veselo pozdravi mašući stisnutom šakom”, odgovori tata Medić. „Slušaj, bolje da se i ti baciš na posao”, upozori sina. „Najbolje je da Miška smjestimo u tvoju sobu, jer ondje ima i krevet i stol i vrtuljak. Zato svakako čim prije u neku drugu sobu odnesi dio svojih školskih stvari. Znaš da je Miško alergičan na društvene znanosti pa sve takve knjige, bilježnice, radne listove, enciklopedije, udžbenike i tablice odnesi što dalje i dobro prozrači sobu. I reci sestri neka svakako materijale s instrukcija i priprema iz matematike ostavi na stolu u tvojoj sobi, to će Miška zabaviti dulje vrijeme. Pogotovo onaj zadatak u kojem treba odrediti prirodan broj takav da je zbroj tog broja, njegovog kvadrata i njegovog drugog korijena jednak 276. A mi ćemo odmah krenuti u nabavku.”

Tako je i bilo, svi su se uputili u generalno spremanje i kupovinu različitih potrepština. Čak se i Vinko uključio u pripreme te s tavama skinuo sir s dimljenom pljesni i pretvrde suhomesnate proizvode, dok je iz vlažnog podruma pokupio

Zadatak 75

stare prekrivače i dlakavu posteljinu te ih prenio u bratovu blagovaonicu. Dok su brat i sestra Medić premještali pokućstvo, zračili sobe, krečili kupatilo i dvorište te kosili kuhinju, mama i tata Medić podijelili su se u odlascima u kupovinu. Tata je Medić najprije obišao popravljaonice porculanskih servisa i escajga, zatim je navratio kod čistača satova s kukavicama, nakon čega je posjetio razbijača vaza. U isto je vrijeme mama Medić posjetila lokalnu klaonicu kako bi od gotovog napravila veresiju i tako obnovila zalihu svježeg mesa kopitara i lopatara, pa je potom otišla do luke i u modernoj ribarnici kupila nekoliko genetski modificiranih hobotnica s po 25 krakova. Naposljetku je utovarila vreće černobilskog brašna, skandinavske kave i aljaškog graha, nakon čega se otišla naći sa suprugom u polupropalom šoping-centru. Ondje su u zadnjoj trgovini koja se još odupirala valu zatvaranja kupili skislo mlijeko, jogurt, čvrsti mileram, tvrdi kefir i hladne langošice te se uvečer pretovareni vratili kući.

Najprije je trebalo napraviti mjesta za deponirati sve što su tog dana pribavili, pa su Vinkove stare stvari, dječju odjeću i obiteljske albume prebacili na susjedovu tratinu te stavili kavu i brašno u zamrzivač, a svježe meso i mlječne proizvode na toplo. Kako bi modernizirali kuću, mali je Medić upravo instalirao verziju za gluhoslijepe igre u kojoj biljke brane kuću od zombija, dobivenu za pretprošli rođendan od strica Vinka koji ju je nabavio gotovo besplatno. Njegova je sestra televizor okačila na strop kako bi izgledao kao da je montiran na zid, što je smatrala jednim od simbola trendsterstva, kako je i vidjela u predavaonicama za instrukcije. U tome joj je pomogao stric Vinko koji je izbušio rupe na stropu kroz koje su provukli lance na kojima je televizor visio, jer se ipak radilo od teškom golemom proizvodu starije tehnologije i veće dubine nego dijagonale ekrana.

Malo-pomalo kuća je zasjala novim sjajem pa je tata Medić procijenio kako je vrijeme i da izvuče bolju odjeću. Iz kutka ormara izvadio je noviju vrećastu trenirku, oslobodio ju zaštitnog najlonskog sloja te birao odgovarajuću kravatu jer je i kod kuće želio biti svečan i uredan, pravi primjer sportske elegancije. Već se opredijelio za nošenje lakastih kućnih papuča, a mama je Medić otresala prašinu s još nekorишtenog seta ručnika koji su dobili kao vjenčani poklon. Stric Vinko donio je nekoliko pari čistih čarapa kako bi ih mogao učestalo presvlačiti, kao i pet-šest starijih vesti. Nakon dužeg je nagovaranja ipak pristao spremiti u kantu za miješani otpad vestu s mrljom od masne čorbe koja se nije dala isprati od 1983., unatoč pokušajima s octom, vinom, votkom, kvasinom, sodom i čudesnim praškom Tschißti alles, za kojeg je Švabo garantirao da može očistiti sve osim obraza. Preporuku je za taj deterdžent stric Vinko dobio još krajem 80-ih, kada ga je rasplesani njemački turist nehotice zatio crnom bevandom plešući

robotskim pokretima na terasi jeftinog primorskog hotela, odavno zatvorenog na žalost stranih gostiju Metuzalemova godišta i čuvenog promuklog kvarteta koji je svirkom uživo uveseljavao turiste toga kalibra, nebrojeno puta svake večeri ponavljajući pjesmu koja veliča ime koje dijele ženska osoba i manja morska luka. Mnogim mještanima i usputnim gostima taj ritam beskrajno iritantno i danas odzvanja u glavi tijekom ljetnih šetnji rivom.

Za kraj su ispraznili većinu kuhinje i blagovaonice kako bi gost dobio potreban komfor te su bili spremni za njegov dolazak. A kakav je to već idućeg jutra dolazak bio! Bila je to svečanost, originalnost i elegancija s kojom se ne mogu mjeriti dodjela nagrada u Cannesu, promocija sveučilišnih prvostupnika, otvorenje poljoprivrednog sajma u Gudovcu i izvlačenje tv-binga zajedno. I nije tu bio potreban ni crveni tepih ni toga ni gumene čizme ni atraktivna hostesa, sve je to bilo na jednostavan način nadmašeno Miškovim romantičnim realizmom. Pred zoru je naparkirao svoj novi coupe karavan na prilazu kuće obitelji Medić, lagano kliznuo iz njega te polako, kao da lebdi, prohujao do ulaznih vrata. Mirišljav, uredno počešljjan i svježe obrijan, djelovao je kao da se kreće u blagom oblaku kvalitetne kolonjske vodice. Lagano je pokucao veselim, ali odmjerenum ritmom te strpljivo čekao da mu budući sustanari otvore vrata. Sa svima se srdačno pozdravio te se svakom ponaosob ispričao za moguće neugodnosti i iznenadnu smetnju. Zatim su na red došli pokloni kojima je ovaj put nadmašio samog sebe. Čitavo se susjedstvo okupilo na ogradama svojih dvorišta kako bi što bolje vidjeli fascinantne predmete koje je Miško vadio iz prtljažnika svog automobila. Stric Vinko, koji je već stigao u nezaobilazni posjet, postavio je ispred kuće staru ležaljku za plažu i na nju se udobno izvalio promatrajući zavist susjeda koju nisu mogle prikriti njihove šalice kave, čaja i bezukusnih proteinskih napitaka. Prvo je malom Mediću Miško uručio kolekcionarsku plišanu akcijsku figuru Semira Gerkhana u prirodnoj veličini, koja se do tad nalazila na suvozačkom mjestu Miškova automobila. Mama Medić dobila je ulaznicu za skorašnji koncert domaćeg kvinteta četiriju tenora (Cigoj, Bebek, Huljić, Srivastava), za jedno od najboljih mjesta, drugi red stajanje uz pozornicu, odmah iza šaptača nasuprot plastičnim orguljama. Kćerki je obitelji Medić svečano predao potpisane dresove Lise Leslie i Marije Matuzić, idealne za instrukcije iz dvokoraka i driblinga. Uz njih je odlučio pridodati i antikni geometrijski pribor u kojem su, među ostalim, bili veliki šestar od ebanovine, kutomjer od bjelokosti i krivuljar od karbonskih vlakana, sve popraćeno po narudžbi rađenim šarenim kožnim pojasmom za alat. Odmah joj je stao tumačiti i novi pristup konstrukciji elipse na milimetarskom papiru, no tata Medić prekinuo ga je nudeći mu doručak. „Dečki, vas ču dvojicu posebno razmaziti! Dodite

mi pomoći!” obratio se Miško tati Mediću i stricu Vinku. Zajedno su otišli do Miškova automobila te polako i oprezno iz prtljažnika izvadili novi kalajisani samovar, bogato ukrašen profinjenim ornamentima. Susjedima se činilo kao da prisustvuju konfisciranju blaga iz Ali Babine pećine. Samovar je svečano položen na kuhinjski element te je pristavljen čaj.

Miško je mirišljavačić odmah natočio u nekoliko čajnika te ih raznosio po susjedstvu, na oduševljenje čitavog naselja koje se tog jutra okupilo na granicama svojih posjeda. Uz čaj je susjedima ponudio i prhke kekse iz kućne radinosti, napravljene prema starom obiteljskom receptu kojem bi pozavidio i sam Paul Hollywood. Time je odmah pridobio naklonost čitavog susjedstva, što obitelji Medić nije pošlo za rukom otkad su doselili. Samovaru se u kuhinji ubrzo pridružio aparat za espresso te uređaj za kuhanje turske kave na vrelom pijesku, uz kutije kocki šećera nepravilnog oblika. Malobrojnu je odjeću Miško smjestio u predviđenu sobu, a zatim se bacio na čitanje i gledanje televizije. Kao izučeni barista, naredne je dane kratio pripravljajući tople napitke te iscrtavajući Dynkinove dijagrame na pjeni svježe pripremljene kave, dok su se gotovo svakodnevno svježi kolači hladili na pragu.

„Miško, očito ti dobro ide u zadnje vrijeme”, reče tata Medić srčući vruću Blue diamond kavu iz šalice s uzorkom prikaza lova na fazane. „Auto ti je izvanredan, uređaji koje imaš takvi su da nitko iz susjedstva više ne želi ići u lokalnu birtiju kod Gnjidaršića nakon što su vidjeli kakva oprema postoji. Gdje uopće sada radiš?” interesirao se tata Medić koji je zbog Miškovih sposobnosti pripremanja hrane i toplih napitaka sve lakše podnosio nedostatak kućnog mira na koji je bio navikao, pogotovo kad je video kako susjedi sline promatrajući Miškove slastice. „Radim od doma već neko vrijeme. Registriran sam kao slobodni umjetnik i influencer, nisam obveznik PDV-a, recenziram i povremeno objavljujem. Najprije sam povukao sredstva iz EU-fondova za samostalne obrtnike bez plana i nešto malo poticaja koje je Ministarstvo dijelilo bez ikakvih natječaja, dokumentacije i prijave. Naposljetku sam imao i nešto sreće u nesreći. Naime, poučen ranijim iskustvom, vezanim uz eksperimentiranje s kuhanjem i isprobavanjem raznih kemikalija, uplatio sam solidno osiguranje u provjerenoj osiguravateljskoj kući sa središtem u Mongoliji. Od njih sam ubrzo nakon problema dobio izdašnu naknadu u vidu bonova za određene specijalizirane trgovine. Iz njih dolazi većina mojih stvari koje ovdje možeš vidjeti”, pojasni mu Miško te nastavi: „No, znatno je veći problem s renoviranjem stana. Naime, osnovni je uvjet da osiguravateljska kuća mora samostalno obaviti kompletno renoviranje koje može početi tek nakon detaljnih izvida i izračuna štete. Također, sav materijal, svi majstori i prevoditelji, sve dolazi direktno iz centrale pa to može potrajati.”

„Auh...” izusti tata Medić, kojem je inače vrhunska kava odjednom počela manje prijati.

Ubrzo su se po čitavoj kući nalazili papiri na kojima je Miško nešto prepravljaо, podvlačio i uvijek iznova proučavao. Stric Vinko i on vodili su svakodnevno duge rasprave o valjanosti dokaza *abc*-slutnje i trenutnom stanju u domaćem sportu, narodnom kazalištu i teoriji kategorija. Miško je pomalo, funkcionalno i funkcionijalno preuzimao kuću, brinuo se za kuhinju i pazio na čistoću. Držao se postavljenih granica prema kojima susjedima nije bio dozvoljen pristup u kuću, ali je zato bio rado viđen gost u susjedstvu, uz uvjet da ne smije povesti Vinka. Pokazivao je velik interes za poslove obitelji Medić, zanimalo ga je kojim putem tata Medić ide na posao i zašto se tamo tako kratko zadržava, s velikim je zanimanje promatrao Vinkovo skupljanje starudija i dovlačenje istih, s mamom je Medić već nekoliko puta bio u pilani, pri čemu je za poklon odnio i panj-tortu. Zadnja je dva dana sasvim detaljno proučio sve zapise s instrukcijama iz matematike koji su u kući bili dostupni. Pojedinim se elementima i postupcima nije mogao načuditi te je odlučio svoja razmišljanja provjeriti s kćerkom obitelji Medić.

„Imaš li malo vremena?” upitao ju je na ulazu u njenu sobu. Kćerka je obitelji Medić upravo prepravljala rasporede instrukcija i pripremala roditeljima uplatnice, po jednu za svaki sat instrukcija, bez QR-koda i s obaveznom dodatnom naknadom pri plaćanju. Šuškalo se kako su taj posao s uplatnicama pokrenuli upravo moderni aktuari iz velikih inozemnih banaka jer su nanjušili potencijalno nepresušni profit, odmah nakon što je enorman broj građana počeo prebacivati svoju uštedevinu iz višeg mirovinskog stupa u ekstremno rizične fondove za instrukcije. „Imam, samo sekundu”, odvrati ona te zatim ugasi tablet, mobitel, laptop, televizor, mobitel, radio, aparat za kavu i mobitel kako bi mogli razgovarati u miru (mobitel je namjerno naveden više puta). „Nego, zanima me zašto sve zadatke ovog tipa rješavate metodom supstitucije?” upita Miško pokazujući na svežanj papira isписан nepreglednim morem dosadnih sustava linearnih jednadžbi. „Zar niste radili i neke druge metode?” „Pa, na instrukcijama su i kolegicama i meni uvijek ovako pokazivali i kod Zlatne Krede i individualno i kod Tomićeva šogora koji je imao prijateljicu koja je skoro upisala matematiku pa se i on u to dobro razumije. Drugačije valjda i ne može, kreneš uvijek od prvog retka pa ubacuješ oznake kao zamjene, redom *s, t, u, v, w, y, z*, onda, ako treba, i kombinacije *st, tu, ww* i tako dalje. Nije tako strašno kad jednom uđeš u štos, ali treba proći dosta primjera. Uvijek nam sugeriraju neka unaprijed uplatimo bar tridesetak sati instrukcija da se ima vremena sve dobro uvježbati. Evo, pokazat će ti na Instagramu...”, reče kćerka obitelji Medić te počne paliti neke od ranije navedenih uredaja. „Ma pusti to, čekaj malo: zar niste vidjeli metodu

suprotnih koeficijenata? A može se i preko matrica, to ti je samo pregledniji način zapisa.”, prekine ju Miško, sada već vidno iziritiran. Kćerka obitelji Medić podbočila se, lagano stisnula oči i uperila pogled u daljinu te u tom položaju duboko razmišljala određeno vrijeme. „Spominjala je profesorica tako nešto, čini mi se”, prisjetila se napokon. „Ali na satu obično rješavamo zadaću za instrukcije pa nastavu ne možemo sasvim pratiti. Osim toga, svi kažu da nas *instrukcije za život* ionako bolje pripremaju za sve što slijedi. Sjećam se kako je neke zadatke smiješno kratko rješavala, kao da je to neka igra. Svi smo smatrali da to ne može biti ozbiljno, pa bar bi matematika trebala biti dugotrajan postupak uvođenja supstitucija i supsticija.” „Daj mi papir i olovku i mjesto za stolom!” ispali Miško, doneše šalicu kave i sjedne za radni stol. Idućih je nekoliko sati proteklo u raspisivanju matričnih zapisa, pojašnjavanju elementarnih transformacija, interpretaciji rješenja te, što je bilo i najmučnije, uvjeravanju kćerke obitelji Medić da je taj postupak zaista ispravan. Kada nije bilo druge, riješio je neke od zadataka i metodama koje su bile obrađivane u sklopu instrukcija kako bi postalo jasno da su konačni rezultati identični.

„Rođače Miško, bi li imao vremena rastumačiti ovo i mojim kolegama? Sigurno ti ispočetka neće vjerovati, ali pomoći će ti uvjeriti ih”, upita naposletku kćerka obitelji Medić već umornog Miška. Tako su dogоворили da se već sutra u kući okupi čitavo društvo, a za tu će prigodu Miško u dnevnu sobu montirati i nepametnu ploču kako bi sve mogao jasnije tumačiti te im usput pokazati i kako odrediti sedam uzastopnih dvoznamenkastih brojeva sa svojstvom da se njihov zbroj neće promijeniti ako znamenke jedinica i desetica svakog od njih zamijene mjesta.

Sam dogovor nije mogao proći bez brojnih negodovanja. Ne s Miškove strane, njemu je to predstavljalo svojevrsnu razonodu. Ali mama i tata Medić nisu bili najsretniji takvim razvojem događaja te im je Miško morao obećati uštedu na kćerkinim instrukcijama, uz sveže sendviče prije i poslije posla. Također, i mali je Medić bio razočaran što će Miško provesti dodatno vrijeme sa sestrinim kolegama, koji će zauzeti veći dio kuće, pa mu je Miško zagantirao da će kasnije zajednički pogledati i njegove zadaće iz komutativne algebre i diferencijabilnih mnogostrukosti. Najglasniji je po običaju bio Vinko kojem nikako nije bilo jasno gdje bi u to vrijeme trebao gledati bollywoodske romantične sapunice o Ramanujanovim nasljednicima. Tako su dogovorili da će ploča stajati na sredini sobe kako bi se na jednoj strani mogla održavati projekcija sapunice dok će na drugoj strani Miško istovremeno tumačiti metode rješavanja zadataka.

Težak je to dan bio. Trebalo se najprije nositi s tvrdoglavosću, odbijanjem prihvatanja frontalne nastave i revolucionarnih metoda, a zatim sa stalnim slika-

njem selfija, ubijanjem valova napada upornih zombija pomoću nejakih biljaka čudnih predispozicija te stalnim pogledavanjem na sat zbog skorog početka novog turnusa instrukcija. Miško se opetovano trudio i borio, ostavljajući za kasnije rješavanje Pellovih i drugih diofantskih jednadžbi koje su zanimale pojedine prisutne učenike. Trebalo je slomiti njihov otpor, pedagoški zaobići korištenje tableta i mobitela, odgovoriti ih od slikanja, natjerati ih da prestanu naokolo razbacivati prazne limenke energetskih napitaka i namoliti ih da pogledaju udžbenike odobrene od strane Ministarstva zdravlja, obrazovanja i obrane. Na koncu su nekako ipak uspjeli svi prihvatići neobjašnjivu jednostavnost i lakoću primjene prikazanih metoda, popraćenih veselim zvucima indijske sapunice koji su dopirali s druge strane sobe. Kada su svi otišli kućama, progonjeni mislima kako možda i nije bezizgledno pratiti redovnu nastavu, Miško se potpuno iscrpljen dao u šetnju kvartom. Lokalne su ga medonje pozvale da sjednu kod Gnjidaršića, što je ovoga puta rado prihvatio. Odgovaralo mu je malo opuštanja i svakodnevnih razgovora o neredima navijača prije utakmica županijske lige i uvijek iznova prijetećim štrajkovima nezadovoljnih službenika. Zadubljen u brojne papire, stojeći za šankom, Gnjidaršić ih nikako nije posluživao, kao da je čekao da istekne happy hour, koji je kod njega trajao po 12 sati. Dok su se drugi gosti zabavljali dobacujući se kristalnim pepeljarama, Miško je prišao Gnjidaršiću da vidi u kakvim je sad ugostitelj problemima. A pred njim su na šanku stajali rasprostrti virmani, narudžbenice, otpremnice, osmosmjerke, čekovi, rebusi i uplatnice.

„Ne znam što bih ti rekao. Ja sam, čovječe, krčmar starog kova, u vrijeme kad sam počinjao uvijek se znalo što ide u blagajnu, a što ispod žita. I lijepo, mic po mic, svi zadovoljni. Račun tu i tamo, tringeld meni, plaća konobarici, sto kuna ženi, bombonijera inspektoru, desetina crkvi, nešto kroz porez i pirez pa na kraju svi sretni, vuk sit i koza cijela. A sad, pa ko da pišem dvojni doktorat iz ekonomije i nejednakosti. Kako da ja otkrijem gdje što treba proknjižiti, upisati, uvesti, natočiti? Zakon na zakon, uredba na provedbu, pdv na kavu u zrnu, propisi koliko smijem ubaciti vode u vino i obratno. Nema tu više kruha...”, žalio se Gnjidaršić. „Ajde, lega, posluži narod dok ja malo prostudiram tu tvoju papirologiju”, umiri ga Miško te zasuće rukave i sjedne za šank. Bilo mu je to prvi put da u ugostiteljskom objektu sjedi s te strane šanka. Zabavljalo ga je kako sve djeluje drugačije iz te perspektive, koliko je zanimljivo promatrati goste lokala i imati na dohvat ruke sve boce, čaše, šalice i aparat za espresso, iako je njegov osobni bio mnogo noviji i bolji. Čak je i pomogao vlasniku pripremiti sve narudžbe prije negoli se prihvatio posla. Gnjidaršić je samo sa strane zainteresirano promatrao kako se Miško udubio u izračune i pravilnike,

povremeno napeto hodajući i skupljajući krhotine pepeljara. Razmišljao je kako bi bilo dobro Miška nečim ponuditi, no nije ga htio ometati, a Miško se ionako sam služio sokovima koji su mu se nalazili u blizini, gotovo pri tome i ne podižući pogled s papira koje je proučavao.

Negdje je pred zatvaranje, u doba kada bi čovjek obično rado doma gledao televiziju ako bi na barem nekom od programa mogao pronaći gledljivu tematiku, Miško konačno odložio olovku i gurnuo nekoliko ispisanih papira pred Gnjidarišća. „Gledaj, da su ga zakomplificirali — jesu. Ali računica po tebe na kraju i nije tako loša. Pogledaj svoj cjenik, barem ovaj dio koji si sam prepravljao korektorom i zelenom kemijskom olovkom. Ako prodaš ovih napitaka više od 20, prelaziš u veću zaradu i koristiš ovakav model poreza i potrošnje...” počeo je Miško detaljno objašnjavati pravila, pokazujući Gnjidarišću malo na cjenik pa malo na papire u kojima je ucrtao neke tablice „... a ako prodaš više kave s kiselim mlijekom, onda ide druga marža pa računaš prema ovoj binomnoj formuli. S druge strane, ako točiš pivo koje stoji otvoreno više od četiri dana...” I tako se idućih nekoliko sati nastavljalio Miškovo detaljno pojašnjenje. „Preostale su cijene fiksne, takav je lokalni pravilnik. Znaš da su u ovoj općini takvi zakoni, drugdje stvari nešto drugačije funkcioniraju. Ma to ti je klasičan algoritam, samo ubaciš ulazne podatke na kraju radnog vremena”, završio je izlaganje Miško. „A koja je složenost tog algoritma?” upita Gnjidarišć pokušavajući pohvatati konce. „Polinomijalna, mislim”, odgovori Miško. „Više volim kad je logaritamska”, zaključi Gnjidarišć, zadovoljno trljajući ruke. Već idućeg jutra prenio je kolegama algoritam koji mu je Miško raspisao, u kratkim crtama i uz sitnu naknadu, nakon čega su svi zajedno pokušali odrediti koliko će sati biti 143 999 999 995 minuta od sada, ako na satu trenutno piše 10:45 h.

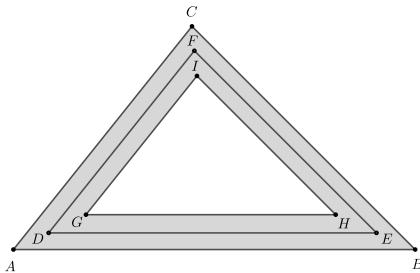
U rano je subotnje poslijepodne Miško uživao kao rijetko kad. Udobno se smjestio u dnevnoj sobi, zavaljen u naslonjač u pidžami s iscrtanim Jacquetovim modulima. Nije se tog dana imao volje presvlačiti, ionako nije nigdje planirao ići umoran od akcija prethodnih dana, a većina ukućana nije bila doma. Tata Medić otisao je na iznenadno dežurstvo na poslu, mama Medić bila je od ranog jutra u tjednoj nabavci na mađarski zelenoj tržnici, a njihova je kćerka uživala u šetnji uz obližnje zagadeno jezero. Kako je nedavno odustala od dijela instrukcija koje je pohađala, kao i neki njeni kolege, sada je imala viška slobodnog vremena koje je rado provodila na zraku u neposrednoj blizini besplatnog Wi-Fi signala. Čak se ni Vinko danas nije pojavljivao već je u obližnjem kinematografu posjetio cjelodnevni ciklus predratnih filmova postratne tematike. Ipak se radilo o žanru kojeg su nadležna ministarstva i fondovi najradije financirali. Miško je bio oduševljen što je na inače ubitačno lošem tv-programu uspio danas pronaći

direktan prijenos ranijeg derbija nogometnog prvenstva. U gradu je u kojem se igrala utakmica vrijeme bilo lijepo i sunčano, momčadi su bile raspoložene za igru, posjeta na tribinama bila je razmjerno slaba i tek se povremeno moglo vidjeti kako pripadnici interventne policije primjereno nasilno odvode s tribina navijače koji su vrijeđali nogometni savez ili nedovoljno agilne aktere susreta. Bila je to prava, tvrda derby utakmica, zasad bez pogodaka, bez prilika, bez pomoći novih tehnoloških pomagala, bez mita i korupcije, ali s mnogo trke, žutih kartona, nesimuliranih prekršaja i propisnog markiranja igrača. „Prava šahovska partija, bravura obojice trenera”, zaključio je Miško grickajući jutros pečene kekse, one hrskave s dodatkom sasvim malčice đumbira, tek toliko da blago nadražuje nepce. I smatrao je kako mu ništa ne može pokvariti raspoloženje. Ništa osim nabusitog lica malog Medića koji se prošetao preko sobe u kuhinju baš u trenutku kada su igrači na terenu slagali modernu ideju dvaju živih zidova na razmaku od par metara prilikom izvođenja slobodnog udarca. Mali Medić, pomalo odsutna izraza lica i noseći bilježnicu u ruci, izvadio je kruh (koji je Miško također rano jutros ispekao u krušnoj peći jednog od susjeda), otvorio staklenku s domaćom paštetom od tunjevine i bakalara (koju je Miško napravio prošli petak) te počeo mazati paštetu po bilježnici.

Kako je na utakmici lopta zapela u prvog igrača u drugom živom zidu, a skupina gostujućih navijača počela paliti baklje i bacati ih na vatrogasce, Miško je odlučio napustiti svoj udobni položaj. „Hej, što te muči?” upita malog Medića koji si je baš krenuo praviti dupli espresso. „Ajde sjedi, budem ti ja to složio. Stavit ću ti gore malo hladnog mlijeka, evo može i mala skica oprstenjenog prostora?” ponudio se Miško, dok je mali Medić zauzimao mjesto pored stola. „Daj, radije nemoj, ta skica podsjeća me na one s dopunske nastave koji za zadaću samo trebaju obojiti algebarske mnogostrukosti, a ne se ovako mučit kao mi s dodatne”, nekako nevoljko odgovori mali Medić. „Ok, ok, evo onda samo shematski prikaz jednog Galoisovog proširenja. Čuj, pa dobro je dok se radi o ozbiljnoj geometriji, ne smije nam školstvo zapeti u 19. stoljeću pa da stalno deremo istu kozu i proučavamo neke kvazi-izmišljotine”, umirivao ga je Miško. „Kakva je to zadaća sad tako problematična? Pa one karakteristične klase rasturio si prošli tjedan, pogotovo Chern-Simmonsove”, interesirao se. „Ma za ove strukture moramo provjeriti da su faktorijalne domene, ali tu ima toliko raspisivanja. Osim toga, sve su međusobno slične, ali računi znaju bitno različiti. Teško mi je natjerati se da to sve radim po definiciji, a treba biti gotovo do ponедjeljka ujutro”, požali se mali Medić. „Možda bi bilo lakše i zanimljivije provjeriti jesu li domene glavnih idealja?” predloži Miško. „Kakve to sad veze ima?” upita mali Medić. „Pa svaka domena glavnih idealnih faktorijalna

je domena, to valjda znaš!?", iznenadi se Miško. „Nemoj me zezati, nismo tako učili", odgovori mali Medić začuđeno. „Možeš to i sam pokazati, ima jedan super postupak koji se bazira na činjenici da se u domeni glavnih idealnih rastućih niz idealna stabilizira", pojasni Miško ukratko. „Mrak, idem to raspisati, mogao bih složit i neki seminarčić na tu temu", odjuri mali Medić raditi dalje.

Miško se zadovoljno vrati na fotelju pred televizorom, razmišljajući usput o zadatku koji je njegov nećak imao za zadaću iz predmeta *Matematičke paralimpijke*, a u kojem je trebalo odrediti osjenčanu površinu između trokuta $\triangle ABC$ i $\triangle GHI$ prikazanih na slici 10.2, ako su odgovarajuće stranice svih triju trokuta paralelne? Stranice trokuta $\triangle ABC$ udaljene su 1 cm od stranica trokuta $\triangle DEF$, a stranice trokuta $\triangle DEF$ udaljene su 1 cm od stranica trokuta $\triangle GHI$. Duljine stranica trokuta $\triangle DEF$ iznose redom 5 cm, 6 cm i 7 cm. .



Slika 10.2: Zadatak 78.

Dok je o tome razmišljao je taman završio i prekid nastao radi bakljade te je utakmica mogla krenuti dalje, samo još da redari razdvoje i otprate sa stadiona pomoćnog trenera i predsjednika kluba koji su se netom prije potukli. Zanimljivo, radilo se o dvojici funkcionera istog kluba. Izgleda da je provincijski mentalitet i onđe prevladao, zaključi Miško.

„Rođače, mogu danas s tobom na posao?” upita Miško tatu Medića koji je upravo dovršavao kroasan s maslacem i pritom namještao dvostruki windsor-čvor na kravati. „Da te odbacim do grada usput, misliš?” odvrti tata Medić. „Ma jok, da odem s tobom pa malo vidim gdje radiš. Samo me pofuraj, neću puno smetati. A htio bih izbjegći i Vinka koji će tražiti da nastavimo partiju Goa koju smo jučer započeli, a ne da mi se više puštati mu”, pojasni Miško. „Kužim, sve jasno. Na brzinu se lijepo obuci da mi ne rušiš autoritet i upadaj u auto. Idem si ja umotat u foliju batak da imam za na poslu”, izašao mu je ususret tata Medić. U hipu se Miško ubacio u čistu bijelu košulju, kratke plave hlače, pridodao crvenu kravatu, smeđe cipele i sako odgovarajuće boje te uskočio u

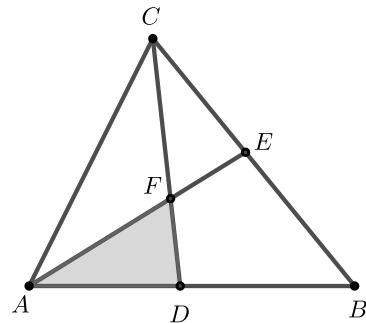
auto. Tata Medić pomislio je kako mu samo još nedostaje čunj na glavi, a onda je brzo dodao gas kako bi čim prije projurili pored Vinka koji je pristizao noseći društvene igre ispod jedne i novine ispod druge ruke. Moramo primijetiti i kako je potpuno zaboravio na društvene igre kada je kroz nekoliko minuta u kuhinji obitelji Medić uočio rumene, svježe pečene kroasane.

Miško je teškom mukom, dugo vrteći staromodnu ručicu, uspio spustiti prozorsko staklo na suvozačkim vratima. Podvrnuo je rukav sakoa, izbacio lakat kroz otvoren prozor i uživao u popodnevnoj svježini. „Pa da, njemu je vruće i nosi kratke hlače, dok se ja tu smrzavam i vozim. Najbolje da se još i prehladim, kako će onda tek dežurati u uredima? Mogao bi barem prestati pomicati retrovizore”, gundao je u sebi tata Medić dok je Miško namještao unutarnji i vanjski retrovizor kako bi mogao što bolje zjakati naokolo tijekom vožnje. Srećom po tatu Medića, prometa putem gotovo da uopće nije bilo. Recesija je uraganski uzela maha, poslovne zgrade u blizini njegova radnog mjesta zjapile su prazne, a cijena goriva premašila je odavno cijenu kvalitetnog viskija. Putem su od vozila jedino susretali hiperluksuzne limuzine koje su prevozile članove uprave i stečajne upravitelje, no oni su na cestama ionako imali trake rezervirane samo za njih. Kada su stigli, Miškovo se raspoloženje naglo promijenilo. Smrknuo se i stao detaljno proučavati oglase o iznajmljivanju poslovnih i privatnih prostora koji su krasili prizemlja praznih zgrada od stakla i plastike. Šutke se s tatom Medićem uspeo do njegova ureda te sjeo na barsku stolicu pored čeličnog šanka. Neko je vrijeme podbočen razmišljao, dok je tata Medić vrijedno dežurao za svojim stolom. Kada je stiglo vrijeme za pauzu, latio se brižno spremlijenog batka te ponudio i Miška.

„Ne bih, hvala. Mislim si nešto da meni to uopće nema smisla”, odvrati on tati Mediću te započne pripremljeni monolog. „Vi tu dežurate jedan za drugim, svakodnevno, iako se ništa ne događa. Klijenata nema, proizvodnja stoji. Ovo nakrivljeno zdanje od gomile stakla grije se klimatizacijskim sustavom koji enormno troši struju dan i noć. Cijene najma bezobrazno su vam visoke, a proizvodi nisu plasirani na tržište jer se kao dioničko društvo ne uspijevate dogovoriti oko maloprodajne cijene. Povrh svega, zbog sjedenja na poslu svi dobivate isplaćene dodatke za odvojen život, hladni obrok, dodatke za vjernost službi pa još i cipelarinu u obliku borosana s logom firme. Za sredstva se zadužujete i takvim se tempom poduzeće neće izvući iz problema. Na stranu što je cijela stara uprava u bijegu i nedostupna, ali valjda imate neka prava osigurana granskim kolektivnim ugovorom. Jesi li ga kad proučio?” „Pa, i nisam baš”, odvrati tata Medić boreći se s kosti. „Ali znam gdje ga možemo naći, arhiva je blizu kotlovnice u kojoj nema nikakvih kotlova. Ali ne mogu to sad odmah jer mi pauza traje još dvadesetak minuta.”

Zadatak 79

I tako su sačekli službeni kraj pauze, nakon kojeg se Miško uputio u arhiv. Tata Medić ostao je dežurati u uredu, za svaki slučaj, jer bolje je imati nego nemati. Usput je u časopisu na koji je bio pretplaćen, iako pretplatu još niti jednom nije platio pronašao idući problem: U trokutu $\triangle ABC$ simetrale kutova $\angle BAC$ i $\angle ACB$ sijeku se u točki F , a pravac CF siječe pravac AB u točki D (kako je i prikazano na slici 10.3). Odredite omjer površina trokuta $\triangle ABC$ i trokuta $\triangle ADF$, ako je $|AB| = 7 \text{ cm}$, $|BC| = 8 \text{ cm}$ i $|AC| = 6 \text{ cm}$.



Slika 10.3: Zadatak 79.

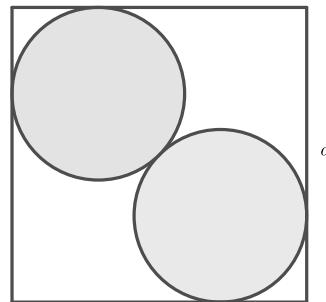
Miško je brzo iskopao ugovor koji mu je trebao i detaljno ga proučio. Nakon nekog vremena pridružio mu se i tata Medić, čim je isteklo vrijeme njegova dežurstva. Putem su kući u autu živo raspravljali o mogućnostima koje je nudio ugovor. „Ovako ja to vidim, rođače: prema statutu, neprazan skup dioničara može pravomoćno donositi odluke o poslovanju, a dionice su najprije među sobom razdijelili članovi uprave. No, prije nego su krenuli na službene putove u inozemstvo, s kojih se još nijedan od njih nije vratio, radnicima su jednu plaću isplatili u manjem broju dionica. Time su i radnici postali dioničari. Vlast je tu onda nepotrebno reagirala postavljujući odmah nekoliko stečajnih upravitelja kao voditelje poslovanja jer su smatrali da drugačije ne možete poslovati. Ali, dovoljno je da napravite sastanak dioničara i odlučite o smjernicama daljnog poslovanja.”, izloži Miško svoja razmišljanja. „Slažem se”, prihvati tata Medić te nastavi: „U ugovoru stoji da sastanak treba biti najavljen barem šest dana ranije, u Narodnim novinama i na Njuškalu. Oni koji ne prisustvuju sastanku nemaju pravo glasa, a okupljeni dioničari zajednički odlučuju na sasvim nedemokratski način. S dalnjim se poslovanjem nametnuti upravitelj ne mora slagati, ali je dužan raditi

kako dioničari odluče. Probat će organizirati sastanak za idući tjedan, potražit će kolege na društvenim mrežama i u blizini Zavoda za zapošljavanje, a oni koji su dionice u međuvremenu poklonili rođacima na vjenčanjima i krštenjima neka ih traže nazad.” „Još bi trebalo osmisliti optimalnu razvojnu strategiju i svakom prije sastanka kopirati po primjerak ugovora. Također, odmah nakon sastanka trebalo bi kontaktirati i stečajne upravitelje kako bi čitav postupak mogao odmah krenuti ispočetka”, zaključi Miško ponovno namještajući retrovizore. Zaista, tako je i bilo. Kroz nekoliko su dana donesene nove strateške smjernice, velik je dio prostora u pripadnoj poslovnoj zgradbi po niskoj cijeni iznajmljen organizatorima rođendana djece starije dobi, dok su uredi stečajnih upravitelja postali vježbaonice pikada i kriketa.

Idućih su dana počele kiše i Mišku se nije baš hodalo naokolo. Koljena su mu lagano škripala, hlače bi mu se brzo zablatile, a kišobran nije volio nositi. Radije je odlučio provoditi vrijeme u kući obitelji Medić čitajući, kuhajući i povremeno četkajući kućnog oposuma Slađanog. Vinko je često uletao s prijedlozima da igraju društvene igre, pogotovo one najnovije iz doma umirovljenika, na kojima je znao ponekad u par sati izgubiti i čitavu mirovinu. No jednog je sivog i umornog jutra mama Medić u žurbi na tramvaj zaboravila sa sobom ponijeti sendvič koji joj je Miško bio priredio. A sendvič se sastojao od mekog kruha, majoneze i salamice te nije mogao čekati njen povratak s posla. Kako se ta kombinacija Mišku nije jela, odlučio je otići do pilane i odnijeti zaboravljeni sendvič mami Medić, unatoč dužoj vožnji tramvajem. „Barem će putem imati vremena na miru pregledati i vrednovati nove projekte Zaklade za život bez znanosti, za starije ekstremno mobilne istraživače bez suradnika”, tješio se. U tramvaju nije bilo previše gužve pa je čak uhvatio i mjesto za sjesti. Sjedala su bila udobna, tvrda poput kamena, grijana poput sauna i prljava poput deponija. Vrijeme nije najavljivalo da bi kiša mogla uskoro prestati pa se čitavim putem moglo uživati u šuškanju kišobrana i kabanica koji su na podu tramvaja stvarali oveće lokve. Osim toga, trebalo je i dobro pripaziti na opasne šiljke smještene na vrhovima kišobrana. Tako je Miško do kraja vožnje pretrpio dva uboda u rebra i jedan točno iznad lijevog oka. Izlazeći, u unutrašnjosti je primijetio natpis prema kojem se pružatelji usluga javnog gradskog prijevoza oslobođaju odgovornosti od uboda kišobrnom, nožem i helebardom.

Kada je stigao u pilanu, već je vladala velika radna gužva i metež. Piljevina i iskre letjeli su posvuda, nekoliko je trupaca upravo otpalo s nosača, a reprezentativni su uzorci kupaca isprobavali prototipe čačkalica i konjića za ljuljanje. Prije nego je ušao, obavezno je morao obući zaštitnu radnu odjeću koja se sastojala od boroleta, karirane košulje i plastičnog dječjeg šljema. Tako uređen prošetao

se pogonom do radnog mjesta mame Medić koja se dosta iznenadila kada ga je ugledala, ali i obradovala sendviču. „Hej, Miško, stigao si nam u posjetu!” veselo ga je pozdravila, a zatim su još kratko prošetali pogonom. Miško je tijekom obilaska u par navrata stao i zagledao se u strojeve i proizvode, kao da mu neki elementi proizvodnje nisu sasvim jasni. Na izlasku je smatrao kako bi par detalja trebao komentirati s mamom Medić. „Kada bi se napravila mala preraspodjela poslova, učinkovitost bi se mogla bitno popraviti, trenutne dužnosti nikako nisu optimalne. Svakako bi proizvodnja bila efikasnija da trupce vuče više od jednog čovjeka, a da manji broj zaposlenika pregledava nosače za jednu čačkalicu. Osim toga, konstrukcije koje se koriste moguće bi biti znatno čvršće, samo da se prate temeljni geometrijski principi. Kao da se namjerno izbjegavaju pravi kutovi i pakiranja sfera.” Kraj izlaza su se u tom trenutku nalazili i lokalni predstavnici sindikata koji su, usputno čuvši Miškove argumente, odlučili odmah sazvati sastanak, tražiti izmjene u proizvodnom postupku te pokušati odrediti površinu osjenčanog dijela prikazanog na slici 10.4, pri čemu su u kvadrat stranice duljine a upisane su dvije sukladne kružnice, što se pokazalo ključnim za obradu trupaca stabla smreke.



Slika 10.4: Zadatak 80.

Kada se vratio doma, zatekao je Vinka kako sjedi u fotelji namrgodeniji nego inače. Pred sobom je imao raširene papire s dugačkim nizovima brojeva te je Miško pomislio kako se opet bavi postupkom predviđanja brojeva koji će biti izvučeni u basnoslovnom lotu u kojem su na kuglicama bili ispisani i iracionalni brojevi, a hostesa je morala biti emeritus. Vinko ga je pogledao i kratko komentirao: „Opet sam sve izgubio...” pokazujući pritom na svoj prazni plišani novčanik. „A što je sad bilo?” upita ga Miško. „Navukla me nova igra. Vidi, izgleda sasvim jednostavno, imaš na početku dan niz od 456 iracionalnih brojeva i igraju dva igrača. Naizmjenično uzimaju prvi ili posljednji broj u nizu,

Zadatak 81

a nakon što je neki broj odabran, isti se briše iz niza. Tako igra traje sve dok nisu uzeti svi brojevi, a pobjednik je igrač koji je odabrao brojeve čija je ukupna suma veća. Mislio sam da mi je jasno kako će lako pobijediti, ali negdje nakon stotog poteza pala mi je koncentracija te sam na kraju izgubio za $\sqrt[5]{3}$. Za poludit, ne smijem ni reći bratu”, prepričao je Vinko. „Auh, gadno. Ali čini mi se da vidim koja je pobjednička strategija za igrača koji igra prvi”, otpovrgnu Miško te pojasni Vinku svoju ideju u kratkim crtama. S malom je pozajmicom Vinko tako u idućih par dana uspio vratiti izgubljen novac, a na Miškov nagovor dalje od toga nije išao.

Atmosfera koja je vladala na izvanrednom sastanku Udruge pružatelja intelektualnih usluga bila je u najmanju ruku komorna. Većina je prisutnih zamišljeno gledala u daljinu ili uporno nešto pretraživala po svojim notesima i dlanovnicima. „Kolege, ovo bi moglo pokrenuti lavinu. Trebamo se zaštititi dok je vrijeme!” javio se za riječ Zlatna kreda, veliki mogul među prisutnima. „Broj polaznika počinje nam opadati, što je nedopustivo. Uz plaćanje najma, suncobrana, svih banaka koje očekuju svoje naknade, profit se počeo znatno smanjivati”, nastavio je. „Što će tek biti kada nas pritisnu i gramzivi ravnatelji pa djelatnici javnog prijevoza i keterinzi koji konstantno dižu cijene?” uključio se sada i drugi član udruge. „Uvijek smo bili složni u tome da ukoliko dođe do ovakve situacije, moramo promptno reagirati prije nego nam dugovi dodu na naplatu. Ako želite, možemo početi otpuštati studente, ali oni su nam najjeftinija radna snaga”, komentirao je treći član. „Drugovi, najvažnije je da shvatimo i saznamo tko ili što je uzrok svega toga. Broj upisanih nije se mogao početi smanjivati sam od sebe, netko ili nešto moralо je to potaknuti. Krenimo od toga”, zagrmio je na kraju Zlatna kreda.

Kada je tajnica donijela sok od bazge i čaj s mirodijama na sastanak članova Ureda za oduzimanje sredstava malim i srednjim obrtnicima pri gradskoj vlasti, odmah joj je bilo jasno kako se zbiva nešto sumnjivo i značajno. Njihova su lica, znatno otečena iznad prečvrsto svezanih kravata, odavala mješavinu zbuđenosti, očaja i prezira. Redoviti sastanak, koji se održavao u tajnoj prostoriji skrivenoj iza zida prekrivenog autoportretima bivših, sadašnjih i budućih vijećnika, proticao je u ozbiljnem tonu. Predstojnik je ureda najprije izvjestio sve članove kako se intenzivno radi na tome da svi dobiju besplatno parkiranje u svim dijelovima zemlje, a zatim je prisutnima pročitao i zadnje finansijsko izvješće prema kojem su prihodi od uzimanja poreza, ovrha i naplaćivanja kazni znatno smanjeni. „Unatoč tome što je na posljednjem paketu zakona rađeno ukupno pedeset sedam godina, pojavio se način na koji poduzetnici uspijevaju platiti minimalne iznose poreza te ih još pritom ne možemo niti kažnjavati u

nerazumnoj mjeri, unatoč podmićivanju nadležnih tijela. Sramota je kakva su vremena došla. Prema pričama naših uhoda, među poduzetnicima kruži postupak za pravilno popunjavanje potrebne dokumentacije, nekakav alhotiram”, komentirao je predstojnik. „Valjda lagoritam”, prekine ga oporbeni član. ”Ipak sam ja preko noći stekao titulu prvostupnika, odmah nakon prestanka obnašanja čelnih dužnosti u prošloj vlasti”, ustvrdio je. „Kako god, ovako svakako više ne može”, nastavi predstojnik. „Svakako moramo pod hitno pripremiti novi paket zakona. To će učiniti mlađi kolege i njihova će budućnost ovisiti o tome”, pritom je pokazao prstom na nekolicinu mlađih djelatnika. „Ali ako već znaju kako poslovati prema pravilniku koji je tako brižno i pohlepno pripreman, neće li brzo savladati i novi pravilnik?” upita jedan od njih. „E, mladiću, zato ćemo najprije ispitati kako su uspjeli svladati stari pravilnik.” poklopi ga predstojnik.

U najmračnijem zakutku zbornice skupila se nekomutativna grupa nastavnika, od kojih su neki odsutno pučkali svoje elektronske cigarete na plin, dok su drugi nastojali revno na društvenim mrežama objaviti najnovije dogodovštine iz rada s učenicima, hraneći se lajkovima. Jedan je od njih napeto hodao gore-dolje te napoljetku bijesno tresnuo mobitelom o mekanu fotelju, svu progorenou od opušaka. „Ne može to tako!” uzviknuo je. „Ne mogu niti smisliti što bih objavio, sramota, ovo je prvi put da mi društvena mreža zjapi prazna.” Drugi su nastavnici počeli kimati glavama u znak odobravanja jer su i sami imali sličnih problema. Većina je njih samo reciklirala starije objave i došli su u kreativnu blokadu. „Otkad su si pojedini učenici dopustili tražiti jednostavnije načine rješavanja, moram se za nastavu pripremati daleko detaljnije i intenzivnije. Otkud im samo takve ideje? Pa ako im pokažem jedan postupak, jel toliko bitno što se može i jednostavnije riješiti?” nastavio je ljutiti nastavnik. „S takvim se situacijama susrećemo možda jednom ili dva puta u karijeri”, ustvrdi stariji nastavnik. „S takvim se problemima treba znati nositi. Najprije, svakako je pozitivno da se pobudio dodatni interes za samostalno istraživanje pa se sve automatski može utrpati i pod projektnu nastavu, ali trebamo biti jako oprezni da situacija ne bi izmakla kontroli, takve stvari znaju brzo eskalirati. Dragi kolege, meni iskustvo govori da treba tražiti uzrok ili katalizator, a onda krenuti induktivno ili kontradikcijom”, zaključi on uz tiho odobravanje svih prisutnih, čak i spremičice koja je upravo na zborničkoj ploči prepravljala jednadžbe nejednolikog gibanja s kompleksnim koeficijentima.

Separe jednog od vodećih gradskih restorana bio je krcat. Ne samo što je bio zakrčen janjecem, odojkom i hrpama smrdljivog sushija te pljesnivim sirevima i trendovskim napitcima (naručenim prema naputcima najnovijih izdanja časopisa za trendovske manire), već se tu nagurala i čitava hrpa poslovnih ljudi u odijelima



Slika 10.5: Sushi

skrojenima po mjeri, neviđeno zašiljenim cipelama koje su iz određenog kuta podsjećale na sabljarku, nakinđurenim personaliziranim sunčanim naočalama i ručnim satovima brojčanika veličine tanjura za čorbuljak. Upravo se vodila rasprava o trenutnoj situaciji u tvrtkama gdje su ti poslovni ljudi radili kao stečajni upravitelji, njihovi pomoćnici i zamjenici. Svi su bili iznenadjeni nedavnim promjenama u načinima poslovanja, preuzimanju kontrole od strane dioničara i neviđenoj pojavi prema kojoj oni nisu više o svemu potpuno samostalno odlučivali. „Ljudi, razumijete li vi ozbiljnost položaja u kojem se trenutno nalazimo?” pitao je jedan od njih u tamnosivom odijelu maslinaste boje, s bliješće zlatnim gumbima, držeći u ruci čašu bambusa napravljenog od barikiranog plavca. „Razumijete li da bismo mi mogli postati, ako vlast shvati kako se posao razvija, čak i...” malo je zastao, gutajući knedlu dok su mu se oči orosile, „suvršni...” Separeom se protegnuo uzdah epskih razmjera. Rijetko kad su na jednom mjestu istovremeno provedene tolike računice kao tada, čak ni na takmičenjima iz matematike. Bilo je tu mnogo dodataka i dnevница za dodati pa oduzeti, potencijalni gubitci postajali su jasniji te su svi spoznali kako nešto moraju poduzeti. „Možda da nekako iskopamo kako se uopće pojavila ideja za proučavanjem temeljnih ugovora” predloži jedan od prisutnih, koji čak više nije imao volje niti navaljivati na janjetinu. „Da probamo stvari dubinski pretresti, napraviti si manevarski prostor i prikazati se kao posebno korisni? To dobro zvuči”, zaključi jedan od

najrenomiranih prisutnih, poznat kao rekorder u uništavanju poduzeća i broju osvojenih poduzetničkih priznanja.

U tajnoj podzemnoj brvnari u neposrednoj blizini pilane sastali su se uvečer direktor pogona, ravnatelj propagande, umjetnički direktor i kantautor. Ni jednom od njih nisu se sviđale nove ideje sindikalnih predstavnika, koje su se pokazale kao vrlo efikasne u unaprijeđenju proizvodnje. „Glupost, kakav je to arhaizam, pa gdje to više ima?” pjenio se umjetnički direktor mašući papirima s nacrtima. „Ma može to biti i jednostavnije i efikasnije i produktivnije, ali što vrijedi kad je ružno! Ružno, ružno, ružno!” stao je ponavljati unedogled. „Kakav sad pak pravi kut, pa mi smo prvi krenuli s gradnjom u ausvinkl. Na kraju krajeva, to je i lakše, sve je dobro kako god da staviš, ide brzo i honorari samo legnu”, nadovezao se ravnatelj propagande, popraćen kantautorovim šuštanjem. „Definitivno ovakvo stanje po nas nikako nije dobro, prave nas majmunima i ispadamo loši organizatori. E to ne može tako!” počeo je sada grmjeti direktor pogona. „Stat ćemo tome na kraj, ipak smo mi izgradili ovu pilanu koju su, istina, gradili drugi prije nas. A ti više prestani ponavljati da je ružno, a ti stani s tim šuštanjem!” izderao se. „Takvih ideja više ne smije biti i moramo ispitati odakle im uopće najednom takvo znanje. Krećemo u akciju odmah sutra, moramo čim prije prikupiti sve dostupne informacije”, zaključi on raspravu.

Dnevne novine, blagi čaj, jeftini konjak i oštećeni domino nisu bili u prvom planu društvene prostorije doma umirovljenika Alef Nula valjda po prvi put od njegova osnutka. Glavni je osnivač, stariji gospodin koji je imao veći broj godina od naziva samog doma, bio izuzetno namrgođen. „Nisam ja preživio seljačku bunu, dva rata (a mogao bih i treći), izum struje i njene redukcije, pa da sad gubim kao kakav balavac! Uživo sam slušao postavljanje Hilbertovih problema, a sad mi se tu najednom petljaju nekakve pobjedničke strategije. Pa gdje je tu draž igre? I posebna draž uzimanja mirovina iz džepova drugih? Pogotovo onom davežu Vinku i takvima.” „Kakav lavež, kojim staklima?” upita starčić koji je sjedio malo podalje i pokušavao namjestiti slušni aparat. „Uh, srce će me strefit, puffff, po jubilarni šezdeset osmi put, puffff, od svega stresa, puffff”, stenjaо je jedan puniji umirovljenik. „Gledajte, kod nas se igra do srčanog ili moždanog udara, nema trećeg, i zato treba osigurati prirodni tijek igre. Ako se slažete, pokušat ću izvući iz Vinka odakle mu sve te ideje u zadnje vrijeme. Mislim, oduvijek je on bio oštouman, ali sad ga najednom pretjeruje”, predloži uglađeni član u jednom od boljih šlafroka, popraćen podizanjem brojnih štapova i slušnih aparata u znak odobravanja.

Udruga pružatelja intelektualnih usluga, Ured za oduzimanje sredstava malim i srednjim obrtnicima, zbornica, separe, brvnara, dom umirovljenika, svugdje se

uskoro moglo čuti otprilike isto: „Tko?! Miško?! Tko je to, otkud?! Aha, samo u posjetu. Onda mora nestati. Otići čim prije! Kako nema gdje? To se da srediti. Ima i drugih zainteresiranih? Možda bi se mogli udružiti.“

Dobrotvorne su se akcije koje su za cilj imale ekspresno rješavanje Miškova stambenog pitanja ubrzo zakotrljale poput lavine. Nastavnici su organizirali projektnu nastavu domaćinstva, obrane i zaštite u sklopu koje su učenici masovno pekli masne kolače s debelim slojem kreme nakaradne boje, pune šećera koji je hruskao pod zubima. Polaznici su instrukcija te kolače zatim prodavali po kućama, zgradama, tržnicama, knjižnicama i ispred slastičarni, u obećanu zamjenu za sat besplatnih instrukcija. Babe su kutije i kutije kolača nosile prodavati po domovima zdravlja i bolnicama, gdje su uvijek mogle nesmetano ući, te u rano jutro po tramvajima i autobusima. Na kraju su najviše skupili od liječnika i medicinskih sestara kojima je to bio jedini način da ih se riješe kako bi prestali gnjaviti pacijente. Brzo se pojавio širok assortiman drvenih proizvoda sa specifičnim oznakama #PomozimoMishku te su se mogle kupiti drvene boce, čaše, podmetači i knjige, a čitav bi prihod od prodaje išao za pomoć Mišku. Menadžeri i stečajni upravitelji pokrenuli su kampanje na društvenim mrežama, u šarenim tjednicima, lokalnim televizijskim i radijskim postajama, a organiziran je i humanitarni koncert na kojem su nastupali i renomirani strani glazbenici čiji su se spotovi znali često prikazivati na programu VH2 Smeće. Sve je potrebne prostore u jednom potezu oslobođila lokalna vlast, uključivši u dobrotvorni rad i kompletne podmlatke vladajućih stranaka. U jednom je dijelu kampanje Miško prikazivan kao istaknuti član društva, genijalac kojem je potrebna pomoć i krov nad glavom, dok je u drugom dijelu prikazivan kao običan svakodnevni junak s kojim bi se svatko mogao identificirati. Ciljajući na osjetljive skupine, poput alergičara, gluhoslijepih, liječenih alkoholičara, somnambulista i linearnih algebraičara, udružene su snage brzo skupile dovoljno sredstava da se za Miška u njegovu gradu iznajmi na duže vrijeme kvalitetno uređen stan te da mu se također kupi i vikendica uz jezero u blizini grada, ukoliko bi mu se javila želja da povremeno napusti grad.

Kada je sve bilo spremno i uređeno, nakon što je na svečanoj ceremoniji primio ključeve novih nekretnina, Miško se polako spremio i ponovno prepustio članovima obitelji Medić njihovu kuću na nesmetano korištenje. Čitavo ga je susjedstvo došlo ispratiti i pozdraviti se s njim kako bi pokazali da im je drago zbog njegova dolaska i da bi pokušali uhvatiti koji od mafina koje si je netom ispekao za put. Jedino Mišku nikako nije bilo jasno zašto su najednom pokrenute tolike humanitarne akcije s ciljem da mu pomognu. Na kraju krajeva, on to nije niti tražio, ali tješio se kako su humanost i ljudska dobrota pod posebnim

uvjetima često bezgranične. To je bila jedna od rijetkih asimptotika koju si nije mogao sasvim razjasniti, iako mu nije bilo niti jasno zašto su svi određivanje broja kompleksnih brojeva z takvih da je

$$z^{2020} = \bar{z}.$$

smatrali prekompleksnim.

Zadatak 82

11

Obitelj Medić u karanteni

Zima je bila nikakva, baš nikakva. Glupo tmurna, natprosječno topla i taman toliko vlažna da bi se pojavili problemi u kostima i na zidovima. Takvo se sramotno godišnje doba rijetko ponavljalo, ali baš je izabralo ovu godinu da stricu Vinku pokvari raspoloženje koje ionako nije bilo idealno. Snijega jedva u tragovima, posve nedovoljno za grudanje pismonoša, dostavljača hrane s kockastim kutijama na ledima, popravljača dizala te vječno preskupih dostavljača plina. Čak se ove zime nije mogao niti naslađivati promatrajući susjede kako se muče čisteći snijeg ispred svojih kuća, udobno zavaljen u bratovu dnevnom boravku gdje bi se Vinko smjestio te pojačao grijanje i izuo cipele. A tek onaj poseban guš zvanja komunalnih redara plačljivim glasom i tužakanja susjeda koji nisu počistili nogostup ispred svojih kuća pa bi odglumio pad na jaču nogu, inzistirajući na oštrog kazni. Svi ti rituali uskraćeni su mu ove godine. Čak nije bilo ni onih ledenih sunčanih dana kada bi se zbigecao nabacivši Furry zimsku kapu i sunčane naočale. I to one kvalitetne, višestruko polarizirane, uvozne marke, kupljene u vrijeme kvalitetne proizvodnje kada se pri odabiru sunčanih naočala nije pazilo isključivo na trendove koje diktiraju influenceri, već i na oblik okvira, usklađenost s obujmom lubanje, zakriviljenosti obrva, mirovinom i krvnom grupom. Nije ova zima čak sa sobom niti donijela kakvu ozbiljniju poledicu, probleme u prometu, obavezu korištenja zimske opreme, pa niti koju značajniju virozu. U takvim je uvjetima i adventski vašar bio nekako nepotpun, sve se svodilo na par sličnih vrsta kobasicu u suhom pecivu i prekuhanu vino s klinčićem u tragovima. Ma nije ova zima nikako valjala. Srećom, bližila se kraju, jednako kao i Vinkovo strpljenje.

Šetkao je po bratovoj dnevnoj sobi namrgodeniji nego inače, svako toliko brišući stakla svojih prastarih naočala i provjeravajući na mobitelu pristigle

e-mailove i statuse starleta. Kao da je konstantno čekao da se nešto dogodi, da se nešto pokrene i razbije nagomilanu monotoniju. Zaključio je kako je došlo vrijeme da nešto poduzme i da se pokrene, ali nije bio siguran u kojem smjeru. Prije je često znao ići u obližnji dom umirovljenika, nalazeći тамо istomišljenike za razmjenu bitno različitih stajališta i igranje nedruštvenih igara. No u je zadnje vrijeme i ta zanimacija bitno izgubila na draži, nakon što je većina članova doma emigrirala u Irsku i neke sjeverne zemlje u potrazi za boljim životnim standardom i većim mirovinama. Ipak su im se u tim predjelima trajno nastanila djeca i unuci pa su im odlučili biti bliže kako im potomci ne bi morali slati novac na daljinu. Novi članovi su doma umirovljenika mahom bili emigranti iz udaljenih istočnih zemalja, pristigli iz sasvim korektnih razloga potrage boljih uvjeta u odnosu na domove umirovljenika u svojim zemljama. Stric Vinko nije posebno uživao provodeći vrijeme s njima, prvenstveno zato što nije razumio njihov jezik, a odbijali su prihvatići sve društvene igre koje se nisu uklapale u njihovo nasljeđe.

„Čuj, ne može to više tako. Moram se maknuti odavde, barem toliko da promijenim perspektivu koje nemam”, zagrmio je najednom okrenuvši se prema bratu koji je veselo prebirao po starim žurnalima i popularizacijskim časopisima bez naciljane publike. „Možda da baš zato probaš malo biti doma?” upita ga tata Medić s loše skrivenim sarkazmom. „Ma daj, kakva bi to bila promjena?! To je kao da mi kažeš da odem vidiš jesi li iza ugla. Opet dođe na isto, jednaka percepcija, jedna klupa, tiha luka, u kaminu bukti ona vatrica na kladama od hrasta. Jedino što nema nikog pa je pusto”, odgovori stric Vinko pomalo drhtećim glasom. „Da, pusto i vlažno, ali bar paučina strateški pokriva mrlje na zidovima”, prošlo je kroz glavu tati Mediću, ali nije imao volje to izgovoriti. Baš je pred sobom raširio nekoliko tvrdoukoričenih elektroničkih izdanja stručnih časopisa u čijim je objavljenim temeljito nerecenziranim tekstovima namjerio detaljno tražiti greške, što mu je od studija bio jedan od omiljenih hobija (kako bi samo poslije uživao obavještavajući o greškama autore i urednike, a potom i nadležno Ministarstvo parcijalnih integracija zaduženo za promicanje publikacija i izbjegavanje korištenja supstitucije). No, tata Medić bio je siguran kako će momentalno biti onemogućen u planiranoj zanimaciji. Njegov brat ne bi tako teatralno započeo svoj solilokvij da nema i nekih čvrstih nakana od kojih ga neće biti moguće odgovoriti. Čak ga je pomalo i zaintrigiralo što je Vinko sad namjerio, pa se zavalio, usput se blago nasmješivši jer je primijetio da u najbližem časopisu koji je držao otvoren autori brkaju pojmove homomorfizma i homeomorfizma. „Pa da, bitno da ističu primjenu u biotehničkim kvantnim znanostima, kakvi revolucionari, viva Zapata!” pomislio je.

„Znaš kako se ja i u loše dane volim gristi sam, piti jogurt grčkog tipa i odlutati do krčme kod Gnjidaršića,” nastavio je Vinko, „ali sad nekako i vrijeme brže prolazi. Iako imam stas, čak i kad sam veseo kao da se neka sjena nadvija nad mene. Kažem ti, ima još samo par godina za nas. Pa i nogu me boli kako me nikad nije boljela.” Pritom se uhvatio za desno koljeno, iako ga je već duže vrijeme mučila lijeva noga. „Valjda to zna varirat.” pomisli tata Medić. „Da li znaš kako želim naći neko mjesto za kvalitetno provođenje vremena, za druženje, polemike i crtanje modularnih krivulja? Postoje i neki drugi svjetovi, samo bih htio pobjeći, a ti stisni zubi pa me odbaci”, pogleda Vinko u tatu Medića. „Znao sam da njegove rijeke pravde dolaze i meni uvijek loše darove donose. Neću ni pitati gdje on to želi ići, ionako ću brzo saznati.” pomisli tata Medić.

„Vidio sam oglase, a priča se i na forumima, ima jedna nova udruga, prostorije su im odmah kod tržnice, tamo kad uđeš u drugu županiju. Ma nije daleko, 50-ak kilometara autocestom pa još toliko po livadi, začas smo tamo.” pojasnio je Vinko tati Mediću svoju ideju. „Al ne idi bez kaputa, tamo je možda sve bijelo, pa zima je”, doda zabrinuto.

„Ček malo, sad odjednom hoćeš da te vozim do tamo pa valjda još i sačekam dok se probaš zabaviti? A što se ne bi poslužio onim modernim prijevoznicima, bar ih sad ima na kamare?” predloži mu tata Medić pokušavajući se izvući. „Daj me nemoj. Kad sam zadnji put naručio prijevoz, čitavim sam putem morao slušati kakve je šanse imao lokalni trećeligaš u šesnaestini finala kupa protiv prvoligaša. Vozač dosadan za poludit! Pa je ekipa bila dobro posložena, čitav je kvart živio za tu utakmicu, prvoligaši došli preopušteno, taman promijenili trećeg trenera, drugog sponzora i osmog fizioterapeuta ove sezone, došli klupskim vlakom i bili umorni pa ih se kao moglo iznenadit. A onda im sudac poklonio penal u prvom poluvremenu, samo da domaće izbací iz ritma. Stisnuli ih dotad, čista bunkerica. Da nije zeznuo onaj mali centarhalf, ko zna što bi sve bilo do kraja utakmice. E, sve to morao sam slušati putem, uz stalno vrijedanje nogometnog saveza, VAR-a, modernog nogometa i sindikata slobodnih navijača. Ne očekuješ valjda da opet riskiram takvu torturu čitavim putem?!“ branio se stric Vinko kao gostujuća momčad u Gradskom vrtu.

„Ma ne, pa kud bi. Ionako putem uvijek vodiš isključivo umne razgovore, kao kad si mi u našem zadnjem zajedničkom odlasku na tržnicu temeljito iznio svoje viđenje hipoteze kontinuuma i primjena frakcionalnih integralnih jednadžbi.” složi se tata Medić te jednim pokretom ruke strese sve časopise sa stola. „Idem popiti C-vitamin, magnezij, željezo, čelik i ajvar pa možemo krenuti”, izjavio je on, nakon čega se stric Vinko veselo počeo spremati slažući si poludnevni suhi obrok od sastojaka iz bratova hladnjaka. Nakon par su sati spremno pojurili

niz ulicu, ostavivši za sobom tragove guma i krušnih mrvica. Po izlasku je iz grada najprije trebalo natočiti gorivo. Tata je Medić uvijek volio imati goriva taman malo iznad rezerve, za odlaske na posao bi mu to bilo sasvim dovoljno, a izvan grada sam nije niti išao. Ako bi nekog morao voziti na dužu relaciju, onda bi na taj način mogao natjerati prisilnog suputnika da mu putem plati gorivo. Tako je bilo i ovaj put, zaustavio se na prvoj benzinskoj stanici, gdje je zatim od svog auta potjerao perače stakala, zaposlenika koji bi mu baš želio natočiti gorivo, puhače guma, pantomimičare i trgovачke putnike koji su nudili knjige i lijekove. Zatim se opskrbio besplatnom mjesečnom zalihom prozirnih rukavica te ignorirao Vinkovo uporno inzistiranje da natoči jeftinije gorivo, ono u kojem nema nikakvih dodataka, aditiva, suplemenata, vegete i soli. „A što taj tvoj auto guta, pa kad si zadnji put tankirao?!” upitao je Vinko gledajući u nevjericu brojke na uređaju. „Ma nedavno, kad smo išli u one svatove gdje smo od 700 gostiju mi bili jedini sa strane brata mladenkine krsne kume. I onda sam natočio skoro do vrha.” odgovori tata Medić. „Jel nije to bilo preprošle godine, negdje pred zimu? Mislim da sam i tada ja platio. Ko mi kriv kad se vozim s tobom...” zaključi stric Vinko te zajedno odoše do blagajne platiti račun.

Bila je to jedna od onih ekstremno modernih benzinskih postaja gdje se moglo popiti kavu, smoothie ili skyr, pojesti svježe pecivo, hamburger, pizzu iz krušne peći ili toplu juhu od lokalnih uvoznih gljiva, servisirati mali kućanski uređaj, kupiti jastuk za putovanje ili madrac za bračni krevet, uplatiti loto, bingo, sportsku i vremensku prognozu te još mnogo toga. Potrajalo je dok su njih dvojica uspjeli pronaći gdje se plaća gorivo te ishoditi popust na članstvo u udruzi ludih matematičara. Uslužni im je prodavač zatim promovirao paletu proizvoda na sniženju te im, nakon plaćanja, ponudio da se uključe i u nagradnu igru. „Kakve su uopće nagrade?” zainteresirao se onako usputno tata Medić. „Ako riješite glavni problem, dobivate obiteljsko putovanje po vlastitom izboru, u iznosu do vrijednosti zlatne poluge i u trajanju crnogorskog godišnjeg odmora.” pojasni mu prodavač. „Kakav je to glavni problem?” upita stric Vinko. „Gledajte, tu vam piše. Ja vam se u to niš ne kužim.” reče mu prodavač dodajući skriptu s pravilnikom nagradne igre. „Daj ti to vidi.” zamoli Vinko brata. „Dakle, kaže ovako: treba pokazati da ako generalizirana osnovna serija sadrži temperirani subkvocijent, tada mora sadržavati i temperiranu podprezentaciju. Uh...” pročita tata Medić. „To je problem za akademike, takav bi se dokaz valjda moglo objaviti i u Q3 časopisu. Daleko smo mi od takvih nagrada.” prokomentira tužno stric Vinko. „Ajmo mi dalje.” doda on. Već su bili na izlazu kad se tata Medić dosjetio pitati ima li možda i drugih problema u toj nagradnoj igri. „Ako je to glavni problem, onda valjda postoje i još neki sporedni problemčići?”

upita prodavača. „Ima nešto, evo u ovim dodatcima”, odgovori mu prodavač pružajući nekoliko listova papira. „Vinko, što misliš o ovom? Djeluje mi rješivo.” konstatirao je tata Medić pročitavši sporedni problem. „Onako, moglo bi se nešto izvući.” potvrdi Vinko. Zatim su sjeli u restoranski dio benzinske postaje te proveli neko vrijeme u rješavanju nagradnog problema. Kada su bili gotovi s rješavanjem, tata je Medić sve prepisao u čisto i odnio papir s rješenjem na blagajnu. „Evo, izvolite. Tu su rješenje i naši podatci. Kada će se održati izvlačenje?” upita prodavača. „Nema vam tu izvlačenja, svi koji točno riješe dobiju nagradu. Vi ste ionako prvi koji su predali rješenje u zadnjih 18 mjeseci otkad je počela nagradna igra. Intelektualci su ili odselili u potrazi za boljim projektima ili sada voze električna vozila pa više i ne dolaze na benzinske postaje, osim ako zalutaju. Ali ni tada ne potroše dovoljno da bi stekli pravo sudjelovanja u nagradnoj igri. Skenirat ću vaše rješenje i poslati ga upravnom odboru, brzo ćemo vidjeti je li točno”, bio je prodavač vidno uzbudjen.

Ubrzo je iz centrale stigao potvrđan odgovor i prodavač je tati Mediću priopćio da je s rješenjem sve u redu i da je upravo postao dobitnik sporedne nagrade. „Što je uopće nagrada?” interesirao se tata Medić. „Super putovanje za dvoje u Južnu Koreju, u Yeonsu, prekrasan obalni gradić. Sve detaljno organizirano, letite iz metropole, imate jedno presjedanje u Wuhanu u Kini, zatim idete za Seul pa vlakom u Yeonsu. Dva dana puta do tamo, jedan dan tamo i onda opet dva dana nazad.” svečano mu je izdeklariran sadržaj nagrade.

„Idemo doma, moram javit mojima!” odluči tata Medić te ujuri u auto. „A što je s mojim posjetom udruzi na koji smo krenuli?” nije mogao vjerovati stric Vinko. „Neki drugi put, sad ništa od toga. Već je i prekasno, vidiš da već pada mrak.” odgovori mu tata Medić. „I benzin sam ti platio, trebao sam ja dobit to putovanje.” stric se pjenio poput deterdženta. „Uzmi si benzin slobodno, možeš ga ponijeti doma. A ne bi taj problem niti rješavali da se nisam sjetio pitati za sporedne nagrade.” odvrati mu tata Medić uključujući se u promet. „Bar sam se malo zabavio danas...” pomisli Vinko i utone u svoje sjedalo.

„Pa kako ti misliš da možemo tek tako otpustovati?! Usred smo sezone bukve i graba, u pilanu upravo iz inozemstva stižu nove narudžbe drški za noževe i stalaka za puške. To zahtijeva pomnu obradu, temeljito provjeravanje zakriviljenosti i određivanje tangencijalnih ravnina, posao onda ide sporije i nema šanse da dobijem godišnji!” ljutila se mama Medić nakon što ju je suprug izvijestio o nagradnom putovanju. U sebi se, ustvari, posebno radovala potencijalnom odlasku na takav izlet, ali nije to željela odmah pokazati. A firma bi joj zaista mogla stvarati probleme. Smatrala je da obavijest o takvom putovanju ipak ne bi trebala biti iznenadenje, već zajednički pomno pripremana akcija. „Hej, pa ne

idemo na tri mjeseca.”, umirivao ju je tata Medić. „Put je zamišljen na način da krećemo već u petak poslijepodne i vraćamo se u srijedu. Tada stigneš i odraditi treći smjenu. Odmorit ćemo malo u avionu, u Koreji nam noćenja ionako nisu planirana. Ne možemo birati termin putovanja, to su uvjeti nagradnog natječaja. A u pilani valjda dva slobodna dana možeš dobiti, pa s posla nisi izostajala još od porodiljnog dopusta. A i tad su te stalno zvali da im pomogneš u problemima. Poput onog planimetrijskog: dan je jednakokračan trokut ABC te neka je M polovište osnovice \overline{AB} . Na kraku \overline{BC} odabrana točka je N tako da je $MN \perp BC$, te neka je S polovište dužine \overline{MN} . Dokažite da su pravci AN i CS međusobno

Zadatak 83. okomiti.”

„Sve da mi i odobre dva dana godišnjeg, nije jednostavno sve pripremiti za takav put. Jesi li razmišljao što sve treba ponijeti, kakve predradnje napraviti, organizirati sve za djecu i Sladanog, nabaviti devize...”, nabrajala je mama Medić u nedogled. „Samo se pobrini da dobiješ godišnji, sve drugo mogu i ja urediti. Prtljaga neće biti problem, putujemo na kratko i dozvoljeno nam je nositi samo ručnu prtljagu.” pojašnjavao je tata Medić. Već mu je bilo rečeno da će svu prtljagu osim ručne morati sami platiti, a tu opciju nije želio niti razmatrati. „Vinko mi je ponudio da uzmem njegov brodski kovčeg, ali mislim da je to malo prevelikih dimenzija, osim što je i blago pljesniv. Ali sutra će mi donijeti i onu aktovku od imitacije zebrine kože, znaš onu dosta modernu iz '56.? Možda bi on mogao pomoći oko kuće i ako treba djeci biti pri ruci, to je najvažnije. Čuo sam da ljudi obično na takva putovanja ponesu računalo, ne znam bismo li i mi trebali?”, upitao je tata Medić suprugu za mišljenje. „Ali, tata, naše stolno računalo nije sasvim pogodno za nošenje u avion, sam je monitor od 14” prevelikih dimenzija. A i ne znam što biste s tim na putu, osim što mora biti uključeno u struju, teško da bi naši DOS 6.22 i Norton Commander bili kompatibilni s drugim sustavima”, ubacio se mali Medić, koji je sa strane radoznalo pratio razgovor.

„Ima dijete pravo. Nećemo se po svijetu sramotiti s tom kramarijom. Otići ćeš nabaviti neki čvrsti zeleni ruksak, onaj s vrećom za spavanje, koju ćemo skinuti i ostaviti doma. Dobro ćemo očistiti i uglancati kostšale. Želiš li da za put radije napravim sarmu ili punjenu papriku? U zamrzivaču ima još nešto mljevenog od prošle godine”, počela je planirati i mama Medić. „Možda je bolje da ne nosite takvu hranu. Tko zna kakvi su tamo propisi pri ulasku u zemlju, moguće je da važu udio riže ili količinu rajčice”, dometnu sada i kćer obitelji Medić, koja je upravo stavljala puniti pametnu ploču.

„OK, ali obavezno ću dobro usjajiti escajg. Nosimo kompletan pribor, nema šanse da ćemo se tamo gnjaviti s onim štapićima. Pogotovo što tebi uvijek

ispadaju stvari iz šapa. Prvi ti je zadatak da nam uplatiš dobro putno osiguranje. Kako ćemo Vinka zamoliti za pomoć?” upita mama Medić.

„To nije problem, već sam razgovarao s njim. Malo se bunio da kao više voli biti doma, ali obećao sam mu prirediti nekoliko svezaka Krleže za čitanje. Možemo uzeti i dodatnu pretplatu na tv-programe koji bi ga mogli zabaviti. Evo, na primjer, oni koji po čitav dan prikazuju emisije o kuhanju pa može gledati i MasniŠef. Ili da uplatimo na 7 dana program sa sportskim dokumentarcima, znaš da obožava emisiju o navijačima „3, 2, 1 tuci!”. Tako će biti koristan, ići će na tržnicu, pripremati ručak, a zabavit će se čitajući i gledajući televiziju pa neće puno kopati po našim stvarima i namjerno nam ih skrivati”, pojasnio je tata Medić. Nije ga baš veselilo što će morati provesti određeno vrijeme dogovarajući ljudska putna osiguranja pravila punih izoliranih točaka, ali stekao je dojam kako se pripreme kreću u pravom smjeru.

„A kako to da uopće daju takav nagradni put?” upita mali Medić. „Trajanje je nekak baš kratko, a kreće se vrlo skoro”, doda i njegova sestra. „A gle, to vam je više kao neka promocija, bar koliko ja shvaćam. Postoje te neke čudne grupe turista koje avioni dovoze ovamo iz Koreje svaki tjedan, a oni se vraćaju brodom ili biciklima. Ne znam samo istovare li ih ili im daju i neke upute za put, valjda je to nešto kao preživljavanje u divljini, s tim da je to kod nas mnogo izazovnije. Onda se prazni avioni vraćaju preko Kine, gdje utovare hrpe živilih životinja koje zatim na brzinu još svježe distribuiraju restoranima u Koreji. Tako naprave krug pa onda lete nazad. Avioni se tankiraju na našim benzama pa zato imaju dogovor za takve nagradne igre. U svakom slučaju, nama je to super uletjelo. Tko zna, ako uvedu nove nagradne zadatke, mogli bismo to i ponovit.”

„Ajde, fino. Dugo niste bili na putovanju, dobro će vam doći da malo vidite svijeta. Kad si ti, tata, zadnji put bio u inozemstvu?” upita kćer obitelji Medić. „Pa, ako se dobro sjećam, to je bilo u vrijeme vojne razmjene studenata pa su me administrativnom greškom poslali na Bliski istok. Nakon par mjeseci u tom podneblju nisam baš imao neke motivacije za daljnja putovanja. Al sad bih već mogao...” pojasni on. „Imaš li uopće putovnicu?” podsjeti ga mali Medić. „Imam osobnu, putničke čekove, vozačku dozvolu prve kategorije i Vinkovu staru partijsku knjižicu, to bi trebalo biti dovoljno. Idem sad u nabavku”, odvrati tata Medić. Po izlasku je ipak najprije otišao pokrenuti žurni postupak za izdavanje putničkih isprava.

Ruksake je lako našao na velikom sniženju u trgovini „Veseli šatordžija” koja se nalazi iza robne kuće i pred likvidacijom. Istina, nije bio najsretniji što je uz ruksake morao kupiti plamenik i šatore, ali sve je zajedno imalo sasvim prihvatljivu cijenu. Razmišljao je da šator razapne ispred kuće kako bi tamo Vinko

mogao povremeno prespavati. S traženjem je putnog osiguranja situacija bila već daleko komplikiranija. Obišao je 79 osiguravajućih kuća, naslušao se gomile skandalozno jeftinih ponuda čije su cijene premašivale ukupni iznos potreban za ljetovanje deveteročlane obitelji. Svi tajni agenti iz osiguranja s kojima je razgovarao tražili su ga razlog puta, ukupnu težinu putnika i njihove godine podijeljene s iznosom mjesecnih primanja. Nakon toga su još pregledavali njegovu radnu knjižicu, status na društvenim mrežama i snimke s prethodnog sistematskog pregleda. Zatim se na nekoliko mjesta morao podvrći ultrazvuku, uzimanju uzoraka krvi i rješavanju psihotestova sumnjivog porijekla koji su obilovali rješavanjem kubnih jednadžbi u skupu racionalnih brojeva. U osiguravajućoj kući „Kod pohlepnog vuka“ dobio je dobru ponudu putnog osiguranja, u koju je bilo uključeno i gratis osiguranje svih nekretnina koje planiraju nositi na put te osiguranje od nuklearnog rata hladnim oružjem. „Masna naplata“ je nudila prvoklasne dentalne usluge u slučaju da mu se na putu pokvari neki od stražnjih pretkutnjaka, a pokrivali su i lomove nastale kao posljedica padova s balkona na petom katu. Na kraju se ipak odlučio za viseću policu osiguranja kod „Beskrajnih tužbi“ koja je pokrivala sve probleme s kosom, dlakom, krznom i plišem.

Zatim je otisao u knjižnicu gdje se opskrbio vodičima za putovanja. Posudio je najnoviji dostupni primjerak vodiča po Koreji, napisan netom nakon završetka Korejskog rata. Osim pobrojanih gubitaka pojedinih zemalja sudionika, uspio je ondje pronaći i neke detalje o klimi i zemljopisnom položaju Južne Koreje, kao i upute za pripravljanje pravog domaćeg kimčija. Vodič je za putovanja avionom također bio noviji i jasno je objašnjavao kako pušači trebaju biti smješteni u stražnjem dijelu aviona te se uskoro planira postavljanje kontrole prije ukrcaja. Zadovoljan je nabavljenim štivom odmah otisao kupiti peciva i sokove za put te uplatiti pretplatu za dodatne televizijske programe. Usput je kupio i punjač elektonskih uređaja koji bi trebao raditi u Južnoj Koreji iako mu je bilo izrazito neobično što je taj punjač potpuno identičan onima koje je inače koristio. Na malom se kiosku opskrbio sušenom govedinom, žvakaćim gumama i starim izdanjem stručnog časopisa specijaliziranog za znanstvene radove, čije nagradne zadatke još nitko nikad nije niti pokušao riješiti. Obećao je samom sebi da će putem razmisliti o njihovom zadatku s duplerice kojeg navodimo u cijelosti: Iz vrha A šiljastokutnog trokuta ABC povučena je okomica na pravac BC kojeg siječe u točki A_1 . Zatim je točkom A_1 povučen pravac okomit na pravac AB kojeg siječe u točki A_2 . Točkom A_2 povučen je pravac okomit na pravac AC kojeg siječe u točki A_3 . Točkom A_3 povučen je pravac okomit na pravac BC .

kojeg siječe u točki A_4 te se zatim nastavlja na isti način. Dokažite da su sve točke $A_1, A_2, A_3 \dots$ međusobno različite.

Zadatak 84.

Za to se vrijeme mama Medić teškom mukom uspjela izboriti za dane godišnjeg odmora, koristeći svoja poznanstva sa sindikalnim čelnicima, radnicima u brodogradilištu i članovima uredničkih odbora nemeđunarodnih skoro pa znanstvenih časopisa. Putem kući kupila je potrebne zalihe brašna, krušnih mrvica, jaja i mlijeka u prahu (jaja nisu bila u prahu). Naišla je i na svježi kvasac na akciji pa je odmah kupila nekoliko desetaka paketića te zatim sve neuredno posložila po garaži i ostavi. Za svaki je slučaj za put kupila i veće pakiranje paste za zube s okusom morske vode i litru šampona od kopriva s medom. Vidjela je da u nekim trgovinama nude i mala putna pakiranja takve kozmetike, ali nije joj bilo jasno zašto bacati novac kad su veća pakiranja znatno isplativija.

I tako su bili gotovo spremni za polazak. Vinko je s punim brodskim kovčegom uselio u novi šator koji je tata Medić na kraju odlučio razapeti u susjedovom dvorištu, bez odobrenja i pitanja. Kćerki su na zid sobe neperivim bojama detaljno napisali školski raspored i tjedni raspored instrukcija, dok su sinu isprintali tablicu množenja iracionalnih brojeva koju je trebao savladati za diktat iz napredne nastave najelementarnije matematike. Kućnom je oposumu Sladanom tata Medić skuhao golemu porciju omiljenog mu bosanskog lonca, kako o njegovu hranjenju ne bi morali posebno brinuti dok su na putu. Radi udobnosti tijekom dugog puta, tata Medić uvukao se u najbolju pamučnu trenirku od mikrofibre, uz mekane sandale i svjetlu dolčevitu. Mama Medić je prije puta otišla i na frizuru, modernu trajnu s raznobojnim pramenovima. Bila je kod pedikera da joj iz prstiju povade zaostale komadiće drveta te ispoliraju nokte. Okitila se najboljim obiteljskim nakitom, u mali notes zapisala adrese svih dvoje prijatelja kojima planiraju poslati razglednice te iz suprugove kolekcije neopazice zdipila nekoliko starijih poštanskih azijskih markica koje namjerava zalijepiti na razglednice kako bi uštedjela. Znala je da te markice i nemaju neku vrijednost jer su se svojevremeno mogle na kioscima kupiti u većim kompletima, uz šarene stripove s loše razrađenom radnjom, pa je napokon dočekala priliku da ih iskoristi. Pribor za jelo bio je brižno pobrisan i zapakiran na vrhu ruksaka, kako bi se mogao naći pri ruci čim zatreba. Zaključili su da im noževi neće biti potrebni jer se ni štapićima za jelo ne može ništa prezrati. Još je jedino trebalo odlučiti hoće li ponijeti škarice za nokte ili eventualno samo turpiju.

Povela se duga rasprava o tendenciji eksponencijalnog rasta noktiju tijekom puta i propisanoj učestalosti njihova uređivanja. Radilo se o sudaru više teorija s argumentima koji nisu bili posve razrađeni. Konačni je zaključak bio da je

bolje imati nego nemati, ali i da ne treba izazivati vraga, pa su spakirali samo posve novu nemetalnu turpiju oblika kvadra sa stranicama različitih hrapavosti. Nedavno su ju kupili preko televizijske prodaje i čuvali ju kao prigodan poklon za iduće blagdane.

„Je li sve spremljeno?” upita tata Medić iz hodnika. „Mislim da jest. Jesi spremio pjenu za brijanje, dokoljenke, rublje i vreće za povraćanje?” doviknu mama Medić iz kuhinje. „Nisam”, odgovori tata Medić kratko. „Super, onda smo spremni. Bagrem ili vrijesak?” upita sada mama Medić, razgledajući teglice. „Livadski. Krenimo, prijevoz je stigao.” reče tata Medić promatraljući veliki kamion nepoznate špediterske tvrtke koji se upravo uparkiravao ispred njihove kuće.

„A šta, idete tom mrcinom?” iznenadio se stric Vinko koji je baš pregledavao nove televizijske programe. „Aha, usput im je jer voze stilski namještaj na aerodrom. Onak fino tapecirane stolice i dvosjede za neki poseban lounge, jedan od onih u kakve zalaze samo članovi posebnih klubova”, pojasni mu brat. „Šteta namještaja. Znam ja takve, ondje se obždiru prije leta dok ih običan puk ne vidi, usput sve zaflekaju, a tapecirung se teško pere.” mrštilo se stric Vinko kojeg

Zadatak 85. je ta neravnopravnost odmah podsjetila na nejednakost

$$\frac{x^4}{(y-1)^2} + \frac{y^4}{(z-1)^2} + \frac{z^4}{(x-1)^2} \geq 48,$$

koja vrijedi za realne brojeve x, y, z veće od 1. „Nemoj tako striko, ima ondje i finih ljudi”, prekori ga kćer obitelji Medić. „Prošlo ljeto pričali su nam naši profesori s instrukcijama da su putem na Međunarodni kongres divergentnih instrukcija iz stem područja uvijek posjećivali takve prostore na aerodromima, a oni su bar gospoda”, pojasni mu. „Lako njima bit gospoda kad zadnjih godina za njih plaćamo i porez i prirez, a dobivaju i bespovratna sredstva iz posebnih fondova.” pomisli mama Medić, ali nije sad bilo vrijeme za raspravu. Brzo su ujurili u kabину kamiona, mahnuli obitelji i malobrojnim susjedima, onima koji su unatoč zavisti ipak uspjeli poviriti iz svojih kuća. Kamion je brzo krenuo, zadriftao na kraju ulice te je počela i glavna faza njihova izleta.

Do zračne je luke išlo brzo i lako, u devet sati vožnje imali su čak i jedno stajanje za toalet i besplatnu čašu vode po osobi. Po dolasku su pomogli istovariti namještaj, otkinuvši usput jednu nogu stilskog namještaja slučajnim udarcem u loše ožbukan zid zgrade zračne luke. Osim žbuke koja je otpadala u krpama, zračna je luka izgledala baš svjetski. Bilo je tu mnogo zanimljivih ljudi, njima nerazumljive vreve, stalnih potraga za izgubljenom djecom preko razglosa, a našao se tu čak i jedan ugostiteljski objekt za koji su smatrali da koristi sjajnu ideju šifriranih cijena. Kada su pokušali naručiti kavu, zaključili su da cijene

ipak nisu šifrirane, nego samo neviđeno visoke za standard i primanja gotovo čitave države. Zaključili su da je s tom kavom upravo otisao i dio poklona koje su namjeravali kupiti. Recimo, upravo onaj dio za strica Vinka. Lako su dobili ukrcajne propusnice te se upustili u ugodne razgovore s nekim službenicima na koje su nailazili putem do aviona. Fasciniralo ih je da su baš svi s njima morali podijeliti kako im u školi matematika nikad nije išla te su već posumnjali da se možda radi i o nekakvoj politici kuće. Negdje kod petog ili šestog razgovora tog tipa odlučili su pitati sugovornika je li nekad pokušao učiti matematiku ili barem samostalno raditi zadaće, što je usmjerilo razgovor u potpuno drugom smjeru. Nakon toga pregledavali su im absolutno svaki detalj prtljage, ispitivali čvrstoću i oštrinu predmeta koje su nosili, uključujući vilice, žlice i ovratnike s košulja. Na opće su im iznenađenje oduzeli šampon, pastu za zube, domaći čaj s rumom, domaći rum bez čaja te sve vilice. Tati je Mediću to donekle bilo i drago, jer su se svi oduzeti predmeti nalazili upravo u njegovom ruksaku pa je bi već malo i pognut od težine. Mami Medić baš i nije bilo pravo ostati bez dijela prtljage te je namrgođeno brundala sve do ukrcaja u avion, obećavajući samoj sebi kako se više neće raspitivati za školovanje djelatnika koje sreću putem.

Za to se vrijeme život u domu obitelji Medić kretao svojim uobičajenim tijekom. Djeca su ih nekoliko puta zvala kako bi provjerila jesu li im pripremili odjeću za školu, za izlazak u vrt i za trening instrukcija, dobila upute kako pronaći svoje notese, bilježnice, pernice i gumice. Vinko je uživao gledajući televizijske programe i spajajući se na mrežu susjeda. Ostatak je vremena nastojao balansirati sa željama i potrebama svojih nećaka i nećakinje, spremajući im zdrave obroke i pokušavajući im pomoći pri obavljanju dnevnih obaveza. Usput je već prvo poslijepodne potjerao dva poreznika i jednog djelatnika koji je baš navalio očitati stanje nekog brojila. Vinko je bio siguran da od toga ne može biti ništa dobrog pa ih je sve nastojao potjerati na što duže vrijeme, barem dok se ne vrate pravi kućevlasnici. Bio je pun energije i motiviran, ali činilo mu se da i neće biti sasvim jednostavno brinuti se za ovo kućanstvo, no tješio se kako se radi samo o nekoliko dana, što će već nekako izdržati.

Prvi je let prošao brzo i bio je sasvim ugodan. Iako su bili smješteni u putničkoj klasi, mama i tata Medić uživali su u udobnosti jer je omanji zrakoplov bio gotovo sasvim prazan. Za vrijeme su leta domaćice dijelile bundevine sjemenke, kisele jabuke, orahe u ljusci i gumene bombone od gume, uz što su dobili i čašu kiselog mljeka te komad poraženog kruha. Putem su pogledali i dva starija korejska filmska hita bez prijevoda, što je dosta davalo na dojmu mističnog dalekog putovanja. Taj se dojam još znatno povećao prilikom prvog presjedanja. Zračna luka na kojoj su se nalazili odudarala je od svih koje su dosad

vidjeli. Atmosfera koja je ondje vladala bila je pomalo divlja i iskonska, u zraku se osjećala neka napetost, a vreva je više podsjećala na stariju gradsku tržnicu nego na prostor za presjedanje između letova. Brzo su shvatili da nema smisla raspitivati se bilo što pa su, vođeni instinktom i s računala ručno precrtanom interaktivnom kartom, pronašli ulaz na kojem je predviđeno ukrcavanje na idući let, a zatim krenuli u radoznuštu šetnju. Planirali su nešto pojesti, ali bilo im je teško odlučiti se u koji bi restoran zašli. U lokalnom *Fino&Friško* nudio se širok izbor živih puzajućih, trčećih, letećih i plivajućih životinja. Lanac brze prehrane *Složi svog fauna* omogućavao je gostima kombiniranje različitih životinjskih dijelova koji su visili okačeni na kuke kao da ponosno pokazuju svoje krzno i perje, dok se *McBat* otvoreno hvalio višeslojnim hamburgerom s krilima. Unatoč svim ranijim očekivanjima, Medići su otišli u vegetarijanski restorančić gdje su dodatno inzistirali da se hrana približi izvoru topline, iako nisu bili sasvim sigurni je li ih konobar razumio. Svakako se radilo o vrlo ukusnom vegetarijanskem obroku koji je obilovao kostima, ali nije trebalo sumnjati u konobarovu preporuku, jer jelovnik ionako uopće nisu razumjeli.

Od dugog puta, lošeg sna i brojnih životinjskih krikova koji su dopirali s raznih strana tatu Medića uhvatila je intenzivna glavobolja pa je pošao tražiti ljekarnu. Do idućeg leta nije im ostalo više mnogo vremena pa je samo odjurio do prve tradicionalne ljekarne na koju je naišao. Starijem je kvazifarmaceutu, gospodinu dugih sijedih brkova i masne kose, samo gestikulirao držeći obje ruke na glavi te odmahujući kad mu je ovaj kao sigurne lijekove nudio sadržaje brojnih teglica koje su blistale na policama ljekarne i tatu Medića neodoljivo podsjećale na onaj neobjašnjivo nepristupačni kabinet iz biologije u njegovoj osnovnoj školi. Na kraju je samo kupio stručak gorkih trava koje je jedino trebalo staviti pod jezik i tako držati što dulje, koliko je mogao shvatiti mimikrijske ljekarnikove upute.

Ukrcavanje na idući let prošlo je jednostavno i dosta zanimljivo. Brzo su shvatili da putnici koji prevoze žive životinje ulaze prvi kako bi svoju popudbinu stigli na vrijeme smjestiti u predviđene kaveze pod sjedalima, a zatim na red dolaze ostali putnici s neživim teretom. Istina, tatu je Medića tu malo bunilo kada bi na red došli putnici koji nose zombije, ali to razmišljanje pomoglo mu je zaboraviti na glavobolju i gorki okus koji se nezaustavljivo širio njegovim nepcem. Promatrali su kako brojni drugi putnici, njih otprilike šest, svoju ručnu prtljagu voze na modernim mjedenim kolicima od plastike, koja su se mogla uzeti u zračnoj luci nakon što bi se u predviđeni otvor na stražnjem dijelu kolica ubacila šaka kovanica u lokalnoj valuti. Zaključili su kako njihova prtljaga i nije preteška za nošenje na leđima jer su bez određenog dijela ionako ostali još prije

prethodnog leta. A kovanice koje su imali ionako je bolje sačuvati za potrebne napojnice putem, smatrali su. Čekajući na red za ukrcaj obišli su i jedan lokalni djutić, gdje se moglo iz prve ruke vidjeti kako se izrađuje pravi mošus, za koji su bolje mušterije mogle čak birati i porijeklo. Odlučili su samo kupiti fermanitirano mlijeko od svježe pomuženog jaka te dobro nazdraviti prije ukrcaja, radi higijene i kuraža. Prilikom ulaska u zrakoplov pozdravila ih je oveća skupina precizno poredanog osoblja, čiji su svi članovi izgledali poput međusobnih besprijeckorno nasmiješenih klonova. Pokupili su nekoliko tiskovina koje su se nudile na ulazu, sve redom pisane njima nerazumljivim jezikom i pismom, ali su barem obilovale zagonetkama poput sudokua i kakura, čemu nisu mogli odoljeti. Udobno su se zavalili na sjedala iznad kaveza s manjim papkarima te se zadubili u rješavanje enigmatike i drijemanje, što već prije dođe.

Kad smo kod ljubitelja enigmatike, vratimo se još jednom neokrunjenom kralju tog područja, koji je odmarao sjedeći u bratovu naslonjaču i prebacujući brojne programe na bratovoj televizijskoj pretplati. Težak je izbor bio pred stricem Vinkom. Valjalo je u iduća dva sata odlučiti hoće li radije gledati dokumentarce o tatarskoj kuhinji (prepostavljao je da se radi o sirovoj verziji), dokumentarce o kućnim otrovnim životnjama u polarnom pojasu, veseli indijski anime o najvećim tragedijama u dvoranskim sprinterskim disciplinama na travi ili pak reality-show o izvlačenju kanadskog eurojackpota. Trenutno je bio nekako najbliži zadnjoj opciji jer je volio pratiti statistiku izvučenih dobitnih brojeva, kada su odjednom do njega počeli dopirati glasovi iz drugih dijelova kuće. „Gladan sam, hoće skoro klopa?” odzvanjalo je s južne strane. „Treba mi cijelodnevni suhi lunch-paket za pola sata!” zagrmi s istoka. „Moooolim?! Pa ručali smo maloprije, nisam ni suđe još oprao! Kakav sad paket, jel to nešto za poštu?” prenuo se stric Vinko iz svoje udobnosti. Nije mogao vjerovati da se već treba ponovno zavući u kuhinju. „Kakvu poštu, pa za pola sata krećem u produženi boravak na instrukcijama i nema me do iza ponoći. Predvečer imamo ponavljanje iz Obrane i zaštite na radu, prije toga moram nešto i pojesti”, pojasni mu nećakinja. „A da si uzmeš nešto putem u pekari ili naručiš dostavu? Tako će biti svježije. Ili da samo ubodeš nešto na instrukcijama iz Domaćinstva? Sigurno se tamo nešto kuha ili peče.” pokušao se Vinko malo izvući od posla. „Domaćinstvo imamo tek sutra ujutro i vježbat ćemo postupak zamrzavanja gotove hrane, to je postala standardna tema na maturi. Ma samo mi spremi juhu, umak i urmašice. Može i u istu posudu.” odvrati mu u prolazu kćerka obitelji Medić. Dok je trpao sve potrebno u kartonsku kutiju od cipela, dojuri i mali Medić: „Jel gotov sendvič? Samo da nije presuh ili siromašan, uvijek užasno ogladnim kad rješavam zadaću o ciklotomskim polinomima.” „A zašto

onda to nisi radio prije ručka? Bilo bi bolje da si sad opet učio za kontrolni iz algebarskih zatvarača, to kvalitetno zatvara apetit.” posavjetovao ga je stric Vinko, mažući usput razrezanu perecu paštetom od kaktusa. „Kako vam roditelji inače stignu sve poslužiti?” interesirao se, ali svi su već otišli predaleko da bi odgovorili na njegovo pitanje koje kao da je putovalo daleko daleko, sve negdje do zračne luke Incheon gdje je upravo sletio zrakoplov iz Wuhana te su članovi posade štapovima tjerali van putnike i njihovu prtljagu.

„Kakve su nam to brošure tutnuli u ruke?” upita mama Medić svog supruga dok su čekali u redu za prolazak kontrole putnih isprava. „Nemam pojma, prepoznajem samo uskličnike i redne brojeve strana. Ove mi slike izgledaju kao neke grinje ili tak nešto.” odgovori on, pokušavajući izvući hlače iz kaveza u koji su zapele, a koji je sa sobom nosio putnik ispred njih. „Pa da, valjda kao da ovdje treba češće nositi stvari na kemijsko čišćenje ili možda malo opkuhati posteljinu. Ma uvijek neki posebni savjeti. Hoćemo li stići na vlak?” upitala je pomalo zabrinuto jer se red sporo micao. „Moramo, karte koje smo dobili su za danas. Ali svejedno se ne bih gurao preko reda kad vidim sve ove zvijeri. Brzo ćemo proći pa onda jurimo na peron”, rekao je tata Medić stišćući u ruci putovnicu i putne karte. Red se ubrzo zaista počeo brže micati jer je jedan zaposlenik promijenio baterije u beskontaktnom toplomjeru pa je mjerjenje temperature svih nehladnokrvnih putnika postalo znatno kraće nego kada su mjerili živinim toplomjerom, čekajući da se baterije napune. Uletjeli su u vlak koji je vodio do glavnog kolodovora, ondje u idući vlak pa su zatim još jednom presjeli. Vremena za razgledanje nije bilo jer su presjedanja bila vrlo kratka i dobro isplanirana. U svakom od triju vlakova gledali su isti crtici koji se tijekom puta ponavlja u više navrata i negdje pred Yeonsuom shvatili su da se radi o prilagođenim uputama o ponašanju za vrijeme vožnje. Konduktorka je nakon svake stanice prošetala vagonom te ih nije baš doživljavala umatoč njihovom konstantom mahanju putnim kartama, tek bi se na izlazu iz vagona kratko okrenula i nasmiješeno naklonila. „Čuj, kad ne gledaju karte, mogli smo i besplatno putovati. Jesu i ovi vlakovi neka nagradna igra?” zbumjen je bio tata Medić. „Zanima me koliko toj domaćici puta plaćaju da samo šeta po vagonima gledajući u taj neki tablet s iscrtanim križićima i kružićima. Mislila sam da će nam barem koji put ponuditi kavu, čaj ili sangriju, pa ima tu vožnje”, nije bila najsretnija mama Medić.

Kad su napokon stigli u Yeonsu, po izlasku iz vlaka dočekao ih je neviđeno srdačan predstavnik lokalne turističke zajednice koji ih je pozdravio dubokim dugotrajnim naklonom, zbog čega su se osjećali izrazito počašćenima sve dok nisu shvatili kako je čovjek samo iskoristio priliku zavezati lijevu cipelu. I to neku s petom ukrašenom metalnim okovom, izvan svake mode. Svog domaćina



Slika 11.1: Maska

nisu najbolje razumjeli, ali komunikacija je ipak nekako funkcionalna. Dojmio ih se obilazak replike broda kornjače u realnoj veličini na samoj obali, nakon čega su otišli na objed u obližnji restoran. „Jel se tu štedi na namještaju ili je to neka nova dla da se odmah i prilegne nakon ručka?” upitao je tata Medić vidjevši da se u restoranu sjedi na podu pored dugačkih stolova. Počeo se još lošije osjećati kad je shvatio da se po dolasku u restoran svi gosti odmah moraju izuti. Nikako mu nije polazilo za rukom osoblju pojasniti da sandale nije skidao od samog polaska na put i kako bi vjerojatno bilo mudrije da u njima ostane barem još neko vrijeme. No nitko za tu opciju nije htio niti čuti, pa se u čarapama polako odgugao do predviđenog mjesta, a unutar nekoliko minuta su se ekspresno ispraznili i okolni stolovi. Mama i tata Medić na jedvite su se jade smjestili uz ekstremno niski stol, prvi koji su vidjeli da ima rupu za postaviti mrežastu metalnu posudu u kojoj se nalazi vrelo kamenje. Ubrzo je na stol stigao i glavni specijalitet, jegulja koju su vješto škarama narezali na kolutiće koji su se zatim pekli na rešetki zagrijanoj vrelim kamenjem. Domaćin je pečene komade slagao na poslužavnik pred njima te usput, sad pak drugačijim škarama, rezao neko

duguljasto povrće, prema njihovoj slobodnoj procjeni, iz roda kupusnjača (povrće, ne domaćin). Kako su im ruksaci sa žlicama koje su uspjeli sačuvati ostali u improviziranoj restoranskoj garderobi, morali su pokušati jesti štapićima, što im je predstavljalo golem izazov. Za početak su se uglavnom snalazili nabadajući pojedine komade na jedan štapić, a čitava je stvar bila spašena kada je stigla i juha od jegulje, uz koju su stigle i spasonosne žlice.

U isto je vrijeme i Vinko pripremao laganu krepku juhu od riblje i svinjske glave, s malo suhog mesa, volovskim repom i usahlom repom. Planirao je taj lagani ljetni obrok razvući na barem tjedan dana, ne bi li si na taj način kupio malo dodatnog vremena za proučavanje dokumentarnih programa. Taman dok je rezuckao krupne komade luka i slanine, u kuću je neočekivano ušla kćer obitelji Medić. „Bok striko, što to tako miriše? Opet si promijenio losion poslije brijanja?” upitala ga je. „Samo prokuhavam stariju riblju glavu. Otkud ti tako rano? Nemaš li danas dodatne instrukcije iz povijesti novog srednjeg starijeg doba?” bio je Vinko donekle zbumjen. „Otkazane su jer se instruktor ne osjeća dobro, izgleda da ima neku viroznu. Naravno, prema ugovoru to ne znači da će nam vratiti novac. Neki drugi instruktori kažu da mu tako i treba jer stalno želi dodatno zaraditi pokazujući gradske znamenitosti turistima iz Koreje. Sad se očito preforsirao pa će mu trebati neko vrijeme da se oporavi”, pojasni mu nećakinja. „Hm, zvuči kao neki pohlepnik. Nego, a tko će sad voditi znatiželjne turiste? Ako traže nekog novog i iskusnog, ja sam ipak ovdje živio još u doba dok grad nije bio niti izgrađen. A leže mi i strani jezici, čitao sam mnogo ruske literature, pogotovo Gelfanda, zatim Euklidove Elemente na izvornom grčkom i stripove na portugalskom, lako bih se snašao i uklopio.” nabrajao je stric Vinko. „Ne znam, vidi u Narodnim novinama traže li što, jurim!” dobacila mu je nećakinja koja je već bila na odlasku. Samo je u sobi ostavila službenu aktovku Akademije za instrukcije, kakvu su bili obavezni nositi svi polaznici, te ju na brzinu zamijenila spremno spakiranim ruksakom za produženi boravak i odjurila van. Vinko je ostavio čorbuljak da se krčka te se bacio na pregledavanje oglasa. Nakon nekoliko sati prelistavanja oglasnika shvatio je da se radi o izdanju od prekprekjučer, no tko mu je kriv kad uvijek čita od zadnje strane gdje se oglašavala prodaja rabljenih goblena i stolnih računala datuma novijeg od onog obitelji Medić. Zatim je stao za računalo i počeo tražiti svježu potražnju radnih mjesta. Gledao je i gledao, ali nije se mogao oteti dojmu da se na tržištu nešto gadno sprema. Potražnje je bilo vrlo malo, uglavnom za poslove dizajnera stilskog web-namještaja i uređivače cyber-vrtova. Nitko nije tražio ni jednog jedinog turističkog vodiča, što mu je bilo prilično suspektivno. „Pa mora netko vodati sve te turiste, sigurno ih neće pustiti da sami bauljaju naokolo. Možda

da ih idem u grad potražiti pa mogu malo uskočiti...” razmišljao je dok je u kuhinji već lagano kipjelo na sve strane. Od te je namjere ipak odustao jer je vani puhalo, a uskoro će mu i serija.

Vožnja žičarom bila je očaravajuća. Mali vagoni, odličan pogled na more i grad s obližnjeg otočića. Uskoro će mrak te se mama i tata Medić spremaju na polazak. Vidjeli su zaista mnogo i puni su dojmova i riže. Domaćin ih je otpratio do vlaka u kojem ih je brzo svladao umor. Trebalo se vratiti sve do zračne luke Incheon. Put do glavnog grada prošao je brzo i glatko, malo su proučavali dostupne domaće časopise i raspravljali koliko poklona zaista trebaju i mogu kupiti bez da premaše predviđenu težinu prtljage. Najbolji su izbor svakako bili magneti i podmetači za čaše jer se radi o korisnim suvenirima koji ne koštaju mnogo, ne zauzimaju puno mesta u ruksacima, a od pojedinog kompleta mogu se dobiti pokloni za više prijatelja. Na kolodvoru su još jednom bili izloženi začuđenim i znatiželjnim pogledima drugih putnika, donekle zbog svoje korputentnije građe, nestandardne za to podneblje, ali mnogo više zbog odlučnog odbijanja dodavanja kockica leda u kavu. Jedino su se mogli smrznuti pri pomisli na takvu kombinaciju. Tata Medić shvatio je da bi ga ovdje mogli lako prevariti u računu, umatoč njegovom dokazano brillantnom poznavanju aritmetike i Iwasawine teorije. Naime, često zbog nerazumijevanja pisma i jezika nije mogao razaznati koja je cijena pridružena kojem proizvodu. U kafiću je tako bio uvjeren da najmanju od cijena navedenih na ulazu mora imati espresso, ali tu je narudžbu platio čak i manje od očekivanog. Kada je konobaru uporno gurao veći iznos, ovaj mu je samo nekoliko puta odvratio „Americano. Americano!” Nije mu bilo jasno kako da čovjeku dokaže da on ipak nije iz Amerike i neka ga bolje prestane tako nazivati. Zadovoljni i pomalo umorni, sišli su na etažu –10, razmišljajući kako su ovdje ljudi opterećeni negativnim brojevima. Dok su u omalenoj ostakljenoj čekaonici gledali direktan prijenos opere, primijetili su da se vani počelo događati nešto čudno. Broj je osoblja prisutnog na toj etaži znatno porastao, službenici su počeli oblačiti rukavice, a na mjestu gdje se prije ukrcaja u vlak pregledavaju karte postavili su posebne oznake za zaustavljanje i trake na međusobnim udaljenostima od otprilike šest metara. Kada su opera i bis završili, pokupili su svoje stvari te odlučili krenuti prema ukrcaju. Strpljivo su čekali u redu dok im službenik nije palicom mahnuo da priđu. Kada su se donekle približili, gurnuo je prema njima drvenu košaru i gestom pokazao da u nju trebaju nešto staviti. Smatrajući da je čovjek vjerojatno gladan ili žedan, ubacili su u košaru par krušaka i polupraznu bocu vode te mu ju gurnuli nazad. On je neko vrijeme naizmjenično promatrao njih i sadržaj košare, zatim uzeo drugu košaru, opet praznu, i nju također poslao pred njih. „Taj lik sad već pretjeruje.”

pomislili su, ali su ipak u košaru odložili teglicu u kojoj je bilo još malo meda i zatim mu vratili košaru. Isti je postupak zatim ponovljen još nekoliko puta, sve dok nisu odlučili da u košaru ipak odlože putne karte i isprave, nakon što im je službenik vratio košaru sa čistim rubljem. Službenik je tada ispustio uzvik olakšanja te uzeo tablet. Proveo je neko vrijeme igrajući se, zatim je malo čitao knjigu u elektronskom obliku pa pogledao što ima novog na portalima, sve dok nije napokon pogledao prema mami i tati Medić. „Via Wuhan, ha?” upitao ih je. Polako je odmahnuo glavom te im zatim pokazao prema jednom od izlaza. Prošli su kroz vrata nakićena fluorescentnim oznakama i ušli u vlak u kojem su tada bili jedini putnici. Situacija se nije promijenila idućih nekoliko sati, nakon čega je vlak napokon krenuo. Bilo im je čudno što nema drugih putnika, no tješili su se da drugi možda nisu na nagradnom putovanju pa je ovakva komocija ipak zaslužena. Vožnja je bila relativno duga, a mjesto do kojeg su na kraju došli definitivno im nije izgledalo kao zračna luka, već poput nekog starijeg vojnog postrojenja. Sada im više ništa nije bilo jasno.

„Neki iz razreda kažu da od ponedjeljka škola neće raditi. Navodno dva-tri tjedna, a možda i duže. Šteta, baš sam se pripremio za zadaćnicu iz Teorije modalnih modela.” ispričao je mali Medić stricu Vinku po povratku kući. „Zbilja? A zašto to tako odjednom?” raspitivao se Vinko vadeći nećaku repu na poslužavnik. „Mjera opreza!” odgovori mali Medić podižući kažiprst. „To valjda dođe nešto kao integral i mjera, ajde dobro. Odakle takva informacija?” sumnjičav je bio Vinko, koji je odmah krenuo upaliti televizor da provjeri najnovije vijesti. „Susjed šogora roditelja jednog dječaka iz suprotne smjene jest prijatelj žene bratića pomoćnika tajnice šefa Civilne zaštite na radu u vojsci. Zasad ne žele otkriti detalje, ali treba paziti, a vijesti se o takvim stvarima obično šire brzo kao epidemija.” konstatirao je mali Medić vadeći kosti iz riblje glave. „Epidemija, kažeš? Možda i ne znaš koliko si u pravu...” promrmljao je stric Vinko više za sebe, ne skrećući pogled s televizora na kojem je promatrao trenutnu navalu na neprehrambene proizvode u trgovinama hranom. Nekako je sada vidio i širu sliku pa se smrknuo više nego inače i postao pomalo zabrinut. Razmišljaо je o turniru u kanasti na kojem je trebao sudjelovati idući tjedan, ali zaključio je da ne treba brzati sa zaključcima. Spremio se, uzeo štap, šešir i stolicu pa krenuo kod Gnjidaršića. Malo će sjestiti, odmoriti i poslušati što se ondje priča, neke će korisne informacije o sadnji gomolja, blefiranju u šahu ili trenutnoj situaciji tamo sigurno čuti.

Na vagonu u kojem su se nalazili mama i tata Medić otvorila su se samo jedna vrata, upravo ona na koja se nastavljaо improvizirani tunel koji je više izgledao poput prozirne plastične cerade. Uzeli su svoje stvari, usput malo

pokupili mrvice suhih keksa na koje su navalili u vlaku, a zatim krenuli kroz tunel. Radoznao su promatrali okoliš u kojem se i nije imalo što za vidjeti. Samo škrta priroda i siva betonska zgrada okružena golemlim parkiralištem na kojem se nalazilo nekoliko kombija i automobila. Na parkiralištu, daleko od tunela, nalazila su se trojica promatrača koji su djelovali vrlo smrknuto i ozbiljno, čak nisu niti reagirali na veselo mahanje mame i tate Medića. Pomalo uvrijedeni ignoriranjem, a i potjerani potrebom za toaletom, požurili su proći tunel i ući u zgradu. Na izlazu iz tunela čekao ih je sitan čovjek u zaštitnom odijelu koje je tatu Medića podsjećalo na kombinaciju ronilačkog odijela i opreme potrebne za hvatanje ili dresiranje bijesnih pasa. Odmah mu je to počelo izrazito ići na živce. Ronjenje nije podnosio jer bi ga uvijek počelo boljeti u ušima, a psi pak njega nisu podnosili pa nije gajio simpatije ni prema njima ni prema njihovim vlasnicima. A još mu je taj prezaštićeni čudak odbio i pružiti ruku na pozdrav samo se povlačio prema nazad kao u nekom čudnom plesu. Mama Medić razmišljala je može li takvo odijelo ići na kemijsko čišćenje i za koliko se posto skuplja u pranju. Takvi su ju podatci o odjeći uvijek posebno interesirali jer nije bila pobornik nikakvog skraćivanja, sužavanja ili proširivanja zbog svoje fobije od igala. Zakrabuljena ih je individua bez riječi odvela u veliku prostoriju nalik na sportsku dvoranu bez predviđenog prostora za gledatelje, u kojoj su se na savršeno preciznim udaljenostima nalazile gomile namještenih bolničkih kreveta. Pokazao im je gdje se mogu smjestiti te žurnim korakom napustio prostoriju. Čim je izašao, mama i tata Medić pojurili su istim putem do toaleta, a zatim se vratili, raskomotili i smjestili na krevete predviđene za njih. Bez riječi su se pogledali, oboje slegnuli ramenima te utonuli u san.

U Gnjidaršićevoj gostionici vladala je neka čudna atmosfera. Stric Vinko zalazio je ondje gotovo svakog mjeseca i mogao je odmah prepoznati promjenu. Ovoga put nije bila tako očita kao kada je ugostitelj povisio cijene pa su gosti odmah organizirali intervenciju te zatim demonstracije i, konačno, dolazak u hladnom pogonu, ali u zraku se osjećala neka nestandardna sumornost. Pozadinska glazba bila je zavijajuće opora, za nekim se stolovima samo šutjelo, dok su se za drugim stolovima vodile žive rasprave o besmislenim temama. Vinko je zauzeo mjesto za šankom i mahnuo Gnjidaršiću da pride. Ovaj je upravo klasičnom kariranom krpom brisao rub vinske krigle, tresući usput s velike visine sadržaj pepeljara u smeće. Probio se kroz oblačić pepela i prišao Vinku, noseći mu odmah i čašu vode te malu posudicu s par neprženih kikirikija. „Stari, kakva je situacija danas? Jesi li načuo što od onih novinara koji se ovuda svakodnevno motaju?” upita ga Vinko prebirući po grickalicama. „A gledaj, nisam ti ovako nešto već dugo video. Najprije je stigla službena obavijest da bi naručena roba

mogla kasniti te da se pripremimo za neke kao posebne mjere. Odmah me to zaintrigiralo pa sam htio vidjeti što znaju novinari koji su taman kafenisali na terasi. Ali od njih nisam mogao izvući baš ništa. Ma, bila su ona trojica koji rade za Enigmatiku i vode rubrike iz algebre i s njima još onaj iz poljoprivredne kolumnе pa su bili u raspravi o uređenim poljima pa u traženju svih rješenja u skupu realnih brojeva nekog ništavnog sustava

$$\begin{aligned}x + \log(x + \sqrt{x^2 + 1}) &= y \\y + \log(y + \sqrt{y^2 + 1}) &= z \\z + \log(z + \sqrt{z^2 + 1}) &= x\end{aligned}$$

Zadatak 86.

i tko bi ih onda prekidal. Kasnije poslijepodne došao je i onaj lik s televizije, a njega je ubrzo netko nazvao pa je morao odjuriti. Uletio je platiti račun, samo mi je kratko rekao da će sad trebati posebno paziti s kim se družiš i što jedeš. Kao da to nisam i sam znao”, ispričao je Gnjidaršić. Stric je Vinko odmah gurnuo posudicu s kikirikijima daleko od sebe, sve do ruba šanka i nije bilo jasno na koju će stranu posudica pretegnuti. „Znači, kao i obično. Svi sve znaju ili barem naslućuju, ali nitko ništa još ne zna sigurno i definitivno. Podsjeća na modernu teoriju skupova.” komentirao je zamišljeno. „Naravno. Navodno su problemi počeli s prijevoznicima, turistima, povratnicima, gastarbajterima i onima koji ne pokrivaju svoje porezne obveze. Vrlo brzo trebale bi biti objavljene neke odluke pa ćeмо znati kako se stvar razvija. Moguće su razne zabrane. Još će mi i zatvorit gostionu, jaj, jaj...” jadao se ugostitelj. „Ajde, brate, pa bar je tebi to kao dobar dan. Sanitarna inspekcija i Odred za dobar, loš i zao ukus zatvaraju te na mjesecnoj bazi.” presjekao je Vinko njegovu žalopojku te krenuo u šetnju.

„Zgodan je ovaj hostel. Dosta je prostran, pomalo retro, ali ima neki poseban šarm.” konstatirala je mama Medić idući dan. „Aha, meni je ok. Krevet je mekan, ima mjesta za stvari i tople vode u čupu, a uskoro bi mogao i neki doručak. Dosta je alternativno i asketski uređeno, ali čitao sam da u ovom dijelu svijeta vole takve fore. Ono, kao dojadili su im fensi hoteli, a na ovaj se način ubija i otuđenost, a još se i trude dodatno pojačati dojam onakvim zaštitnim odijelima. Jedino mi nije jasno zašto nam nisu javili o produžetku ovog izleta. Jesi možda pogledala u rasporedu vožnje kad vlak opet ide, ako će se malo zaletjeti do grada?” bio je dobro raspoložen tata Medić. „Nisam, u onom vlaku nije ništa pisalo. Hoćeš da se prošetamo malo oko zgrade?” predloži mama Medić. „Može, ajmo prije doručka, već čujem neko zvečanje posuđa u daljini.” pristane tata Medić. Ubrzo su otkrili kako su svi izlazi zaključani i zabarikadirani. Sanitarnom čvoru mogli su pristupiti, ali ne i drugim prostorijama. Povrh toga, nikakvog izlaza van nije bilo. Odlučili su da neće praviti probleme te su se vratili na svoja

mesta i planirali se o svemu raspitati kada dođe doručak. Ubrzo je u dvoranu dojurilo nekoliko zaposlenika, svi zakrabuljeni kao onaj čudak koji ih je jučer ovamo uveo. Izmjerili su im temperaturu, počešljali ih, promijenili posteljinu, s tim da su jučerašnju spalili na licu mesta. Vatru koja je tako nastala iskoristili su odmah za korejski roštilj i ta je ideja upravo oduševila tatu Medića. Tako pripravljeni ražnjići bili su meki kao sapun, još preliveni blago ljutim umakom i dopunjeni punim zdjelicama riže. Nakon doručka jedan od zaposlenika prišao je Medićima i predao im papir na kojem je bio isписан niz pojmove i taman kad su se ponadali kako se radi o odabiru jelovnika za ručak, shvatili su da je to popis brojnih svjetskih jezika. Tata je Medić na popisu pronašao njihov te pokazao zaposleniku, ostavivši pritom na papiru priličnu mrlju od umaka. Unatoč maski mogao se jasno nazrijeti zaposlenikov izraz gađenja. Kratko im je prstima pokazao dva-tri, zbog čega su pretpostavili da čovjek možda želi zaigrati par-nepar ili počinje s nabranjem prostih brojeva. Nakon što su mu, pokazujući trčanje u mjestu, pokušali dočarati izlazak van, samo je odlučno glavom pokazao negativan odgovor, što je zbog zaštitnog odijela izgledalo dosta uvrnuto, pa su oboje prasnuli u smijeh dok je zaposlenik ljutito odmarširao iz dvorane. Nešto kasnije donijeli su im tablete na kojima je bio instaliran TikTok i tečaj korejskog jezika, primjerke nekoliko planetarno poznatih časopisa poput Drugog izbora i Medvjedeg vjesnika te veliku ploču za go. Tijekom dana smjestio se u dvoranu zamjetan broj došljaka koji su uglavnom zauzimali udaljene krevete te odbijali bilo kakav razgovor i kontakt s njima. Mama i tata Medić smatrali su kako se radi o društveno izoliranim ljudima koji su povodom nekih intervencija ciljano smješteni u ovaku situaciju kako bi poradili na socijalnim kontaktima.

Vođen svojom ponekad neispravnom dedukcijom, stric se Vinko od Gnjidarsića uputio prema svojoj kući. Odlučio je uzeti sa sobom svoj uvijek spremni paket potrepština za krizne slučajeve te se zatim čim prije vratiti kući svog brata kako bi mogao pomoći nećaku i nećakinji ukoliko ga zatrebaju. Polako je već padaо mrak, gužve na cestama jenjavale su, a sredstva javnog prijevoza bila su poluprazna. Ujurio je u kuću, bacio u smeće pristigle račune i dosadne e-mailove, zalio ruže i koprive te u veliku putnu torbu utovario paket koji je čuvao ispod kreveta. Paket je bio prilično težak, ali torba je imala kotačiće pa ju nije bio problem gurnuti niz stepenice. Zatim je sve stvari koje su ostale čitave potrpao u nekoliko vrećica i krenuo. Već nakon nekoliko sati došao je prvi tramvaj u kojeg je nespretno uskočio, malo poderao hlače te nehotice pogurao nekoliko putnika. Par je stotina metara prije stanice na kojoj je trebao izaći tramvaj iznenada stao te je vozač preko razglasa obznanio putnicima da odlukom rukovodećih tijela i likova ovog trena na snagu stupa trenutna privremena obustava javnog

prijevoza, koja će trajati do dalnjeg. Nakon toga je vozač izašao van, dok je tramvaj zatvorenih vrata ostao na pruzi. „Pa jel nije mogao doći barem do iduće stanice?” zapitao se stric Vinko. Dok su drugi putnici počeli nazivati svoje bližnje i reklamacije te mijenjati statuse na društvenim mrežama, Vinko je iz jedne od vrećica izvadio nešto alata i počeo čeprkati oko jednih vrata. Već pred jutro uspio ih je otvoriti, a zatim nekako i izbjegći stampedo drugih putnika koji su pojurili van. Pokupio je razbacan alat te se umorno odvukao do bratove kuće i zavalio u krevet pod šatorom.

Mami i tati Mediću prolazilo je vrijeme dosta brzo. Odmarali su, čitali, vježbali lažna otvaranja u gou te čak razmišljali da počnu malo učiti korejski. Hrana i smještaj bili su sasvim u redu, a praznih je kreveta u dvorani bilo sve manje. Pravila oblaženja zaposlenika nisu se tijekom dana mijenjala i nikako im nije bilo jasno zašto su svim novinama koje su im donosili nedostajale početne strane. Drugi su im ljudi koji su se ondje nalazili uglavnom djelovali dosta čudno. Neki su samo zamišljeno ležali na krevetima, neki su konstantno visjeli na mobitelima, dok su neki, a takvih je bilo najviše, neutješno ridali i naricali. „Baš i nije neka elita, ovo izgleda kao najgori reality-show ikad snimljen.” zaključila je mama Medić. „Ako ovi budu tako naporni i po noći, kako ćemo spavati? Mogli bismo probati napraviti čepove za uši nađemo li pogodan materijal. No, to neće biti jednostavno jer se najprije treba odlučiti i za pogodan oblik. Što ti misliš: kugla, valjak ili stožac?” premišljao se tata Medić. „Valjak, svakako. Bilo bi dobro da nađemo malo vate.” razmišljala je mama Medić. Nakon večere se u dvorani opet pojavilo nekoliko zaposlenika koji su gurali i kolica s različitim medicinskim priborom. Među ostalim, imali su i vatru na koju bi stavljali po nekoliko kapi alkohola prije negoli su pojedincima davali injekcije i surjekcije. Mama i tata Medić prikrali su im se vješto s leđa te ih uplašili glasnim povikom nakon kojeg su ovi odjurili iz prostorije, što im je omogućilo uzeti paketić vate. Od nje su lako izradili čepove za uši, koji su im olakšali san.

Bilo je već rano poslijepodne kad se Vinko probudio. Bio je umoran i zgužvan, glava ga je boljela i oči su ga pekle. Odvukao se u kuću, gdje ga je zapahnuo reski miris kakav se obični širi iz dostavnih vozila. Odmah si je u kuhinji pristavio kavu te na stolu primijetio već zgužvanu kutiju oblika kvadra. „Ok, naručili su pizzu, bar nisu gladni. Joj, koji je uopće dan danas?” zapitao se. Sa šalicom kave u ruci smjestio se pred televizor i počeo prebirati po programima. „Hej, super da si tu. Baš trebamo karticu!” uzviknu odjednom mali Medić koji se pojavio u dnevnoj sobi. „Karticu? Kakvu, zašto?” nije Vinku bilo baš jasno o čemu se radi. „Rano jutros objavljen je kako škole neko vrijeme neće raditi, zabranjuju se sva veća okupljanja. Što je skup diskretniji, to bolje,

otprilike. Zato od ponedjeljka nastava kreće preko radija, televizije, interneta i dopisno. E sad, kako ja ovo polugodište imam veći broj predmeta, a sestra će pratiti i posebne kodirane programe škola za instrukcije, trebat će nam bar dva televizora.” pojasni mu nećak. „Baš gledam ponudu televizora, krenula su odmah i prigodna poskupljenja za oko 70%”, ubacila se u razgovor i kćerka obitelji Medić. „Prijedlog je da se ne hoda puno po trgovinama, pa smo mislili naručiti neki da nam dostave čim prije. No, plaća se isključivo karticom.” Sada je Vinku sve već bilo jasnije. Srknuo je kavu, iz stražnjeg džepa izvukao novčanik te im pružio blatu bakrenu karticu. „Pin znate, ako će vam trebati.” „Naravno, godina rođenja Harish-Chandre i Borela, kao i obično. Hvala!”, u jedan glas su mu rekli nećaci te krenuli u kupovinu. Vinko je zatim duboko uzdahnuo, protrljao lice dlanovima te prebacio na program koji je po čitave dane prikazivao vijesti. U idućih nekoliko minuta saznao je sve o uvedenim restriktivnim mjerama, opasnosti od epidemije, brzini njenog širenja te o dobitnicima Abelove nagrade. „Bome su i zasluzili!” konstatirao je na kraju (zaslužili nagrade, ne epidemiju, da ne bi bilo zabune).

„Meni se čini da su neki ljudi ovdje uplašeni, neki malo kao bolesni, a neki bolesno uplašeni.” podijelila je svoja razmišljanja sa suprugom mama Medić sjedeći na krevetu i listajući krojeve modnih kombinacija s prošlogodišnje dodjele SIA. Neki su joj se od krojeva čak i dopadali, ali bila je sigurna kako su primjereni isključivo za osobe sitnije građe. „Slažem se. Već nekih pola sata pokušavam pogoditi koji se tresu od straha, a koji od vrućice. Možda smo mi ipak ovdje došli nekom greškom. Ne bih baš rekao da su nas zadržali radi naše sigurnosti ili dodatnog vremena za odmor. Misliš li da su našima doma sve javili?” po prvi put od polaska na put tata Medić postao je zabrinut. „Valjda jesu. Pa trebalo bi se raditi o uhodanom postupku, nismo mi prvi kojima se ovo događa”, utješno je izjavila mama Medić nastojeci i sama vjerovati u izrečeno. Ubrzo su im izmjerili tlak, visinu i opseg vrata. „Ovi ko da nas pripremaju za vješanje!” dometnuo je tata Medić, na što su se supruga i on veselo nasmijali, uz negodovanje svih ostalih koji su se nalazili u prostoriji.

Radio-uređaji u svakoj prostoriji prenosili su isti program i Vinka je to sad već živciralo. Iako je stavio slušalice u uši i na diskmenu iz svog paketa za krizne slučajeve slušao starije koračnice, jednolični je glas spikera konstantno dopirao do njega i nije mu dao mira. Ne toliko zbog slabe intonaciji ni lošeg odabira popratne glazbe, već više zato što su mu pojedine riječi bile tako poznate, ali ih nikako nije mogao smjestiti u smislen zajednički kontekst. „A dobro, što to slušate? Pa ako i jest nastava, nije li trebala početi tek u ponedjeljak?” zagrmio je izvadivši slušalice i odloživši diskmen na obližnji komposter. „Nastava ide

od ponedjeljka, ali ovo je ubrzani tečaj LateXa. Koristit ćemo ga za pisanje svih oblika ispita”, dobacila mu je nećakinja i odmah mu je postalo jasno odakle zna sve te izraze, jer je u mlađim danima i on koristeći isti program napisao formulu-dvije. „Složit će nam nekakav online editor u kojem ćemo sve pisati za vrijeme ispita. Tako će se odmah vidjeti tko što piše i s koje ip-adrese. Kažu da tako preuzimamo najmoderniji način rada, bez suradničkih zvanja. Samo još treba svladati pisanje, zato ovaj tečaj puštaju danonoćno.” dodao je mali Medić. „U redu, onda uživajte. Idem prošetati do tržnice. Kupit ću par glavica luka i jesti ih kao jabuke, no više me zanima usput provjeriti je li istina da se red za ulazak proteže preko četiriju ulica i dvaju trgova. Da možda kupim nešto klope da dočeka vaše roditelje?” upitao je oblačeći staru dlakavu promočivu vestu iz ranije spomenutog paketa. „Kad smo kod njih, javili su iz konzulata da su ih zadržali u karanteni blizu aerodroma tamo u Koreji. Samo na par dana.” dodala je kćerka obitelji Medić onako usput, slušajući radio i usput pregledavajući komentare na društvenim mrežama o prednostima i manama LaTeXa. „Što?! A kad su to javili, jesu li dobro, treba li im što, možemo li stupiti u kontakt?!” počeo je iznenađeno ispaljivati pitanja stric Vinko. „Ma sve ok. U stvari, nisu ništa govorili o tome”, ispravi nećakinja samu sebe pa nastavi: „Javili kratko jučer, toliko da ih ne čekamo na večeri. Nekoliko će im dana pratiti simptome, utvrditi jesu li zaraženi pa ih pustiti.” „Što, pustit će ih bez obzira jesu li zaraženi ili ne?” začudio se stric Vinko. „Pa neće se toliko ondje s njima natezati. Jedino im je bitno znati kojim letom ih poslati natrag, onim u kojem će ići zdravi ili onim u kojem će ići bolesni? Tu su idući tjedan.” ubacio se u razgovor i mali Medić, pokušavajući na zaslonu mobitela nacrtati komutativni dijagram iz homološke algebre. „A super, nadam se da je red za ulazak na tržnicu još i veći od onog što pričaju”, promrsio je stric Vinko te izašao van.

Nakon dva su se dana mama i tata Medić već sasvim lijepo udomaćili u svom neobičnom smještaju. Učenje je korejskog jezika još uvijek bilo na čekanju jer su se zaokupirali drugim zanimanjima. Iz ponude društvenih igara odabrali su domino i igraće karte, ne da bi se bavili društvenim igram na klasičan način, već kako bi izradom oblika vježbali vlastitu spretnost i koncentraciju. Tata Medić uživio se u izradu kula, tamnica i utvrda od karata, od kojih je pojedine gradio i na slobodnim i na zauzetim krevetima, ljuteći se pritom na sustanare koji bi mu ometali novi hobi. Mama je Medić za to vrijeme slagala različite vesele likove od domina, pazeći pritom na pravilne udaljenosti između pločica kako bi padom prve domine postigla željeni efekt. Neki nizovi domina išli su preko kreveta, neki skroz do sanitarnog čvora, a neki su se čak i penjali uz zid. Taman kad su

planirali izradu zajedničke skulpture koja bi uključivala i karte i domine, prišla im je zapanjujuća individua koja je preko standardnog zaštitnog odijela stavila i poslovnu kravatu. „Ovakvo debelo stvorenje s kravatom baš podsjeća na mog šefa kojeg sad traži Interpol!” smijao se tata Medić. „Meni izgleda poput onih oblih drvenih lutki gospode koje smo izradivali u pilani za prošli Uskrs!” krepavala je od smijeha mama Medić toliko da su joj i neke domine poispadale. Čovjek ih je neko vrijeme iz tog odijela zbunjeno promatrao na odgovarajućoj udaljenosti, a kad ih je napad smijeha malo prošao okuražio se i prišao im. „Dobar dan, ja sam vice-konzul iz vaše ambasade”, uljudno se predstavio. „Bok, Vice. Si ti odnekud s mora?” srdačno ga je upitao tata Medić te mu pružio ruku na pozdrav, na što se čovjek odmaknuo. „Nemoj biti tako napadan, možda nam samo želi prodati deke ambasadorice.” prekorila ga je mama Medić. „Gledajte, došao sam vam pružiti potrebne informacije”, počeo je čovjek mirno. „Jel o dekama?” prekinula ga je odjednom mama Medić. „Ne, ne, gospodo, ne o tome. Sigurno vas zanima zašto ste ovdje.” nastavio je jednako mirnim tonom. „Pa i ne posebno. Imamo i sami neke prepostavke, a imamo i drugih problema i zanimacija.” ubacio se sad tata Medić. Vice-konzul uzdahnuo je te nastavio: „Moram se u ime ambasade ispričati što se dovedeni ovamo na ovakav način.” „Ma dajte, pa nije to ništa strašno. Mi smo ušli u vlak i kasnije ovdje izašli. Tko zna, da smo išli direktno na aerodrom možda ne bismo znali na kojoj stanici trebamo sići, možda bismo naletjeli putem na neke barabe ili drumske razbojниke pa se još i nasekirali...” preuzezela je opet mama Medić. Došljak se rukama u rukavicama uhvatio za vizir i naslonio na krevet. Tata Medić pomislio je kako mu nije dobro pa je požurio ponuditi ga vodom, no u svoj je brzini greškom dohvatio šalicu vrelog čaja koju nije uspio uhvatiti za dršku pa se opekaio i sadržaj šalice slučajno izlio po vice-konzulovim nogama, a koji je zatim odskočio unatrag te se počeo derati mašući rukama: „Epidemija je! Globalna! Sve je krenulo negdje putem kojim ste išli, za dva će se dana znati jeste li zaraženi pa vas šaljemo doma i, ako može, da se ne vraćate!” Žustro se okrenuo i zaputio prema izlazu. Ondje se okrenuo još jednom te povikao tako da ga je cijela dvorana mogla čuti: „Vaši su obaviješteni!” „Pomalo nepristojan čovjek.” zaključi mama Medić te krene skupljati domine s poda i s bolesnika koji se nalazio na susjednom krevetu.

Strica je Vinka cjelokupna situacija vrlo brzo počela umarati. Tijekom dana bi manje-više ista nastava dopirala s radija, televizije, internetskih učionica pa zatim još i poštom. Rat nakladnika udžbenika, zbirki, vježbenica i radnog lišća rezultirao je hiperprodukcionom obrazovnih programa, koji su nastojali pokriti napredne, nazadne, manjinske i međunarodne kurikulume. Njegovi bi nećaci tijekom čitavog dana trčali s jednih masmedija na druge, zatim snimali kratke

filmove prepisivanja zadaće i snalaženja u prostoru vlastitog doma, diktirali solilokvije i prijepise, da bi navečer, prije početka produženih instrukcija na kodiranim programima, sjeo s njima kako bi zajedno prošli kroz gradivo, zadaće i nadolazeće ispite. Ujutro je slagao sendviče, mažući margarin kao da prostire masnu postelju za nadolazeće redove sira i salame, grijao mlijeko te pravio bijelu kavu i crni cappuccino. A u vrijeme ručka pohao je i pohao i pohao. Vrlo brzo prošao je kroz sve permutacije začina, brašna, jaja i krušnih mrvice, otkrivši da tek nekoliko njih daje ukusan obrok. Od golemih je zaliha svježe osušenog kvasca i flaširanih gljiva jednom prilikom pokušao napraviti pizzu, ali nije dobro odmjerio sastojke pa se obrok pretvorio u atomsku gljivu radi koje je u široj ϵ -okolini proglašena opća opasnost. Nakon ručka bi pospremio posude i šator te onda opet pokušavao pratiti rasporede te prilagođavati pristigne obrazovne materijale. To ga je podsjećalo na vrijeme kada je sortirao narudžbe u trećerazrednom restoranu brze prehrane i sada mu je postajalo jasnije zašto nije uspio zadržati taj posao. U ponedjeljak je stiglo izaslanstvo iz pilane, koje prilikom posjete domu obitelji Medić nije izlazilo iz službenog kombajna. Mami Medić poželjeli su brz povratak, poručili da su u kantini postavili jednu stolicu manje te joj dovezli propisanu zaštitnu opremu koja će joj biti potrebna prilikom povratka na radno mjesto. Zaštitna oprema sastojala se od flanelске košulje na koju su pričvršćene prozirne rukavice, prsluka punjenog lažnim perjem obloženog flasterima i kacigom s drvenim vizirom koji je pokrivaо čitavo lice. Navodno je sada tržište bilo izuzetno pogodno za distribuciju takvih kaciga te su na njihovoј proizvodnji radili punom parom. Tijekom večeri navratili su i kolege s posla tate Medića, službenim autobusima i s odobrenim putnim nalozima. Kratko su pozdravili te im ostavili kod jadnog bilježnika ovjeren raspored kućnih dežurstava u firmi. Vinko je raspored pedantno dezinficirao te krenuo praviti večeru, prilikom čega je premoren zaspao režući džem, a nećak ga je taman namjeravao zamoliti za pomoć u zadaći iz Konkretne matematike, u kojoj je trebalo dokazati da za realan broj x vrijedi $\lfloor x + \frac{1}{2} \rfloor = \lfloor 2x \rfloor - \lfloor x \rfloor$, pri čemu je s

Zadatak 87. $\lfloor x \rfloor$ označen najveći cijeli broj koji nije veći od x .

Iako je prostor u kojem su bili smješteni bio sasvim ugodno klimatiziran, te je večeri tatu Medića oblijevao znoj. Goleme kapi veličine zrna graha kakvim je red pogostiti se za Novu godinu, polako i uporno klizile su mu niz čelo, ostavljajući znakovit trag kvadratne matrice. U prsim ga je stiskalo, dah mu je bio nekako kratak, a udovi kao da nisu bili njegovi. „Pa jel to ipak i mene uhvatilo!?” pomislio je. Bilo je kasno, svjetla su već pogašena i svi su smješteni na krevete. Atmosfera za spavanje bila je sasvim prihvatljiva, na povremenim je suh kašalj i potmule krikove već navikao, ali nikako se nije mogao smiriti. Najprije se

okretao i okretao, pa pao s kreveta, zatim je neko vrijeme sjedio na krevetu, pa je opet pao s kreveta, da bi sada ležao na stomaku skvrčen u obliku lopte za ragbi. Nije želio uzbunjivati suprugu koja je spavala na susjednom krevetu, ali najradije bi glasno jaukao ili barem tražio neku utjehu u razgovoru. No, dobro je znao da takvo što u njihovu braku nije bilo prihvatljivo još ni u doba kada nisu imali djece. Počelo ga je žariti u zatiljku, da bi se kroz nekoliko minuta taj neizdrživo grozani osjećaj počeo spuštati njegovom utrobom. Tresao se i nije više mogao čekati da taj osjećaj prođe sam od sebe. Užasno ga je probadal, osjećao se kao pregažen i bio je siguran da je bliјed poput kuhinjske krpe kakve se danas rijetko koriste. Nekako se ustao i u mraku navukao šapanke pa krenuo prema prostoriji u kojoj se nalazilo dežurno medicinsko osoblje, pridržavajući se putem za krevete. Nije se morao mučiti da sam dođe do te prostorije jer je vrlo brzo osoblje pojurilo prema njemu. Ne zbog njegovog trenutnog stanja, već da spriječe sukob između njega i trojice drugih bolesnika koje je putem srušio s kreveta.

Kao mladiću stricu Vinku grčki mitovi bili su omiljena literatura, ali nije niti sanjao da će se imati priliku i sam susresti sa sličnim avanturama, barem kako ih je on doživljavao. „Heraklo je imao svega 12 zadataka, bijeda prema onom s čim se ja ovdje svaki dan susrećem. Te spremaj te kuhaj te peri i peglaj jer ne može se neuredan pred kamere školskih razreda. A poslovi su gori od borbe s hidrom. Kad bi njoj otfikarili glavu, narasle bi dvije-tri nove, a ovdje čim se napiše jedna zadaća, evo pet novih, čim operem jedan tanjur, stignu još četiri prljava, na jednu opranu čarapu dođe sedam prljavih... Baš me zanima kako bi se Goodstein ovdje snašao.” žalio je Vinko samog sebe. „Sizif je barem mogao dogurati kamen do vrha, meni se čini kao da ne mogu stići ni do pola puta. Još sam se i zapetljao u konce dok sam si krpao vestu, ne bi meni ni Arijadnina nit pomogla.” Zaista, nije mu bilo lako. Jučer je prisustvovao trima roditeljskim sastancima putem video veze, što je za čovjeka bez djece zbilja respektabilan broj. Kada se doda obaveza redovitog dolaženja na informacije, praćenje javljanja iz Ministarstva instrukcija te provjeravanje napisanih zadaća, dani su mu postajali pretrpani obavezama te je izgledalo kao da im nema kraja. Ubrzo je zaključio da rijetke trenutke odmora i slobodnog vremena više nema smisla provoditi gledajući televiziju. Većina je programa konstantno izbacivala statističke podatke o trenutnom stanju, što nije mogao slušati, a nije više mogao ni očima vidjeti članove nacionalnog znanstveno-istraživačkog projekta čiji je voditelj zaražen i ima blage simptome pa oni gostuju po kontakt-emisijama naričući i tražeći odgovor na pitanje što će sada biti s njima. Odlučio je prošetati

pustim sporednim ulicama, skrivajući se od dronova pomoću kapuljače, kape i marame istovremeno.

Kada se mama Medić probudila, iznenadilo ju je što njen suprug na susjednom krevetu leži s infuzijom u ruci. Kada se malo razbudila, primijetila je da se u blizini nalaze i maska i boca s kisikom. Tata Medić hrkao je kao medvjed, ali svejedno mu je prišla i probudila ga. „Što je bilo, kako si?” upitala je zabrinuto dok je on pokušavao nadoći. „Ma samo sam užasno iscrpljen, proveo sam pola noći na zahodu, malo sjedeći pa malo klečeći.” prozborio je s mukom. „Ipak si zaražen?” zanimalo ju je. „Ne, imao sam samo probavne probleme. Valjda od one klope jučer, ali baš me uhvatilo.” pojasnio je tata Medić. „Da znaš da me i ne čudi. Trpao si u sebe strašne količine, pogotovo onog jače začinjenog kimčija koji si i drugima uzimao s pladnja, čak i onima koji su na respiratorima.” prekorila ga je supruga. „Uh, još i svi oni sirovi slani račići, ali kad su tako slasni i riža uz njih samo klizi. Pa sve ono začinjeno povrće, ma znao sam da zdrava hrana nije dobra za mene. Daj da još malo odspavam, skoro sam i dehidrirao tijekom noći.” dovrši tata Medić te odmah padne u san. Mama Medić poslužila se i njegovim doručkom.

Stric Vinko odlučio je eskivirati današnji roditeljski sastanak i krenuo u šetnju pustim ulicama. Uživao je malo boraviti vani, unatoč potencijalnoj opasnosti. Nije previše niti pazio kojim putem ide jer je bio zaokupljen novim nagradnim problemom koji je tog dana uspio uočiti u svom omiljenom enigmatskom časopisu „Spaljeni algebraičar”. Zato se i prenuo kada je u jednom trenutku shvatio da je došetao pred Gnjidarsićevu gostionicu koja je izvana djelovala nekako sablasno. Na maloj su terasi i dalje stajali klimavi stolovi i jeftine ratanske stolice s prepotopnim jastučićima, ali sve je bilo prazno, mokro od kiše i prljavo. Na ulaznim je vratima bio zakačen neki papir pa se Vinko približio da ga bolje prometri. Kad se približio, uočio je da na vratima стоји tanki ofucani končić koji je bio pričvršćen voštanim pečatom na kojem se nalazio šiljastokutan raznostraničan trokut ABC pri čemu je $\angle BCA = 45^\circ$, nožište okomice iz vrha B na stranicu \overline{AC} bilo je označeno s N , dok je nožište okomice iz vrha A na stranicu \overline{BC} bilo označeno s P . Vinko je brzo pokazao da ako s M označimo polovište stranice

Zadatak 88. \overline{AB} , tada trokut NMP mora biti jednakokračan i pravokutan. Zatim je pročitao i olinjali papir zakačen na vrata na kojem je pisalo kako je ugostiteljski objekt zapečaćen do daljnog radi narušavanja narušenog reda i mira. Činilo mu se nelogičnim da se bilo kakav objekt može zapečatiti tako tankim končićem, za koji je smatrao da nije pogodan ni za vezanje paradajza u svibnju. Pogotovo što su krajevi končića bili pričvršćeni za nasuprotne krajeve dovratka, a ulazna vrata otvarala su se prema unutra. Zato je Vinko lagano ušao sagnuvši se, te si

u miru napravio nekvalitetan espresso i uživao neko vrijeme. Čak je na odlasku konobaru ostavio i prigodnu napojnicu.

Čitava delegacija zakrabuljenih prilika prišla je mami i tati Mediću te im svečano uručila karte za poslijepodnevni let. Jednako su im svečano zatim pobacali sve stvari s kreveta, lagano im šutali ruksake te ih ubrzo i izgurali van, popraćeni gromoglasnim pljeskom ostatka dvorane. U tom je trenutku svima nekako lagnulo te je počela i zadnja etapa dugog povratka kući. Čitav je put bio pomno isplaniran, stavili su im poveze na oči te ih tako odveli do ukrcaja u avion koji je bio gotovo prazan. Samo je u nekom trenutku pilot povirio u njihov dio i prenio im kako se mogu poslužiti konzervama gotovog jela i pića, što im je pomoglo skratiti let tijekom kojeg su nekoliko puta slijetali kako bi kupili pakete zaštitnih maski, sredstava za pranje avionskih prozora i ulja crnog Kima, poznatog tamnoputog proizvođača iz istočne Azije. Naravno, po dolasku u zračnu luku morali su staviti maske i rukavice te sav teret pretovariti u kamion, nakon čega su i oni uskočili kako bi se povezli doma. Sa šutljivim su vozačem najprije nadugačko raspravlјali zašto u svakom podskupu S skupa $\{1, 2, \dots, 2020\}$, koji sadrži 30 elemenata od kojih svaka dva, međusobno različita, imaju najveći zajednički djelitelj jednak 1, barem polovica elemenata moraju biti prosti brojevi. U tom je ugodnom razgovoru proteklo prvih nekoliko sati vožnje, nakon čega su se već i navikli da ih od vozača dijeli staklena pregrada od drveta te da moraju govoriti kroz predratne plinske maske, a na rukama i dalje imati krute rukavice u kojima je gotovo nemoguće otvoriti čvrsto zapakirane sendviče s krastavcima i smrdljivim sirom. Tijekom ostatka su vožnje od vozača koji mjesecima nije izlazio iz kamiona uspjeli saznati neke detalje o trenutnoj situaciji u gradu i državi.

Kada su stigli šator ispred njihove kuće bio je prevrnut, iz daljine je dopirao blagi žamor groznih svađa susjeda i na mamu i tatu Medića čitav taj ambijent djelovao je posebno smirujuće. Lagano su ušli u kuću provalivši vrata i ugodno se iznenadili stanjem koje su zatekli. Oprano se suđe lagano cijedilo, tepisi su bili na mjestu, stvari su bile na policama, nije bilo uokolo razbacane odjeće ni zaostale paučine. Primjerici rastvorenih knjiga po sobama predstavlјali su ionako njihov kućni folklor. Njihova je kćer u svojoj sobi sjedila za tabletom, mobitelom i skenerom. Veselo ih je pozdravila, ne ustajući od posla u kojem se nalazila. „Zašto ti treba sva ta aparatura?” upitala ju je mama Medić. „Psst, sad imamo diktat koji pratim na tabletu i pišem po mobitelu, a onda ću to skenirati i poslati u okružni ured za provjeru vjerodostojnosti, nakon čega ide na ocjenu pred dvadeseteročlanim povjerenstvom u kojem su i odvjetnik i djevojka koja izvlači tombolu.” „Ok, sorry. Kuća je zaista uredna, dobro ste održavali

Zadatak 89.

- red.” pohvali ju mama. „Rano jutros imali smo ispit iz Domaćinstva, trebalo je pospremiti stambeni prostor i sve se snimalo, pa smo zato tako uredili. Moram se koncentrirat na diktat, ako je ef difeomorfizam, a signatura Šapovalovljeve forme označena je s fi, uh što brzo diktiraju...” dovršila je razgovor kćerka obitelji Medić ponavlјajući naglas rečenice iz diktata. „Pa bok, napokon ste stigli!” veselo je uzviknuo mali Medić s hodnika, gdje je izašao iz svoje sobe čuvši roditelje. „Bok, mali! Kako si? Jesi u poslu?” upitao ga je tata Medić, vidjevši knjige u njegovim rukama. „Ništa posebno, samo neki projekt iz interdisciplinarnih primjena Hahn-Banachova teorema. Kako je bilo na putu?” interesirao se mali Medić. „Prva liga. No, gdje je Vinko!?” upravo su mama i tata Medić shvatili da netko nedostaje. „U bolnici, na Zaraznom.” odgovori im mali Medić kratko. „A gdje se on zarazio, jeste vi dobro?” sada su se zabrinuli mama i tata Medić. „S nama je sve ok. Striko je uletio na Zarazni odjel pa su ga tamo zadržali, nismo ga otad ni vidjeli”, umirio ih je mali Medić. „Onda je sve u najboljem redu”, zacrvkuta mama Medić te počne s raspakiravanjem gotovo praznog ruksaka. „Ne čudi me to za Vinka. Sigurno nije više mogao podnijeti život s vama pa mu je i bolnica djelovala kao godišnji odmor”, komentirao je tata Medić. „Išao je tamo tražiti onog vječno zaposlenog profesora, onog koji je još kao asistent postao emeritus i zadnjih 60 godina vodi rubriku zadataka u časopisu koji striko posuđuje. Zarazio se držeći maratonske konzultacije mlađim demonstratorima i kako je u bolnici, kasni novo izdanje. A striko nije mogao dočekati da sazna rješenje nekog zadatka.” ubacila se kćerka obitelji Medić koja je završila sa skeniranjem svog diktata. „To pogotovo zvuči kao Vinko.” pomalo ponosno izjavio je tata Medić. „A o kakvom se zadatku radilo?” zanimalo ga je. „Mislim nešto kao da treba dokazati da ne postoje prirodni brojevi a, b, c, d takvi da je Zadatak 90. $a^2 + b^2 = 3c^2 + 3d^2$. Onak, ništa specijalno ako poznaš Fermatovo naslijeđe.” rastumačio je mali Medić. „E da, striko je poslao telegram kako bi volio da mu nekako dostavimo kruške. Posjete nisu dopuštene, ali možda bi se moglo dronom ili samo ubaciti kroz prozor”, sjetila se kćerka obitelji Medić. „O tome ćemo sutra, stignemo. Tek smo stigli doma i situacija je sve samo ne normalna.”, zaključili su zajedno mama i tata Medić.

12

Zecoubojica

Vrijeme je prolazilo, ali kao da se i nije puno toga mijenjalo. Pojam je novog normalnog tatu Medića sad već iritirao poput neumitno dosadnog određivanja spektra normalnog operatora, šablonskog postupka s kojim se kao mladi student prečesto susretao. Kad bi god u zadnje vrijeme čuo taj nazovi-normalno pojam, a s njim je preko različitih medija bio bombardiran poput Londona njemačkim V-2 u 40-im godinama prošlog stoljeća, sa sjetom bi se prisjetio izazovnih problema funkcionalne analize, u kojima mu jedino svojstvene vrijednosti nekako nikad nisu u potpunosti legle. No, uvijek se iznova tješio kako treba izvući najbolje iz dane situacije te kako treba biti sretan i s neobično toplim vremenom za ovo doba godine, kao i s mogućnošću da stoji ispred zatvorenih ugostiteljskih objekata te pijucka kavicu koju si je doma sam napravio.

Na posao je i dalje zalazio relativno rijetko te si je pokušavao razjasniti po čijem bi naputku danas također trebalo ostati doma. Po naputku Ministarstva očuvanja zdravlja, dentalne higijene i teglica meda koje je poslodavcima nalagalo da nastoje organizirati rad od kuće? Ili po naputku Ministarstva okoliša i košnica koje je zgradu u kojoj je bio smješten njegov ured proglašilo napodobnom za okoliš i gniježđenje sokolova zbog prevelike količine azbesta i polivinilklorida utkanih u zidove i temelje zgrade? Ili po naredbi Ministarstva rada, odmora i gableca koje se svojim novim prijedlozima zakona strogo usprotivilo iskorištavanju umirovljenika preko student-servisa, a koji su obavljali nebrojene sitne poslove, od pranja prozora na 60. katu do glaćanja rublja mlađih direktora i njihovih ortaka? Ili, konačno, po dekretu Ministarstva unutarnjih i rubnih poslova koji je samoljepljivom trakom obilježilo brojna vrata u poslovnoj zgradi, konstantno se protiveći pronalaženju novih načina za izbjegavanje poreznih obveza?



Slika 12.1: Crna turska

Neko je vrijeme razmišljao koji je od navedenih scenarija trenutno najizgledniji, a usput si je napravio i jaku tursku kavu. Vrući je gorki napitak ulio u porculansku šalicu s drvenim drškom prilagođenim šapi te se krenuo spremati za izlazak. Bio je siguran da će usput sresti i Vinka, jer ako Vinko već nije kod njega, tada se sigurno nalazi na samom prilazu kući obitelji Medić. Ostatak je kave, u koju je dodao i malo mlake vode kako bi izgledalo da je ima više, ulio u metalnu šalicu te dodao i nekoliko kockica šećera. Vinko je uvijek volio sladje napitke, a broj je kockica šećera koje tata Medić ubacio u šalicu je upravo jednak najmanjem prirodnog broju n takvom da je moguće poredati u krug prirodne brojeve od 1 do n na način da svaka dva susjedna broja imaju barem jednu znamenku

Zadatak 91. jednaku.

Prije izlaska je tata Medić dugo i pažljivo preko ušiju namještao svoju omiljenu kombinaciju pohabanih sunčanih naočala i tanke vunene kape, a zatim se lagano ogrnuo šalom. Trudio se izgledati uredno i neformalno jer ga je od ranog jutra (oko 9 : 45) proganjao osjećaj da će današnju blagu monotoniju razbiti neki nenadan događaj i da će doći do nekih promjena. U takvim je situacijama uvijek nastojao biti uredan i opušten, što mu je obično davalо na samopouzdanju. Zgradio je šalice u šape te na izlasku iz kuće nehotice, donekle preglasno, zalupio vratima. Zlurado je zabrundao, ali raspoloženje mu se momentalno popravilo kad je shvatio da tresak ulaznih vrata mama Medić ionako nije mogla čuti. Više

od eventualne štete zabrinjavalo ga je njeno prigovaranje, ali sada se nalazila u svojoj radnoj sobi. Zbog obaveze rada od kuće, posao iz pilane bila je primorana donijeti doma, pa je u toj radnoj sobi sada montiran golemi cirkular na kojem je ona upravo obrađivala trupce ariša. Zbog zaglušujuće buke i slušalica koje je nosila kao zaštitnu opremu, ne bi mogla čuti ni folk-koncert, a kamoli jedan omanji tresak ulaznih vrata. Tako se tješeći, lagano je pošao prema obližnjem trgiću.

Vinko je danas bio posebno proračunat te je stigao ranije da na trgiću zauzme jedno od boljih mjeseta za prijepodnevno kafenisanje. Dok ga je sunce blago grijalo s njegove desne strane, mogao se leđima nasloniti na stakleni zid zatvorenog kafića te usput nalaktiti na improvizirani visoki stolić napravljen od nekadašnje bačve za odlaganje nuklearnog otpada. Pred sobom je raširio prošlogodišnje izdanje nekog šarenog tjednika, u jednoj je šapi vrtio olovku, a u drugoj malu metalnu žlicu. „Ajde napokon ti s mojom kavom, križaljka mi zapinje bez kofeina!” doviknuo je tati Mediću čim ga je spazio. Tata se Medić lagano dovukao do Vinkova mjesta, nadajući se kako ga prolaznici barem neće moći upamtiti kraj njegove kamuflaže. „Vinko, ne moraš se tako derati preko čitavog trgića, odmah sam te uočio.”, tumačio je bratu. „Daj, molim te, pa u ovo je ludo doba, kada se gotovo više nitko ni s kim ne druži, valjda normalno da ti se malo razveselim”, tupio je Vinko mješajući svoju kavu pripremljenom žlicom. „Vidiš, sad dajem i svoj doprinos - više niti ne računam da ćeš se sjetiti ponijeti i žlicu”, hvalio se tati Mediću koji je upravo razmišljao kako bi možda mogao uz kapu, šal i sunčane naočale, navući i masku preko njuške. Zaključio je kako bi mu se tada vjerojatno maglile naočale, a ne bi mogao kroz masku niti srkutati kavu. Nalaktio se na improvizirani stolić koji je blago zacvilio pod njegovom težinom, te počeo na mobitelu pretraživati na čiju bi se mrežu mogao spojiti.

Ubrzo je otkrio kako zatvoreni obližnji kafić i dalje svima u blizini nudi besplatan pristup internetu pa se zadubio u proučavanje novosti. Volio je biti u tijeku, znati kakve su promjene u društvu i kulturi, a još od malih šapa razvio je i sposobnost čitanja između redaka. Dok se njegov brat udubio u rješavanje skandinavke, tata Medić ushićeno je otkrio kako se Sinidikat poštenih djelatnika nepoštenih poslodavaca, čiji je on član već godinama, uspješno izborio za mjesečni dodatak za svoje članove u posebnim uvjetima rada te za mljeko u prahu. „E neka je sad onima koji nisu članovi i samo grčevito stišću svoje parice dok bi povlastice željeli ko razmaženo dijete novu igračku”, pomisli zadovoljno i zlurado. Ispio je svoj napitak do kraja, ustanovio kako je debeli talog na dnu šalice poprimio oblik znaka za tenzorski produkt te zaokružio pogledom preko trgića.

Učinilo mu se da na suprotnoj strani vidi poznati lik koji već dugo nije sreo. Nije mogao biti siguran pa se zagledao, skinuo sunčane naočale, obrisao stakla šalom te ih sklopio i ne gledajući odložio pravo u Vinkovu šalicu s kavom. Zaškiljio je kako bi bolje vidio i sada je već bio uvjeren da se drugom stranom trga polako i oprezno kreće njegov stari poznanik Kozlić, prepredeni poštenjačina i policajac od mladih dana. Baš mu je htio mahnuti ili ga pokušati dozvati, kada je to postalo sasvim nepotrebno. Naime, stric je Vinko, uživljen u rješavanje križaljke, dohvatio svoju šalicu i kada je htio potegnuti malo kave, iz šalice su na njega pale naočale tate Medića, a zatim i ostatak još vruće tekućine, koja se razlila po njegovoj odjeći i stolu. Zbog mlađih čitatelja i starijih cenzora nismo u mogućnosti na ovom mjestu doslovce prenijeti Vinkov monolog koji je uslijedio, a koji je zaokupio pažnju svake osobe koja se nalazila u široj okolini trgića. Znatiželjno pogledavši u tom smjeru, Kozlić je uočio svog starog poznanika tatu Medića te mu prišao topotom. „Pa gdje si majstore?! Otkad se nismo vidjeli, kakav si?” srdačno ga je pozdravio. Tata Medić i on poznaju se još od srednjoškolskih dana, pripadnici su iste generacije, kretali su se u sličnim krugovima i kvadratima te dijelili prekobrojne interese.

„Sve pet, kavica, sunce i pomalo. Što tebe dovodi ovamo, nisi li zaglavio u metropoli?” zanimalo se tata Medić. „Ma jesam, dugo i fino, ali u zadnje mi je vrijeme tamo postalo kao u kašeti brokava pa sam poradio na premještaju”, pojasni mu Kozlić. „Znači, i dalje si među dobrim momcima, u punoj formi”, našali se tata Medić. „Na kakvoj si sad poziciji u lokalnim snagama?” upita. „Komesar, recimo”, pohvali se Kozlić. „De, napokon pravi čovjek”, uleti odjednom u razgovor stric Vinko koji se dotad vrtio nešto dalje pokušavajući obrisati tragove kave i soca s odjeće. „Ne mogu naći dobrog mesara otkad je onaj stari Svinjoglavić otisao u mirovinu, a on je bio majstor među obrtnicima. Sve si mogao kod njega nabaviti, i govedi rep i mariniranu vješalicu i čvarke od vepra, a ovi danas ništa. Sretan si ako uopće imaju masti, bitno da prodaju jaja i gazirana pića. Nego, ortak, reci, u kojoj ti mesnici radiš? Vidim da si momak na mjestu. Sigurno ona nova, tamo na ugлу kod kasapa...” nije prestajao vidno uzbudjeni stric Vinko, pokazujući rukama u neodredenom smjeru. Kozlić se, vidno iznenaden, lagano udaljio i upitno pogledao tatu Medića.

„To ti je moj burazer, ne brini se. Pojedini izrazi kod njega znaju izazvati čudnu reakciju. Kad se spominju meso ili enigmatika, tako mu skoči adrenalin, a čim netko spomene graničara, on se počinje saginjati i pokrivati rukama glavu kao da se štiti od lopte”, pojasni mu tata Medić. „Znao sam ja da se ti nećeš maknuti iz policije i najradije bih sad rekao kako je dobro da si došao uvesti

red u gradu, ali ovdje je stopa kriminala prilično niska”, nastavi on, pomalo se odmičući od Vinka, koji je nastavio s usporedbama mesnica nekad i danas.

„Zato su mi odmah ovdje i dali premještaj, bez organiziranog se kriminala u gradu ni za mene ne može previše čuti, a to mnogima odgovara. Kad su uvedene posebne epidemiološke mjere i brojna zatvaranja, nekoliko je provalnika ostalo zatvoreno u prostorima koje su upravo pljačkali. Oni su spretniji nekako izašli, ali su pohvatani za policijskog sata, a oni manje spretni su tako ostali zatvorenici. U stanici je malo ljudi ostalo raditi, par prometnih policajaca, po jedan forenzičar, kuhan i trovač, na meni je da sada istovremeno budem načelnik, inspektor i portir, moj je prvi pomoćnik usput domar, električar i informatičar. Nekako sam najviše inspektor”, tumačio je Kozlić.

„Pa onda uživaš u ugodnoj šetnji ovim dosadnim krajem grada, haha”, ironično se našalio tata Medić. „Sve je samo ne dosadan, frende. Jutros se dvije ulice dalje dogodio napad, pokrenuli smo istragu i forenzičar je sad тамо, sa ženom i punicom. Svi su troje dosadni ajme, pa sam otišao izvidjeti ima li kakvih tragova u blizini”, ispričao je Kozlić, iznenadivši sad tatu Medića. Trebalo mu je par trenutaka da se pribere, a njegov je stari poznanik inspektor za to vrijeme iskusnim pogledom proučavao trgić, tražeći neke tragove ili potencijalne svjedoke.

„O kakvom se napadu radi?” upita tata Medić, nadajući se da takvim interesom ne zadire previše u tajne policijskog posla. „Čuj, nemoj o tome baš puno pričati naokolo, stvar je dosta svježa, smrdljiva, nejasna i interesantna”, započeo je Kozlić tihim glasom. „Zvuči ko da opisuješ ribarnicu, ima jedna dosta dobra kod tržnice, par ulica dalje. Nejasno svježe barakude svake subote, želudac od grdobine interesantno smrdljiv i idealan za fileke ponedjeljkom, ma super domaće stvari iz uvoza, mogu te odvesti jednom ako hoćeš...” preuzeo je razgovor tata Medić. „Pusti, doručkovao sam salatu s kupusom i odležalim uljem, nije mi sad do ribe”, prekinu ga Kozlić, koji je počeo uviđati sličnost među braćom te nastavi: „Dakle, dvije ulice dalje napadnut je umirovljenik koji je bio sam u šetnji. Izgleda da je izašao nešto kasnije u odnosu na svoju dobnu skupinu, tek oko 6 : 25. U to je vrijeme ulica vjerojatno bila sasvim prazna, umirovljenici su već obavili kupovinu, a ionako zbog slabog vida ne bi predstavljali dobre očevide. Kratak, munjevit napad na stariju personu, začinjen s više uboda oštrim predmetom u obje ruke. Drsko i krajnje bezobrazno, bez ikakve najave, pozdrava, isprike, pojašnjenja ili uštipaka.”

„Pa to je zbilja nepristojno! Tako napasti bez pozdrava i bez da se pita za zdravlje i ponudi neka klopa, ccc... Grozno je kako se struktura stanovništva drastično promijenila zadnjih godina”, konstatirao je tata Medić zabrinuto vrteći

glavom. „Nemoj sad opet odlutati, stvar je zanimljiva. Ništa nije ukradeno, žrtva je usput samo pogubila neke papire koje je nosila u trošnom fasciklu žute boje sa znakom propalog osiguravajućeg društva koje je svojevremeno osiguravalo i građane starije životne dobi. Na jednom od papira ostali su neki tragovi, ali nisam ih uspio preciznije pogledati jer je forenzičareva punica stalno mljela o zimnici koju priprema, a ovi nikako da ju pojedu. Tada sam otišao jer ionako imam sasvim dovoljno svoje turšje”, dometnuo je Kozlić.

„Joj, mi imamo još od pretpreprošle godine, nije loše kad se ukloni sloj pljesni s vrha. Ove smo godine pravili jedino ljute papričice punjene sirnim nadomjestkom, sve u medu i s kaparima” pohvalio se tata Medić. Stric se Vinko upravo vraćao na svoju poziciju, noseći bučkuriš iz automata, donekle nalik kavi, u koji je udrobio jučerašnju perecu. Kozlić se već krenuo lagano udaljavati, no onda se najednom zaustavio te upitao tatu Medića: „Čuj, kako stojiš s vremenom? Ako si među onih 87% koji u ovoj situaciji uopće ne idu na posao, mogao bi mi praviti društvo. Moj je pomoćnik u samoizolaciji zadnjih 7 mjeseci, imam dojam da već pomalo i mulja s doznakama na kojima je potpis njegove žene, a meni bi baš dobro došao netko za usputni razgovor i razmjenu mišljenja o slučaju. Naravno, ako si oštouman kao nekad.”

„Ma može, super. Valjda ti neću puno smetati kao civil!” oduševio se tata Medić i pojuria za Kozlićem, usput slučajno zapevši u strica Vinka kojem je tom prilikom ispaо amorfni umami sadržaj gumene čašice iz automata. Ostao je ukipljen raširenih ruku naizmjenično promatrati grozomornu fleku na podu i dvojicu starih prijatelja koji se udaljavaju. Raspoloženje mu se bitno popravilo kada je uočio da razlomljeni komadići pereca na podu tvore šiljastokutan trokut ABC na kojem je odabrana i točka D . Odmah je zaključio da se točka D nalazi na stranici \overline{BC} ako i samo ako vrijedi

$$\frac{\sin(\varphi + \psi)}{|AD|} = \frac{\sin \varphi}{|AC|} + \frac{\sin \psi}{|AB|},$$

Zadatak 92. pri čemu je s φ označen kut $\angle DAB$, a s ψ kut $\angle CAD$.

„Gledaj, sad više skoro nitko ništa i ne pita. Pored novih se mjera uglavnom pazi da se djeca ne druže na putu do škole, da stariji građani što bolje troše životnu uštedevinu i da obrtnici rade na crno. Prije se još kako-tako i pazilo da se civili ne približavaju mjestima zločina, ali sad je samo bitno da novinari vide da si pokraj mene. Ako se budu tražile neke izjave, samo im pokaži šapom na mene, nedavno sam postao i glasnogovornik za ovu regiju”, pojašnjavao je 3-u-1 inspektor tati Mediću, stalno gledajući lijevo-desno kako mu ništa ne bi promaklo, poput kvalitetnog stopera nogometne momčadi. Brzo su stigli do mjesta zločina, brižno ograđenog samoljepljivim tapetama s cvjetnim uzorkom

u koji se zagledao tata Medić. „Mislim da su to hortenzije”, ustvrdio je nakon kraćeg razmišljanja i prelistavanja enciklopedije bilja i smilja koja se slučajno našla u blizini.

„Da čujem, što imamo?” upitao je Kozlić nezaposlenog forenzičara koji je naslonjen na zid pregledavao listiće iz kladionice. „Pa tak, uzorak je tapete žena birala, a dobitku se uglavnom nadam na ovom listiću u kojem sam uplatio na turnir u online fliperu.” odgovorio mu je forenzičar, ne dižući pogled. „Možda nešto vezano uz slučaj?” uporan je bio inspektor. „Slabo. Žrtva je u studentskoj ambulanti za starije ponavljače, na hitnoj nitko nije otvarao, a liječnici su iz bolnice mahom u dvorani gdje se skrivaju od epidemije. Osim što je žrtva inače slijepa kao šišmiš, napad se dogodio munjevito s leđa. Ozljede nisu preduboke, ali neko vrijeme neće moći micati rukama i to je manje-više sve”, raportirao je forenzičar.

„Hm, slabo. A neki tragovi ovdje? Oružje napada? Ova smrdljiva mrlja izgleda neobično, što je s onim papirima koji su nađeni u blizini?” ispitivao je dalje Kozlić. „Mrlja je od kiselog kupusa koji se prosuo punici iz torbe. O oružju ču više znati kada negdje ispitam tragove iz ozljeda, ali nisam siguran kako da to napravim. Razmislit ću poslije utakmice večeras. Papire su pokupili komunalci, ubacili ih u kantu za papir, kažu ne može se tako narušavati čistoću grada. Na njima je bila neka narančasto-crvena žvrljotina, sasvim nečitljiva”, pomalo nezainteresirano izreferirao je forenzičar te naslonio glavu na zid. Kozlić se samo uhvatio papcima za glavu, imao je osjećaj da ovaj slučaj postaje sve komplikiraniji. Tata je Medić sve promatrao iz pozadine podignutih obrva, vidno iznenaden modernim policijskim metodama. Kozlić i on sručno su se pozdravili te dogovorili da će se čuti pojave li se neki novi momenti.

Iako je tata Medić imao puno povjerenje u Kozlića, čiji je streloviti uspon po hijerarhijskoj ljestvici u policiji imao priliku promatrati još prije mnogo godina, u njega se uvukao neki strah i nesigurnost. Jedva je uspio odrijemati 14 sati u komadu te se bunovno vukao po kući. Kao neko dodatno ulje na vatru njegovih loših osjećaja došla je obavijest mame Medić idućeg jutra: „Kasni ček od plaće, to se već dugo nije dogodilo. Računi su uredno stigli, rok je plaćanja danas, a plaće nigdje”, rekla mu je prije doručka. Mažući med na svježu ribu i gledajući u susjede koji su se upravo potukli oko šljiva za pekmez, razmišljaо je o jučerašnjem slučaju i kako bi sve bilo jednostavnije kada bi se svi pridržavali mjera o sigurnosnom razmaku. Uto je zazvonio telefon, na drvenom je zaslonu pisalo da zove Kozlić s kojim je jučer izmijenio brojeve prije nego su se rastali. Odlučio je da će ga nazvati kasnije, trebalo je najprije dovršiti doručak, oprati šape, napraviti čaj te nastaviti promatrati tučnjavu u koju se sad uključilo već

šest obitelji iz susjedstva. Kada se gužva napokon razišla i oni koji su ostali na nogama počeli skupljati šljive s poda, uzvratio je poziv Kozliću koji se odmah javio ozbiljnim glasom. „Imamo još jedan napad. Ako možeš, dođi na put prema pilani”, rekao je. „Nije valjda opet na onog starog? Baš je nekom stao na žulj.”, upita tata Medić. „Ma no, iako sam i ja to pomislio, pogotovo kad su mi rano jutros javili kako je pobjegao iz ambulante. Ali onda sam provjerio datum i brzo smo ga našli kako čeka u redu pred bankom, 3 sata prije početka radnog vremena, danas počinju isplate mirovina. Usput je još drugim umirovljenicima pred bankom prodavao ispod cijene neke lijekove koje je maznuo iz ambulante, bez izdavanja fiskalnog računa. Nevjerojatno je sposoban za nekog tko ne može micati rukama”, pojasni inspektor.

Prije polaska tata Medić napravio si je još jednu crnu kavu da mu razbistri misli kako bi mogao biti od koristi u istrazi. Počeo se osjećati prilično važnim, imponirala mu je nova uloga. Nasuo je kavu u termosicu s natpisom *Odabro Čak Norrris* koju je dobio umjesto posljednje božićnice, kratko pozdravio ukućane te izletio iz kuće, projurivši pored Vinka koji je zbumjeno ostao stajati na prilazu. Nije želio trošiti gorivo pa je odlučio ići javnim prijevozom koji je zbog restriktivnih mjera postao mnogo udobniji, ali i znatno sporiji. Ako želite otkriti koliko je tramvaja tata Medić morao propustiti dok nije došao tramvaj u kojeg je mogao ući, odredite najveći prirodan broj n takav da sustav jednadžbi

$$(x+1)^2 + y_1^2 = (x+2)^2 + y_2^2 = \cdots = (x+n)^2 + y_n^2$$

Zadatak 93. ima cjelobrojno rješenje.

Kada je izašao iz tramvaja u blizini pilane, shvatio je kako je putem prilično ogladnjo pa je otišao do obližnje pekare. Tamo nisu imali krofni s borovnicama pa ih je potražio u idućoj pekari, a zatim iz istog razloga u još jednoj. Nakon što je pojeo krofnu i malo odmorio, veselo se približio mjestu gdje ga je čekao inspektor. Ovaj put ondje nije bilo forenzičara, a Kozlića je našao nedaleko od mjesta napada kako drijema u službenom vozilu. Čim ga je uspio razbudit, počeo se interesirati za detalje novog napada. „Malo sam ubio oko čekajući te, rano sam ustao jutros jer nisam htio propustiti nove nastavke sapunice koja nikad ne završava. Izgleda da imamo serijskog napadača, stvar postaje ozbiljnija i vrlo napeta”, sneno zijevajući prepričao je tati Mediću. „Što se sad dogodilo?” pitao je tata Medić. „Braća otvaraju novi poslovni ured, a šogor im užasno zamjera što obrt njegove bivše pomajke nije dobio koncesiju za pranje prozora na poslovnoj zgradi. Zaklinje se da će ih uništiti pa zove suradnika bivše žene, za kojeg se kasnije otkriva da je njihov davno izgubljeni polubrat. Tu su današnje epizode završile i počeli su *Šumar i Šajn*, epizoda u kojoj šumskim

životinjama daju pravo na nekoliko želja i nastaje svađa oko skupljanja hrane za zimu...” raspričao se inspektor. „Mislio sam na napad zbog kojeg si me zvao, onaj serijski od jutros”, prekine ga tata Medić. „A, to pitaš! Slično kao jučer, danas je munjevitom brzinom s leđa napadnuta ženska osoba srednjih godina te je više puta ubodena u predjelu desne ruke. Nalazi se na kirurškoj obradi u obližnjem vrtiću. Nema otuđenih predmeta, jedino par žvrljotina po nekim papirićima zasad nepoznatog podrijetla. Morao bi biti isti počinitelj, mediji još nisu objavili ništa o jučerašnjem napadu jer su prezauzeti prikazivanjem dokumentarnih filmova o životopisima kandidata za novi reality-show koji će se održati u potpunosti online. Zato nije moguće da se već javio imitator”, bio je sada detaljan inspektor.

„Hm, zbilja prelazi u serijal. Znamo li nešto o jutrošnjoj žrtvi ili neku povezanost s jučerašnjom žrtvom?” razmišljao je naglas tata Medić. „Kako zasad izgleda, ništa previše korisno. Današnja žrtva nije bila u većem šoku pa sam uzeo i njenu izjavu. Radi u računovodstvu u obližnjoj pilani. Rano jutros došla je isprintati čekove za zaposlenike, pilana je inače sasvim prazna jer svi rade od doma. Nestalo je tonera i soka od cikle, pa je ručno ispunjavala čekove i za to vrijeme imala dojam da je netko promatra kroz prozor. Kada je krenula iz pilane, samo je najednom osjetila oštar ubod i pala, ništa nije vidjela. Zasad ne vidim nikakvu vezu s onim starim od jučer, nije niti išla u banku gdje on prima mirovinu. Napad iz koristoljublja opet možemo isključiti, ništa nije ukradeno, a čekovi su ionako personalizirani pa ih treće osobe ne mogu naplatiti. Komplikirano je i zasad stojimo u mjestu, moram sačekati da forenzičar analizira ubodne rane i tragove na papirima koje smo mogli pronaći. Ali to bi moglo potrajati jer je danas uzeo slobodan dan kako bi mogao pomoći jetrvi praviti liker od krušaka”, podijelio je Kozlić trenutnu situaciju sa svojim sugovornikom.

„Možda ih vežu neki hobiji, možda su oboje bili svjedoci nekog nedavnog događaja?” propitkivao je tata Medić. „Da su bili svjedoci, napadač bi vjerojatno imao namjeru ušutkati ih, a ne samo bockati po ruci. Možda je vježbao za cijepljenje? Morat ću provjeriti po ambulantama gdje bi uskoro trebalo dolaziti cjepivo, to već zvuči kao jasan trag”, razmišljao je glasno inspektor te nastavio: „Dobro je i pitanje s hobijima, ali to nije lako provjeriti. Zaštita podataka i nelegalne komunikacije urodila je brisanjem baze potencijalno opasnih hobija među stanovništvom. Sada se trebamo obratiti poznanicima žrtava, ali i to je donekle klimavo. U vrijeme su se općeg zatvaranja svi pomalo otuđili, a mnogi su se počeli baviti i novim stvarima. Teško da ćemo tu nešto znakovito isčeprkati, ali vrijeđi probati.”

Sada je tati Mediću počelo rasti samopouzdanje, obećao je Kozliću da će se o napadnutoj djelatnici pilane raspitati kod supruge i njenih kolega. Inspektor ga je odvezao doma te su se dogovorili da će se opet čuti ujutro. Inspektor je zatim otisao u kinematograf pogledati serijal kriminalističkih crtića, nadajući se da će tako dobiti nove indicije. Doma je bilo mirno, Vinko je drijemao u fotelji tate Medića, mama Medić skupljala je piljevinu i njome pokrivala dno kućice njihova oposuma Slađanog, a djeca su odradivala današnju školu na daljinu naizmjenično odašiljući nastavnicima dimne signale i golubove pismoneš s privezanim zadaćama iz Modalne logike i Teorije uzlova. Praktični dio zadaće iz Teorije uzlova svodio se ionako na pričvršćivanje uzice oko ptiče noge.

Tata Medić priredio si je u kuhinji mlako mlijeko s medom i proteinima, bešumni multivitamin, zeleni ruski čaj i kapučino bez pjene. Naredao je šalice i čaše na kuhinjskom stolu te se izvalio na drvenu stolicu tapeciranu staklenom plastikom. Nije bio siguran na koji način suprugu pitati za podatke koji su se ticali istrage. Smatrao je kako ne bi trebao otkrivati previše o istrazi u koju je uključen, ali to je ujedno bio i jedini razuman razlog za interes o njenim kolegama s posla. Kada je mama Medić došla u kuhinju, obzirno je načeo temu o kašnjenju čeka s njenog posla i mogućim razlozima, na što je ona odmah otpovrgnula „Pa netko je napao djelatnicu računovodstva kada je izašla iz pilane noseći čekove, čitav kolektiv zvali su poslijepodne da nam to ispričaju. Morali su nas obavijestiti, svi su poludjeli jer im plaća kasni. Navodno su u istrazi već angažirane jake policijske snage, šuška se da je u pozadini rat proizvođača cjepiva i malih obrtnika.“ Nakon toga pravio se zainteresiran za napadnutu djelatnicu, ali ispostavilo se kako mama Medić o njoj i ne zna mnogo. „Nešto je mlađa od nas, radno vrijeme provodi u svom uredu za svim onim papirima i izračunima, uglavnom je pristojna i ljubazna, ali ništa drugo o njoj ne znam“, rekla je.

Kada se idućeg jutra čuo s Kozlićem, nije mu imao mnogo za ispričati. Inspektor je proveo dobar dio noći igrajući se na tabletu, a zatim je na internetu pretraživao daljnje podatke o žrtvama napada, ali njihova imena nisu se spominjala u zajedničkom kontekstu ni na društvenim mrežama ni u malim oglasima. Tragovi ubodnih rana zasad nisu ništa otkrivali, a još su pokušavali dešifrirati crveno-narančaste žvrljotine nađene na mjestima napada. „Trenutno svi smatraju kako je napadač jednostavno papire koji su mu se našli pri ruci iskoristio za kratko čišćenje oružja. Kako ga žrtve nisu niti primijetile, za to je mogao na raspolaganju imati svega dvije-tri sekunde. Nadzorne su kamere isključene i izvan i unutar pilane, ispitali smo hrpe potencijalnih svjedoka (njih dvoje) i nitko nije ništa vidio. Danas ću pretražiti šиру okolicu mjesta napada pa

možda nađem neke tragove, čim stane kiša. Ne volim izlaziti dok pada”, rekao mu je inspektor.

„Tata, možeš li me odvesti na instrukcije?” upitala je kćerka obitelji Medić. „Malo kasnim, potrajalo je dok sam dešifrirala zadaću iz Kriptografije u kojoj je pisalo na koju adresu ovoga tjedna trebamo poslati snimke zadaće iz klapskog solo pjevanja, a vani je kiša i ne bih htjela da mi se smoče slušalice”, pravdala se. Zaista, na glavi je imala bežične slušalice koje su na svakom uhu bile veličine buhtle, a svi srednjoškolci dobili su ih u novoj reformi školstva te su ih bili obavezni uvijek nositi.

„Ok, ajmo!” prenuo se tata Medić, uzeo ključeve od auta i pletenu košaru poželi li usput skoknuti negdje po svježe kruške. Kćerka je obitelji Medić u odgovarajuće džepove na jakni potrpala mobitel, tablet, laptop, kameru s nogarima i grafičko računalo, uskočili su u auto i krenuli. Vožnja do centra za instrukcije bila je spora i dosadna, kao da su upravo tog jutra svi odlučili poći obaviti neke poslove u blizini centra. Putem je tata Medić morao stati na svakom semaforu, dok kiša koja je bjesomučno padala nije uspijevala spriječiti uporne nalete nezaposlenih peraća vjetrobranskih stakala. Odlučio je ignorirati ih te pojačao vijesti na radiju, njegova je kćer ionako na mjestu suvozača slušala predavanja iz Uvoda u optimiziranje nepotrebnih optimizacijskih sustava, teškom mukom pokušavajući ostati budna. Na radiju su upravo išle šeste jutarnje vijesti, prožete već standardnim podatcima o broju novozaraženih, udjelu votke u naručenom cijepivu i rastu svih postojećih poreza. Uvijek je slušao lokalnu radio-postaju, nekako je osjećao bliskost sa zaposlenicima u studiju i režiji, odgovarao mu je odabir loše novovjekovne glazbe i izvješće o trenutnom stanju u prometu. Nakon uobičajenog poziva volonterima za isprobavanje cijepiva iz kućne radinosti, u sklopu vijesti pojavio se i kratki izvještaj o nedavnim napadima. Iz samog je teksta bilo jasno kako je izvještaj pomno složio Kozlić, pazeci da se ne širi nikakva panika ni dezinformacije, ali da se istovremeno uspije zadovoljiti i novinarski senzacionalistički apetit.

Tako je nešto tata Medić i očekivao, postojeća se situacija nije mogla skrivati, dodatni bi oprez trebao pomoći, a sami detalji napada nisu otkrivani. U sklopu vijesti obrazloženo je i kako policija ima brojne indicije, a materijalni su dokazi u zadnjem stadiju forenzičkog ispitivanja. Ponadao se da je forenzičar barem nakratko gotov s obiteljskim poslovima, ali sjetio se tada kako mu je jutros Kozlić spomenuo da mora ići forenzičaru pomoći službenim kombijem prevesti šogorov bidermajer. Iz razmišljanja ga prenu iznenadni zvuk kćerkina hrkanja na suvozačkom sjedalu i vozilo hitne pomoći s uključenim rotacijama koje je projurilo pokraj njih. Čekajući da se upali zeleno svjetlo na semaforu, počeo je

osjećati snažnu anksioznost te je dohvatio teglicu meda iz pretinca za rukavice. Nakon još nekoliko minuta miljenja kroz prenagužvane ceste, približavali su se zgradi registriranoj za obrt pružanja visokokvalitenih instrukcija i investicijsko savjetovanje sumnjive kvalitete. Radilo se o golemoj zgradbi koja se konstantno proširivala i povećavala. Uvijek su oko nje bile neke zaposlene dizalice, mješalice betona te brojni radnici bez zaštitne opreme, ali s uplaćenim životnim osiguranjem imovine. Kada su, radi nedavnih mjera, uvedena ograničenja prema kojima u predavaonici obrta za pružanje visokokvalitetnih instrukcija osim predavača ne smije biti više od 138 polaznika, u rekordnom je roku zgrada dobila četiri nova kata. Radove je izvodila planetarno poznata poduzetnička udružica iz prigradskog naselja koju je vodio neki stariji gospodin poznat po posvemašnjoj irritantnosti i nesimpatičnosti, a u gradskim se i prigradskim kuloarima naveliko šuškalo kako vrijeme potrebno za izvedbu njihovih radova teži prema nuli brže od niza recipročnih vrijednosti kubova prirodnih brojeva.

Dok je tražio slobodno parkirno mjesto, tata Medić primijeti gužvu pred ulazom u spomenuto zgradu. Epidemiološki su redari raspoređivali građane, pred samim je ulazom bilo parkirano vozilo hitne pomoći kod čijih je otvorenih stražnjih vrata sjedio vozač, polako uživajući u jutarnjem hladnom napitku i cigaretama. Nakon što je isprazio limenku i ugasio opušak na podu vozila, pomaknuo se kako bi nosači u unutrašnjost brižno tresnuli nosila s teretom koji je iz pozicije, odakle je tata Medić promatrao, izgledao živahno, ali prilično bljedunjava. Odmah zatim u blizini uoči i Kozlića koji je šetkao zabrinuto gladeći bradu. Kćerku, koja je još drijemala, uto probudi zvuk poruke na mobitelu, tabletu i laptopu. Kada je sneno pročitala poruke, samo mu je rekla: „Tata, možemo doma. Današnji instruktor ozlijeden je pa ništa od instrukcija. Ali naplatit će nam kao da smo ih imali, elektronskom će nam poštom poslati snimku predavanja i zadatke za vježbu.“ Okrenula se na stranu i nastavila drijemati.

- Nije pripadao među one koji stalno odmah jure dalje. Volio je da se stvari malo slegnu i poslože, smatrao je kako je bolje kratko razmisliti i hladne glave trezveno krenuti u akciju. Zato je tata Medić, kada su se dovezli nazad doma, otišao napraviti čaj, kavu i ajvar te malo porazgovarati sa stricem Vinkom koji je upravo stigao i nespretno gulio crvenu papriku, svježe pečenu na plavičastom plinskom plamenu. Kratko su prodiskutirali kako odrediti sve nenegativne cijele brojeve a i b za koje vrijedi $(ab - 7)^2 = a^2 + b^2$, zadatak za vježbu iz obrta za pružanje visokokvalitetnih instrukcija. Tata je Medić staloženo zasolio crvenkastu mješavinu i ostavio ju da se hladi te se zatim latio mobitelu i nazvao Kozlića koji se brzo javio. „Nisam te stigao nazvati, počela je ludnica. Dogodio se novi napad pa su ubrzo počeli i pritisci s vrha, iz metropole. Te kako si to možemo

dopustiti, te da treba paziti na sigurnosni razmak, te da će novi izbori kroz 12 godina, te da treba produžiti knjige iz gradske knjižnice.” „I, jesu ih produžio?” upita zabrinuto tata Medić. „Ma jesam, odmah sam išao tamo. A nikad nije raspoloživ onaj novi krimić koji želim pročitati, odmah se naljutim. Bitno da oni besposličari tamo uzimaju po 20 knjiga svaki drugi dan, valjda od toga prave zidove”, žalio se Kozlić koji je tati Mediću sada djelovao znatno napetiji nego inače. Srknuo je kavu i vrhom šape probao ajvar, bio je prilično zadovoljan, a i Vinko je otišao u šetnju. „Ima li sličnosti s ranijim napadima?” upita. „Skoro isto, brzo izveden napad u samoj velikoj zgradici, ali nadzorni sustav po običaju ne radi pa nemamo nikakvih snimki. Taj je dio zgrade bio sasvim prazan, u hodniku kod ureda instruktora nema gužve ni polaznika. Ubodi ovaj put samo u lijevu ruku, podlaktica. Brzo i dosta precizno”, izreferira inspektor. „A tragovi, one črčkarije?” interesirao se tata Medić. „E, to je ovaj put nešto jasnije. Izgleda da napadač nije samo čistio oružje, kao da je želio ostaviti neki trag, nešto napisati. Nažalost, prilično nečitljivo, ali probat ćemo nešto izvući. Inače i dalje tapkamo u mraku. Zadnjih sam par sati proveo u dodatnom istraživanju mogućih poveznica između žrtava, djeluje prilično nevjerojatno da ih netko nasumce odabire. No i to može biti pogrešno rezimiranje, moguće je da imamo posla s proračunatim počiniteljem koji jedan ciljani napad skriva u hrpi drugih, ne znam još.” dovrši razgovor Kozlić.

Ajvar se još morao ohladiti i tata Medić postajao je nekako bijesan. Ne toliko jer će ručak morati sačekati, koliko zato što ga je počeo mučiti slučaj i situacija u kojoj se nalazi njegov prijatelj Kozlić. Ispočetka je bio uvjeren kako će mu moći pomoći, ali sada je to sve djelovalo bezizlazno. Uopće nije imao ideju što savjetovati i predložiti, tragova ni indicija nije bilo te se osjećao pomalo bespomoćno.

Kćer je obitelji Medić sada pratila nastavu u svojoj sobi, dok je mali Medić spremao bilježnice i noteze za sutrašnji polazak u školu gdje je kasnu poslijepodnevnu smjenu odradio uživo datumima djeljivima sa 7. Kiša je prestala, blato je bilo taman do koljena te je tata Medić odlučio krenuti u šetnju, obuvši najprije tople gumene čizme s dodatnim prostorom za kandže. Kao što je i očekivao, brzo je sreo Vinka koji se kočoperio na svom mjestu na obližnjem trgiću. Odlučio je s njim podijeliti trenutnu situaciju, nadao se da će mu biti lakše iskoristi li brata kao ispovjednika, koji ga ionako uglavnom niti ne sluša. No, ovaj je put Vinko strpljivo i smirenno slušao, pokazujući kako uz svoju izraženu malicioznu crtu posjeduje i enigmatsku sposobnost razlučivanja. „U ovo toksično vrijeme mnogi znaju poludjeti i početi s devijantnim ponašanjem, to me uopće ne iznenađuje. Sklon sam pretpostaviti da se radi o jednom napadaču, dobro organiziranom i u

sjajnoj fizičkoj kondiciji. Da je barem sve otvoreno kao nekada, da nismo u ovoj nesretnoj situaciji, moglo bi se potražiti gdje se pripremao za takve akcije. Ili bi se barem moglo izbaciti uho i pokupiti neku usputnu priču koja bi mogla s tim imati veze. Možda se može i ovako, ali sada je protok unutarnjih informacija mnogo sporiji. Zna li se nešto o trećoj žrtvi?” upitao je tatu Medića. „Ništa puno, koliko sam uspio saznati, radi se o introvertnom instruktoru, jednom iz serije onih dobrih studenata koji su upali u ralje biznisa. Doduše, do kraja studija ostalo mu je ispita jednako koliko je tročlanih podskupova $S = \{a, b, c\}$

Zadatak 95. skupa $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$ takvih da je abc djeljivo sa 4, ali pitanje je ima li vremena to polagati dok plovi poduzetničkim vodama. Video-snimke nekih njegovih boljih instrukcija dostupne su i na društvenim mrežama kao kvalitetna reklama”, uz uzdah je ispriovijedio tata Medić. „Mogao bih se možda malo o detaljima raspitati i kod Gnjidaršića, uvijek je bio izvor raznoraznih podataka. Istina, tek nedavno pušten je iz pritvora gdje je bio jer je povremeno otvarao gostionu za nestalne goste, ali vratit će se on nikad jači”, predlagao je stric Vinko. „Je, s ’iljadu momaka”, promrmljao je tata Medić sumnjičavo, ali brat ga je sad već prestao slušati.

Dok je idućeg jutra tata Medić u svom vrtu iza kuće okopavao gomolje i veće puževe preko ograda prebacivao u susjedne vrtove, stigao mu je poziv da se tijekom dana mora javiti na posao radi rutinske kontrole. Bilo je važno provjeriti da nije napuštao boravište i da mu odijelo i dalje dobro pristaje. Nakon što je pristavio čorbu, odlučio je da će do ureda otići poslijepodne, tako će moći usput odvesti i malog Medića u školu jer je opet najavljen štrajk djelatnika javnog prijevoza u čitavoj regiji. Mama Medić imala je slobodan dan te se zabavljala izradom drvenih stalaka za kruške i novine, prije čega je kćerku odvezla na instrukcije. Umjesto ozlijedenog instruktora, koji se još nije sasvim povratio iz šoka, već je bio angažiran novi, jedan od standardnih s klupe za zamjene, jer nastava se mora nastaviti i profit uvećati, bez obzira na sva ometanja.

Dan je bio ugodno svjež i sunce je sramežljivo provirivalo iza sivkastih oblaka. Kozlić se tati Mediću zasad nije javljaо, no tata je Medić ovaj put to bio sklon protumačiti kao dobar znak. Smatrao je kako se zasigurno nije dogodio nikakav novi napad, a inspektor se udubio u neki novi trag koji neumorno slijedi. Bude li potrebno, spremno će uskočiti i pružiti svu moguću potporu, a i Vinko bi se mogao tijekom dana javiti s potencijalno zanimljivim informacijama od strane Gnjidaršića. Obukao je ljetno odijelo tetraedarskog uzorka, sa službenim grbom firme otisnutim preko čitavih leđa, te malo odrijemao na trosjedu, uspavan zvucima blagog blanjanja. Nakon nekoliko sati, kada je bilo vrijeme za kretanje, mali ga je Medić nježno probudio udaranjem metalnim loncima, pritom se veselo

smijući dubokim naborima nastalim na tatinom licu i odijelu od hrpice jastučića na kojima je odrijemao. Tata Medić provjerio je pozive, elektronsku poštu, društvene mreže, poštanski sandučić, izvikao se na dosadnog susjeda pa su zatim krenuli. Danas su ceste bile mirne i pustе, brzo su stigli do škole gdje je mali Medić iskočio iz automobila u pokretu kako se ne bi stvarala nepotrebna gužva, sve po nalogu dugogodišnjeg ravnatelja, osposobljenog za nepogrešivo snalaženje u svakoj kriznoj situaciji. Kako bi mogao upaliti kameru u uredu, morao je dokazati da za pozitivne realne brojeve x, y, z , takve da je $xyz \leq 1$, vrijedi

$$\frac{x}{z} + \frac{y}{x} + \frac{x}{z} + \frac{z}{y} \geq x + y + z.$$

Zadatak 96.

Nakon što se sjetio da je među monterima sigurnosnih sustava u zadnje vrijeme popularno koristiti nejednakosti među sredinama, upalio je kameru, projektor i kućno kino te obavio rutinski boravak na poslu. Polako su se iz istog razloga počeli puniti i drugi uredi kada mu je zazvonio mobilni telefon. Zaslon je pokazivao sliku policijske značke, a oba kruga koja su titrala na zaslonu bila su zelene boje i na njima je pisalo *Odgovori*. „Možeš li doći u Školu udruženih Burbakista?” odmah ga je upitao Kozlić. Tata Medić pretrnuo je i kratko izustio: „Mogu, maloprije sam tamo prolazio, zašto?” „Napadnut je domar škole, dodi kad budeš mogao”, kratko je rekao inspektor. Tata Medić osjetio je silno olakšanje jer je sada mogao biti siguran da je s malim Medićem sve u redu te je osjetio i specifičan polet. Brzo se dovezao do škole na čijem je ulazu video Kozlića kako daje naloge nekolicini pomoćnika. „Odlučili smo se mobilizirati, ne želimo da nam nešto promakne!” doviknuo je Kozlić tati Mediću čim ga je primijetio, pokazujući usput rukom na svoje pomoćnike kao kada general pokazuje na svoje trupe ili knjižničar na prašnjave knjige. Tata Medić poznavao ga je dovoljno dobro da odmah pretpostavi kako se radi o donekle izreziranoj predstavi za novinare koji su se okupljali u sve većem broju, serijski su napadi svakako počeli imati magnetni učinak na njih. Kozliću je teatralnost inače bila sasvim strana, čak je od nje donekle i zazirao. Dok su neki njegovi kolege nastojali u svakoj situaciji izvesti što veću predstavu ne bi li tako povećali svoj kreditibilitet, Kozlić je uvijek vjerovao isključivo u rad i rezultate, a pokazivanje pred kamerama i ispaljivanje parola prepuštao je drugima.

Tata Medić bio je siguran kako je Kozlić na tu izvedbu natjeran od nekih svojih šefova iako nije mnogo znao o hijerarhiji u tom poslu. No, zato je znao i da Kozlića nije moguće tek tako natjerati na nešto, za to bi morao biti u posebnom raspoloženju. Iz tog je razloga bio uvjeren da se kod ovog napada pojavit neki novi trag koji mu omogućuje vidjeti svjetlo na kraju tunela te da obojica nestrpljivo čekaju raspraviti o tome.

Prema strogom policijskom pravilniku uslijedila je obavezna užina, zatim krači odmor te vrijeme za topli napitak i kolač. Novinari su se dotad već razišli i krenuli pisati vijesti o novim verzijama popuštanja postroženih strogih mjera.

Nakon što je dovršio sendvič s medom i ajvarom kojim je sasvim primjetno umazao odijelo, tata Medić približio se ulazu u školu i javio se inspektoru. „Dođi, idemo unutra, samo navuci masku, stavi rukavice, kapu i čizme.” tajnovito mu je prošaptao inspektor, očito se želeći maknuti iz vidokruga mogućih znatiželjnika. Kada su krenuli prema trećem hodniku s lijeve strane nakon drugog prolaza nadesno, odmah poslije lijevog skretanja, tata Medić zapitao se hoće li znati sam naći izlaz i kako se Kozlić tako dobro snalazi u toj zgradbi. Blizu ostave za lopte, krede, stare novine i jogurt nalazio se dominama ogradien prostor na kojem se očito odigrao napad. „Ovdje je to bilo”, potvrdi inspektor njegove sumnje te nastavi: „Gotovo isto kao i u prethodnim napadima. Ubodi u obje šake, pomalo i prema zglobovima, domar je taman iz ostave vadio krede kad je napadnut s leđa. Ali pogledaj ovamo!” Pokazao mu je prema nekoj zgužvanoj hrpici na podu polumračne ostave. „Ne vidim najbolje, a ne bih htio ništa dirati”, rekao je tata Medić naprežući oči. „Najprije ni mi nismo uočili, ali na ovim starim novinama ostavljeni su tragovi. Malo ću posvijetliti...” kopao je Kozlić po džepovima tražeći baterijsku svjetiljknu. Na kraju je iz umutarnjeg džepa sakao izvukao baklju te ju zapalio i prinio ostavi. „Pročitaj prije nego sve planel!” zadovoljno je rekao tati Mediću koji je, izmičući se vrhu baklje, nastojao što bolje vidjeti zgužvanu hrpicu. Tamo su se, preko nekoliko starih novina, ponosno kočoperili narančasto-crveni znakovi, stapačući se u donekle besmislenu cjelinu. Nakon što je Kozlić ugasio baklju u obližnjem toaletu, tata Medić upitno prošuška: „Zecoubojica?”, na što Kozlić kimnu glavom i bradom. „Ali nijedan napad nije bio na zečeve? Zar se radi o poludjelom lovcu? Pa sad je sezona pataka. Ne kužim.” pokušavao je pogoditi inspektorove misli. „Ovo je puno znakovitije, vjerojatno od velike važnosti za izradu profila napadača.” počeo je tumačiti u maniri vrsnog psihologa kakvim ga je tata Medić i pamtio od mlađih dana. „Taj si je đaklu odlučio dati nadimak, sada želi ostaviti jasnu poruku. Smatra se umjetnikom, producentom, sucem, porotom i izvršiteljem. Želi da znamo o kome se radi, a sam naziv možda jedino njemu nešto znači. Sada sam sigurniji da žrtve bira sasvim ciljano, možda iz nekog ludog razloga u njima vidi neprijatelje. Svakakve manje građani razvijaju u ovo nenormalno doba, teže je negoli ikada pogoditi o čemu se radi. No, ako je već toliko uvrnut u svojoj želji da se istakne, morao bi nam vrlo skoro zapeti za oko. Nadajmo se kako će mu ovaj napad biti i posljednji. Od forenzičkih rezultata izgleda neće biti ništa.

Domar je inače u priličnom šoku, tvrdi da je napadnut mrkvom.” „Kakvom mrkvom?!” iznenadio se tata Medić. „Zašiljenom.” odgovori Kozlić.

Tata Medić osjetio je kako mu trnci prolaze čitavim tijelom. Pozdravio se s Kozlićem koji je odjurio nastaviti istragu te pred ulazom u školu pričekao malog Medića. Nastava je brzo bila gotova, kao i uvijek kada bi imali predavanja uživo iz algoritama koji rade u polinomijalnom vremenu, za razliku od nastave na kojoj su proučavali algoritme koji rade u eksponencijalnom vremenu i koja se znala rastegnuti u nedogled. Putem doma upitao je malog Medića zna li nešto o domaru. „Pa, niš’ posebno. Čim ga nešto trebaju, on odmah dojuri, popravi što može, inače zove neke majstore. Mislim da voli čitati, često nosi ispod ruke neke novine i papire, ponekad i sam nešto piskara po njima.” Tata Medić nije puno više niti očekivao. Imao je snažan utisak kako je za rješenje ovog slučaja fundamentalno pronaći vezu među žrtavama, ali nikakvu poveznicu među njima zasad nije bio vidio. Najviše od svega kopkala ga je razlika u izvedenim napadima, nije si mogao pojasniti iz kojeg bi razloga napadač neke žrtve bocnuo u obje ruke, a neke samo u jednu. Isključio je mogućnost da je napadač želio biti još brži. Motalo mu se po glavi da takav postupak ili ima dublji razlog u koji nije uspijevao proniknuti ili se možda radi o više napadača, ali tu je teoriju Kozlić još ranije odbacio.

Počelo ga je smetati i što se iznova u napadima pojavljivala neka veza s njim samim. Bio je svjestan da je ta veza prilično slaba, ali draže bi mu bilo da je nema. Te se večeri počeo osjećati nekako težak i nestrpljiv pa se odlučio zabaviti čitanjem, trebalo mu je nešto da se zaokupi. Dohvatio je jednu od velikih nenarodnih kuharica koju je još u osnovnoj školi osvojio na natjecanju iz neeksperimentalne fizike i ubrzo se u kuhinji počeo zabavljati pripremom kimčija. U kući je bilo mirno, mama je Medić također odmarala gledajući reality-show *Ljubav na epidemiologiji*, koji zbog eksplicitnih scena cijepanja nije bio preporučljiv antivakserima i tripanofobima. Djeca su, čekajući obilniju večeru, uživo pratila snimku presnimljene nove nastave iz izvannastavnih aktivnosti, usput pišući poslijepodnevne zadaće iz ponavljanja prijepodnevnog gradiva.

Zazvonio je mobitel tate Medića i na zaslonu je pisalo kako zove stric Vinko. Tata je Medić odlučio da se tog dana više neće nikome javljati, trenutno ga je više privlačilo pripremiti kvalitetnu večeru te se kasnije izvaliti na kauč i pokušati dokazati da u četverokutu čije su duljine stranica prirodni brojevi takvi da duljina svake stranice dijeli sumu duljina preostalih triju stranica, barem dvije stranice moraju biti jednakе duljine. Pokušavao je, ali stalno je negdje zapinjao. Ispunio je svojim pokušajima već dvije bilježnice i jedan svezak kolaž papira, a onda odlučio ipak nazvati Vinka. Ni Vinko se nije najbolje snalazio u tom

Zadatak 97.

problemu, ali mu je predložio da pokuša najprije dobiti relaciju za četverokut sličnu nejednakosti trokuta.

Dok je idućeg jutra pokušavao pomoću dvaju ravnala i trokuta lijepo nacrtati skicu zadatka kojim se prethodnog dana zabavljao, opet ga je nazvao stric Vinko. Nakon desetak se propuštenih poziva tata Medić ipak odlučio javiti. „Slušaj, jučer kad smo razgovarali sasvim sam ti zaboravio reći,” tumačio je Vinko, „javio mi se Gnjidaršić. Puno sam ga puta zvao, išao sam ga potražiti u gostonici, pa sam mu slao brzojav, onda sam ga preko nekih poznanika tražio u zatvoru, onda sam bio kod postolara jer su mi se izlizali potplati na onim smedim cipelama koje su mi baš super za ovo doba godine. Znaš one, malo dublje i s resama na unutarnjem dijelu, ma sjećaš se?” „Sjećam se, naravno...” otpovrnu tata Medić držeći mobitel priklješten između ramena i brade, crtajući i dalje. „Uglavnom, popravak bi mogao potrajati, ali napravit će mi i dodatni prošiv, mislim da je to dobro utrošen novac”, pojasnio je Vinko, a zatim se s njegove strane čulo samo mljacksonje. „Vinko, ajde, pusti sad taj sendvič dok razgovaramo, u ozbilnjom sam poslu”, zamolio ga je tata Medić koji je, upravo iziritiran mljacksonjem, povukao nepravilnu liniju. „Ne bi dao čovjeku ni da jede, ni medvjedu.” frknul stric Vinko. „Nego, Gnjidaršić me nazvao kasnije, video je da sam ga tražio. U bolnici je pa sam mislio da ga posjetim danas. Odnio bih mu malo meda i koji grejp, naravno, ako imaš i ako me možeš odbaciti”, zamolio je. „Ok, možemo poslijepodne, pokupit ću te”, kratko je tata Medić završio razgovor.

Odjel na kojem se Gnjidaršić nalazio bio je smješten u golemoj zgradbi boje krvi, s nebrojenim napuklinama na fasadi načičkanoj gomilom širom otvorenih prozora. Posjete nisu bile dopuštene već toliko dugo da se tog pravila više nitko nije niti pridržavao pa su se tata Medić i stric Vinko sporo probijali kroz rijeku posjetitelja, gurajući se s njihovim kolicima i košarama za namirnice. Bolničke hodnike ispunjavao je miris sušene ribe, svježih agruma, kave i čokolade namijenjenih osoblju, unoseći domaću atmosferu u donekle turobno mjesto. Potrajalo je dok su pronašli malu sobicu u kojoj je Gnjidaršić ležao na krevetu gledajući dosadni televizijski program. Koliko su mogli primjetiti odmah s vrata, iako im je za oči i uši prilično smetao snažan propuh, lijeva ruka i desna noge bili su mu temeljito zamotani. „Oprostite što ne ustajem, uđite u moje carstvo!” dobacio im je nastojeći djelovati u dobrom raspoloženju. „Samo ti uživaj na svom prijestolju, došli smo te malo obići”, dometnu Vinko. „Nego, što ti se dogodilo?” upita. „Službeno, ozljeda prilikom renoviranja gostonice. Možda izvučem i neku kintu od osiguranja, ako ne shvate kako nisam uplatio ni jednu ratu u zadnje četiri godine”, pomalo se smješkao gostoničar. „A neslužbeno?” upita tata Medić odlazući teglicu s medom i agrume na udaljenosti na kojoj

ih Gnjidaršić neće moći dohvati. „Nemojte nikome reći, ali napadnut sam”, povjerio im se ispod glasa, a tati je Mediću gotovo iz šape ispao grejp koji si je odlučio oguliti. „Kada, kako?” upita brzo. „Prije dvije sam noći pustio jedno društvo u gostioniku, iza zastora da se ne vidi van. Malo su htjeli pobjeći od doma i počastiti se. Kad sam vidio da se netko šulja ispred ulaza gostionice, brzo sam im naplatio, potjerao ih i zatvorio vrata. Taman sam počeo nekom fasadnom bojom koju sam imao pisati na ulazu da ne radim, kad je netko dojurio i ubo me u ruku. Zateturao sam, pao preko kante boje i slomio nogu, otvoren prijelom”, jadao se gostioničar. „Zašto to nisi prijavio?” upita tata Medić, dok si je Vinko uzimao med iz teglice. „Ma kako ču, pa tek sam izašao iz zatvora, odmah bi me strpali nazad, još ovakvog izlomljenog”, pojasni im. „Treba li ti što? Nešto za čitati ili pisati?” upita ga Vinko, više iz kurtoazije, brišući med koji mu je kapnuo na odjeću. „S ovakvom rukom pisati ne mogu, a sve je drugo ok. Najgore mi je što ne mogu napisati rješenja nagradnih zadataka za idući broj onog poznatog stručnog časopisa. Nedavno sam se skroz navukao na to, u zatvoru sam po cijele dane razmišljao o rješenjima i sad kad baš imaju dobre nagrade, ne mogu ništa piskarati”, žalio se Gnjidaršić. Namrgodjena je medicinska sestra prošla ispred sobe izvikujući kako joj trebaju mir i tišina za poslijepodnevni spavanac te neka svi posjetitelji napuste odjel, a ako mogu, neka sa sobom povedu i pacijente. Tata Medić i stric Vinko krenuli su prema izlazu, dok je Gnjidaršić nastavio s tihim žaljenjem: „Eto, imao sam par dobrih ideja, a sad će sve onaj Zec ubiti svojim rješenjima.” Tata se Medić, koji je upravo izlazio prema hodniku, najednom zaustavio kao skamenjen. Oči su mu se raširile poput sovinih, a uši izduljile poput risovih. Posve je nečujno otklizao korak nazad u sobu, okrenuo se prema Gnjidaršiću i upitao ga: „Kako si rekao?”

Nije vjerovao da Kozlić može voziti tako brzo i imati tako predatorski pogled. Za upravljačem neslužbenog Yuga vozio je protiv svih pravila i sigurnosnih propisa, dok se na mjestu suvozača tata Medić grčevito pridržavao. Stric je Vinko na stražnjem sjedalu pokušavao nekom spužvicom očistiti medenu mrlju s odjeće. „Pa tko još danas ne stavlja na internet popis rješavača zadataka?! Tko to ne objavljuje javno, jel’ i to posljedica branjenja slobode i zaštite podataka?!” grmio je inspektor. „Provjerio sam maloprije, to je bio jedan od uvjeta za dobivanje finansijske potpore na zadnjem natječaju. Zato posljednji brojevi idu isključivo kao rukom tiskana izdanja. Dobro je što u školskoj knjižnici imaju sve primjerke”, pojašnjavao je tata Medić. „Ma to sve ide kvragu”, mrmljao je stric Vinko. „Slažem se! Nije za vjerovati kakve se izopačene situacije pojavljuju u ovo moderno doba!” bjesnio je inspektor, ali kao da se lagano umirivao. „Mislio sam na ovu glupu spužvicu koja mi je samo razmazala mrlju, morat ću dati kaput

na kemijsko čišćenje, bah”, odvrati Vinko. „Neka si sredi da i u zatvoru prima taj časopis, šteta da izgube čitatelja”, ciničan je sada bio inspektor, pritišćući papućicu gasa u nastojanju da čim prije stigne do adrese na kojoj je bio prijavljen Petar Zec.

„Sam si rekao, razvio je svoju maniju i drugi rješavači postali su mu zakleti neprijatelji. Pregledao sam zadnjih nekoliko brojeva, u njegovim rješenjima koja su objavili vidi se kako postaje sve ljući i luđi. On ne vuče okomicu već ubija pravac, ne poništava izraz već ubija njegove članove, ne pravi skupovnu razliku već ubija elemente skupa. A sad, kad se kao nagrada za najuspješnijeg rješavatelja nudi doživotna pretplata, očito je kulminiralo i u njemu se prelomilo”, pojašnjavao je tata Medić. „Pa je odlučio neutralizirati konkurenciju, kratak postupak ciljane eliminacije. Fiksirao se na priznanje koje mora dobiti pod svaku cijenu, teži slučaj”, rezimirao je inspektor dok si je tata Medić na mobitelu puštao neki video dostupan na internetu. „Sad mi je napokon jasno, na ovom promotivnom videu obrta za pružanje visokokvalitetnih instrukcija vidi se da je onaj mladi instruktor ljevak, isto kao i Gnjidarišić. Tako je napadač znao u koju ruku ubosti”, zaključio je tata Medić zadovoljno. „Naravno, video je kojom rukom Gnjidarišić piše natpis na vratima”, dodao je stric Vinko sa stražnjeg sjedišta. „Ženu je iz računovodstva pilane sigurno prije napada promatrao kroz prozor kako ispisuje čekove, pa je znao da je dešnjakinja. U slučaju umirovljenika i domara nije želio ništa riskirati pa ih je ubio u obje ruke. I sad misli da je nagrada samo njegova, a ja će mu omogućiti i dodatnu slavu”, kesio se Kozlić.

Parkirao je u blizini kuće Petra Zeca. Malo je potrajalo dok je našao slobodno mjesto, a zatim je odjurio do parkirnog automata platiti parking. Kako nije imao dovoljno na računu službenog mobitela, sva trojica su morali skupiti dovoljno kovanica za jedan sat parkinga. Zatim je ujurio u kuću osumnjičenog, nečujno provalivši ulazna vrata. Dok je jurio kratkim hodnikom, tata Medić slijedio ga je na sigurnoj udaljenosti. Inspektor je prvo uletio u sobicu s desne strane hodnika, koja je bila prazna, zatim u prvu sobicu s lijeve strane, koja je također bila prazna, a zatim u drugu sobicu s lijeve strane, u kojoj je netko zamišljeno sjedio za radnim stolom. Nad stolom je bljesnuo komad metala i mali je šestar velikom brzinom poletio prema Kozliću. Spreman na takav otpor, Kozlić se munjevito sagnuo te u hipu skočio na sitnu opasnu površinu. Petar Zec bio je brzo savladan i Kozlić ga je vezanog izvodio, razmišljajući kako da iskoristi ostatak plaćenog parkinga.

Tata se Medić malo igrao sa šestarom zabodenim u dovratak, koji ga je podsjećao na jednu epizodu sa sjekiricom, ali to je već neka druga priča. U kutu se prostorije, naslonjen na zid, odmarao dugački drveni štap od metala,

izrađen u obliku mrkve i prebojan narančastom bojom, pri čijem se oštrom vrhu nalazilo i nekoliko crvenih točkica. Mimošavši se u uskom hodniku s Kozlićem i osumnjičenikom, stric Vinko ušetao je u drugu sobu s lijeve strane hodnika, držeći ruke u džepovima. Kratko je pogledao papire raširene na radnom stolu za kojim je do maloprije sjedio Petar Zec te pomislio: „I ti misliš objavljivat' rješenja, a napravio si grešku u dokazu da je u pravokutnom trokutu simetrala vrha pravog kuta ujedno i simetrala kuta koji čine težišnica i visina iz vrha pravog kuta.”

Zadatak 98.



Slika 12.2: Zecoubojica

13

Rješenja zadataka

Zadatak 1. Odredite sva rješenja jednadžbe $40x + 60y = 500$, gdje su x i y prirodni brojevi.

Rješenje: Jednadžbu $40x + 60y = 500$ promatramo kao diofantsku jednadžbu i nakon skraćivanja dobivamo oblik $2x + 3y = 25$, uz uvjet $x > 0, y > 0$. Izrazimo nepoznanicu uz koju se nalazi manji koeficijent: $x = \frac{25-3y}{2} = 12 - y + \frac{1-y}{2}$. Tražimo cjelobrojna rješenja te jednadžbe, pa će x biti cjelobrojan ako i samo ako je izraz $\frac{1-y}{2}$ cjelobrojan. Označimo $\frac{1-y}{2} = t$, gdje je $t \in \mathbb{Z}$. Transformiranjem dobivamo diofantsku jednadžbu $2t + y = 1$ čiji su koeficijenti po absolutnim vrijednostima manji od koeficijenata početne. Uvrstimo sad $y = 1 - 2t$ u izraz za x te dobivamo $x = 12 - (1 - 2t) + t = 11 + 3t$. Rješenja su jednadžbe parovi (x, y) gdje je $x = 11 + 3t$, $y = 1 - 2t$. Iz uvjeta $x > 0, y > 0$ dobivamo da je $\frac{-11}{3} < t < \frac{1}{2}$, tj. $t = -3, -2, -1, 0$. Traženi parovi (x, y) jesu $(2, 7), (5, 5), (8, 3), (11, 1)$.

Zadatak 2. Odredite sve prirodne brojeve n za koje je $43^n + 6^n$ potpun kvadrat.

Rješenje: Jedno je rješenje $n = 1$. Pretpostavimo sada da je $n > 1$. Tada je $6^n = (2 \cdot 3)^n$ djeljivo sa 4 pa je $43^n + 6^n \equiv 43^n \equiv (-1)^n \pmod{4}$. Kako potpuni kvadrati daju ostatke 0 ili 1 pri dijeljenju s 4, znači da n mora biti paran broj. Stoga postoji prirodan broj m takav da je $n = 2m$ te je dovoljno naći sve prirodne brojeve m takve da je $43^{2m} + 6^{2m}$ potpun kvadrat. Dokažimo da se vrijednost posljednjeg izraza uvijek nalazi između kvadrata dvaju uzastopnih prirodnih brojeva te stoga ne može biti potpun kvadrat.

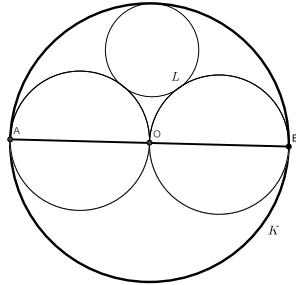
Dakle, dokazat ćemo da je

$$(43^m)^2 < 43^{2m} + 6^{2m} < (43^m + 1)^2$$

Očito je $(43^m)^2 < 43^{2m} + 6^{2m}$. S druge strane, $43^{2m} + 6^{2m} < (43^m + 1)^2$ jest ekvivalentno s $2 \cdot 43^m + 1 > 6^{2m}$. Posljednja nejednakost vrijedi za svaki prirodan

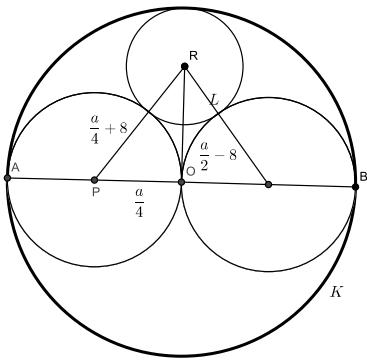
m jer je $2 \cdot 43^m + 1 > 43^m > 36^m = 6^{2m}$. Dakle, jedini prirodan broj n za koji je $43^n + 6^n$ potpun kvadrat jest broj 1.

Zadatak 3. Neka je \overline{AB} promjer kruga K . Dvije kružnice upisane su u krug K s promjerima \overline{AO} i \overline{BO} . Između tih dviju kružnica, upisan je krug L koji dira sve tri kružnice. Ako polumjer kruga L iznosi 8, koliko iznosi \overline{AB} ?



Slika 13.1: Zadatak 3.

Rješenje: Označimo $|AB| = a$. Krug L ima polumjer 8. Spojimo središta dviju većih kružnica i kruga L kao na slici 13.2. Polumjer tih kružnica iznosi $\frac{a}{4}$. Uočimo pravokutan trokut POR . Duljine njegovih stranica iznose $\frac{a}{4}$, $\frac{a}{4} + 8$ i $\frac{a}{2} - 8$. Primjenom Pitagorinog poučka dobivamo $a = 48$, tj. promjer \overline{AB} jest duljine 48.



Slika 13.2: Zadatak 3. - rješenje

Zadatak 4. Dokažite da je $\log_{b+c} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$ ako su a i b duljine kateta, a c duljina hipotenuze pravokutnog trokuta.

Rješenje: U pravokutnom trokutu vrijedi $c^2 = a^2 + b^2$, odnosno $a^2 = c^2 - b^2 = (c - b)(c + b)$. Logaritmiranjem tog izraza po bazi a dobiva se

$$2 = \log_a(c - b) + \log_a(c + b) = \frac{1}{\log_{c-b} a} + \frac{1}{\log_{c+b} a}.$$

Polazna jednakost sada direktno slijedi množenjem s $\log_{c-b} a \cdot \log_{c+b} a$.

Zadatak 5. Radnik u zoološkom vrtu želi ograditi pravokutni prostor za novi vrt u žirafinom kavezu. Kupio je 80 m žičane ograde kojom će vrt ograditi s triju strana, a kao četvrta strana poslužit će mu ograda kaveza. Koliku najveću površinu može ograditi?

Rješenje: Neka su a i b duljine stranica pravokutnika koji predstavlja pravokutni vrt. S obzirom da će vrt biti ograđen s triju strana s 80 m žice, imamo $a+b+a = 80$ m. Izrazimo b kao $b = 80 - 2a$. Površina pravokutnika iznosi $a \cdot b$, tj. $a \cdot (80 - 2a)$. To možemo zapisati kao funkciju površine s argumentom a : $P(a) = 80a - 2a^2$. Dobili smo kvadratnu funkciju. S obzirom da je koeficijent vodećeg člana negativan, graf te funkcije, parabola, ima otvor okrenut prema dolje. Maksimum se postiže u tjemenu, tj. u točki $(20, 800)$. Dakle, s danom žicom možemo ograditi 800 m^2 .

Zadatak 6. Koliko se znamenki nalazi iza decimalne točke u broju $\frac{1}{1024000}$?

Rješenje: Zapišimo $\frac{1}{1024000}$ u obliku $\frac{1}{1024} \cdot 10^{-6} = \frac{1000}{1024} \cdot 10^{-6} = 0.9765625 \cdot 10^{-6}$. Iza decimalne točke nalazi se $7 + 6 = 13$ znamenki.

Zadatak 7. Funkcija $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ zadovoljava uvjete $f(4) = 6$ i $xf(x) = (x - 3)f(x + 1)$. Koliko iznosi $\frac{2020!}{f(4)f(7)f(10)\cdots f(2017)f(2020)}$?

Rješenje: Zapišimo $f(x + 1)$ kao $f(x + 1) = \frac{x}{x-3}f(x)$. Raspisimo sada

$$\begin{aligned} f(2020) &= \frac{2019}{2016} \cdot f(2019) \\ &= \frac{2019}{2016} \cdot \frac{2018}{2015} \cdot f(2018) \\ &= \frac{2019}{2016} \cdot \frac{2018}{2015} \cdot \frac{2017}{2014} \cdot f(2017) \\ &= \frac{2019}{2016} \cdot \frac{2018}{2015} \cdot \frac{2017}{2014} \cdot \frac{2016}{2013} \cdot f(2016) \\ &\quad \vdots \\ &= \frac{2019}{2016} \cdot \frac{2018}{2015} \cdot \frac{2017}{2014} \cdot \frac{2016}{2013} \cdots \frac{7}{4} \frac{6}{3} \frac{5}{2} \frac{4}{1} \cdot f(4) \\ &= 2019 \cdot 2018 \cdot 2017. \end{aligned}$$

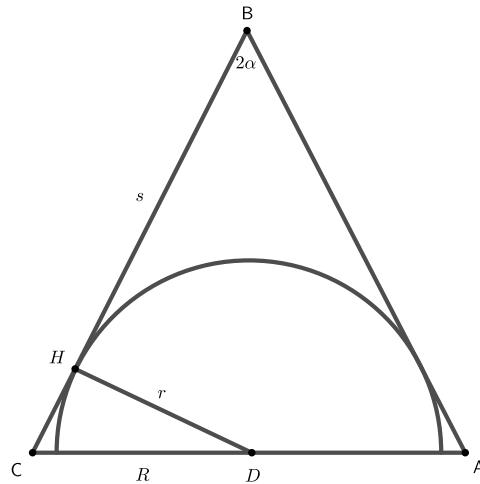
Analogno dobivamo $f(2017) = 2016 \cdot 2015 \cdot 2014$, itd. Tako je

$$f(4)f(7)f(10)\cdots f(2017)f(2020) = 2019!.$$

Sada $\frac{2020!}{f(4)f(7)f(10)\cdots f(2017)f(2020)}$ iznosi $\frac{2020 \cdot 2019!}{2019!} = 2020$.

Zadatak 8. Uspravnom stošcu upisana je polukugla čija osnovica leži na osnovici stošca. Koliki je kut pri vrhu osnog presjeka stošca ako je omjer oplošja stošca i polukugle 18 : 5?

Rješenje: Označimo s R polumjer stošca, sa s izvodnicu stošca i s r polumjer polukugle. Iz danog uvjeta za oplošje slijedi $\frac{R\pi(R+s)}{2r^2\pi} = \frac{18}{5}$. Prikažimo osni presjek stošca i upisane polukugle kao trokut kojem je upisan polukrug kao na slici. Kut koji tražimo označimo s 2α .



Slika 13.3: Zadatak 8.

S obzirom da trokut dodiruje polukrug u jednoj točki, to znači da je stranica trokuta s tangenta na polukrug polumjera r . Primijetimo da je kut DBH jednak α . Trokut DBH sličan je trokutu CBD prema K-K poučku o sličnosti trokuta, pa slijedi $R = s \sin \alpha$ i $r = R \cos \alpha$. Uvrštavanjem R u r dobivamo $r = s \sin \alpha \cdot \cos \alpha$. Uvrstimo li taj izraz u izraz za omjer oplošja dobivamo

$$\frac{s\pi \sin \alpha(s \sin \alpha + s)}{2s^2\pi \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{18}{5},$$

odnosno

$$\frac{1 + \sin \alpha}{2 \sin \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{18}{5}.$$

Uvrstimo li u prethodnu jednakost $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = (1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)$, nakon kraćenja slijedi

$$\frac{1}{2 \sin \alpha (1 - \sin \alpha)} = \frac{18}{5}.$$

Dobivamo jednadžbu $36 \sin^2 \alpha - 36 \sin \alpha + 5 = 0$, čija su rješenja $\sin \alpha = \frac{5}{6}$ i $\sin \alpha = \frac{1}{6}$. Traženi kut pri vrhu osnog presjeka stošca iznosi $19^\circ 11' 17.29''$.

Zadatak 9. Četiri broja čine rastući aritmetički niz. Prva dva i četvrti čine geometrijski niz. Odredite sve članove aritmetičkog niza ako se zna da je njegova razlika jednaka kvocijentu geometrijskog niza.

Rješenje: Neka je prvi član aritmetičkog niza jednak a , a njegova razlika d . Tada je, zbog uvjeta zadatka, kvocijent geometrijskog niza također jednak d , dok su njegovi članovi a , $a + d$ i $a + 3d$. Dobivamo sljedeće jednakosti

$$\begin{aligned} a + d &= ad \\ a + 3d &= (a + d)d. \end{aligned}$$

Lijeva je strana druge jednakosti jednaka $a + 3d = (a + d) + 2d = ad + 2d$, pa je druga jednakost ekvivalentna $ad + 2d = ad + d^2$, odakle slijedi $d^2 = 2d$ što daje $d(d - 2) = 0$.

Prema uvjetu je zadatka $d > 0$, pa iz posljednje jednakosti imamo $d = 2$. Sada iz jednakosti $a + d = ad$ jednostavno slijedi da je $a = 2$. Dakle, članovi su aritmetičkog niza 2, 4, 6 i 8.

Zadatak 10. Postoji samo jedan četveroznamenkasti broj koji je potpuni kvadrat, a sastavljen je od dvaju različitih dvoznamenkastih potpunih kvadrata. Koji je to broj?

Rješenje: Ispišimo sve dvoznamenkaste kvadrate prirodnih brojeva: 16, 25, 36, 64, 81. Najveći četveroznamenkasti broj sastavljen od dvaju potpunih kvadrata prirodnih brojeva jest 8164, a najmanji je takav 1625, dakle traženi četveroznamenkasti broj nalazi se između 1625 i 8164. Primijetimo da je $\sqrt{1625} \approx 40.31$, $\sqrt{8164} \approx 90.35$. Dakle, broj koji trebamo kvadrirati da bismo dobili četveroznamenkasti potpuni kvadrat sastavljen je od dvaju dvoznamenkastih potpunih kvadrata te se nalazi između 40 i 90. Krenimo sad redom: $40 \cdot 40 = 1600$ – taj broj ne zadovoljava dani uvjet, zatim $41 \cdot 41 = 1681$ – zadovoljava dani uvjet. Zadatak kaže da postoji samo jedan takav, pa je to naše rješenje.

Zadatak 11. Odredite znamenku jedinice zbroja $13^{25} + 4^{81} + 5^{411}$.

Rješenje: Pogledajmo redom potencije broja 13: $13^1 = 13$, $13^2 = 169$, $13^3 = 2197$, $13^4 = 28\,561$, $13^5 = 371\,293$, $13^6 = 4\,826\,809$. Uočimo da se zadnja znamenka ciklički ponavlja, a ciklus je duljine 4. To znači da eksponent 25 možemo

podijeliti s 4 i na osnovu ostatka zaključiti koju će znamenku jedinice imati potencija 13^{25} . Dakle, $25 = 4 \cdot 6 + 1$, što znači da 13^{25} ima istu znamenku jedinice kao i 13^1 . Isto razmatranje provedimo i za potencije broja 4 i 5. Znamenke se jedinice kod potencija brojeva 4 također ciklički ponavljaju s ciklusom duljine 2. Dakle, 4^{81} ima istu znamenku jedinice kao i 4^1 . Potencije broja 5 imaju znamenku jedinice upravo 5. Sada možemo zbrojiti sve dobivene znamenke jedinica za potencije u izrazu $13^{25} + 4^{81} + 5^{411}$ i dobivamo $3 + 4 + 5 = 12$. Zaključujemo da je broj 2 znamenka jedinice broja $13^{25} + 4^{81} + 5^{411}$.

Zadatak 12. Pronadite znamenke koje nedostaju kako bi broj $12___6$ bio jednak umnošku triju uzastopnih prirodnih brojeva.

Rješenje: Broj koji tražimo nalazi se između 1200006 i 1299996. Uzimanjem trećeg korijena iz tih brojeva dobivamo $\sqrt[3]{1200006} = 106.27$ i $\sqrt[3]{1299996} = 109.14$. Uočimo da traženi broj ima zadnju znamenku 6. Brojevi koji završavaju na 1, 2, 3 ili na 6, 7, 8 daju produkt čija je znamenka jedinice upravo 6. Naši brojevi nalaze se između 106 i 109, a uz prethodno razmatranje o znamenci umnoška zaključujemo da su to brojevi 106, 107 i 108. Traženi je broj $106 \cdot 107 \cdot 108 = 1224936$.

Zadatak 13. Odredite najveću vrijednost izraza $ab + bc + cd + ad$ ako a, b, c i d poprimaju međusobno različite vrijednosti 1, 2, 3 i 4, ali ne nužno tim redoslijedom.

Rješenje: Izraz $ab + bc + cd + ad$ zapišimo u obliku $ab + bc + cd + ad = (a+c)(b+d)$. Uvrstimo zatim brojeve 1, 2, 3, 4 u različitim kombinacijama:

$$(1+2)(3+4) = 21, (1+3)(2+4) = 24, (1+4)(2+3) = 25.$$

Vidimo da je maksimalna vrijednost upravo 25.

Zadatak 14. Dokažite da među 10 složenih prirodnih brojeva manjih od 840 postoje barem dva broja koja nisu relativno prosti.

Rješenje: Kako je $29^2 = 841$, to znači da je svaki složeni broj manji od 840 djeljiv barem jednim prostim brojem koji nije veći od 23. Ti su prosti brojevi 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 i 23 te ih je ukupno 9. Budući da promatramo 10 složenih brojeva, a 9 je prostih brojeva koji su manji ili jednaki 23, tada po Dirichletovom principu postoje barem dva složena broja koja su djeljiva nekim od 9 navedenih prostih brojeva.

Zadatak 15. Nadite broj čiji kvadrat, kada mu se doda ili oduzme 5, ponovno daje kvadrat nekog broja.

Rješenje: Zadatak se može interpretirati kao nalaženje cjelobrojnih rješenja sustava jednadžbi

$$\begin{aligned}x^2 + 5 &= y^2 \\x^2 - 5 &= z^2.\end{aligned}$$

Zadatak riješimo uvodeći *kongruentni broj*, tj. broj n oblika $ab(a+b)(a-b)$ kada je $a+b$ paran i $4ab(a+b)(a-b)$ kada je $a+b$ neparan. Kongruentni su brojevi uvijek djeljivi s 24. Cjelobrojna rješenja sustava

$$\begin{aligned}x^2 + n &= y^2 \\x^2 - n &= z^2.\end{aligned}$$

postoje jedino ako je n kongruentan broj. Ovdje je $n = 5$, a kako 5 nije kongruentan broj, taj zadatak nema cjelobrojna rješenja. Međutim, rješenja postoje u skupu racionalnih brojeva. Isprobavanjem manjih vrijednosti za a i b , dobivamo da je $720 = 12^2 \cdot 5$ kongruentan broj (gdje je $a = 5$ i $b = 4$), te je $41^2 + 720 = 49^2$, $41^2 - 720 = 31^2$, dijeleći obje jednakosti s 12^2 dobiva se

$$x = \frac{41}{12}, \quad y = \frac{49}{12}, \quad z = \frac{31}{12}.$$

Ti su racionalni brojevi rješenja polaznog sustava

$$\begin{aligned}x^2 + 5 &= y^2 \\x^2 - 5 &= z^2.\end{aligned}$$

Zadatak 16. Nadite sva rješenja jednadžbe $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$ u skupu prirodnih brojeva.

Rješenje: Očito je $(x, y, z) = (3, 3, 3)$ jedno rješenje dane jednadžbe i $x, y, z \neq 1$. Neka je $x < y < z$. Tada je $\frac{1}{x} > \frac{1}{y} > \frac{1}{z}$, pa iz

$$\frac{3}{z} < \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 < \frac{3}{x}$$

slijedi $x < 3$ i $z > 3$.

Zbog $x \neq 1$ i $x < 3$ slijedi $x = 2$, pa zadana jednadžba postaje $\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$. Iz

$$\frac{2}{z} < \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2} < \frac{2}{y}$$

slijedi $y < 4$ i $z > 4$.

Zbog $y > x = 2$ i $y < 4$ slijedi $y = 3$, pa iz $\frac{1}{3} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$ slijedi $z = 6$. Dakle, $(2, 3, 6)$ jest još jedno rješenje dane jednadžbe. Zbog simetričnosti s obzirom

na nepoznanice x, y, z u danoj jednadžbi dolazimo do još pet rješenja. Skup svih rješenja dane jednadžbe jednak je $\{(2, 3, 6), (2, 6, 3), (3, 2, 6), (3, 3, 3)(3, 6, 2), (6, 2, 3), (6, 3, 2)\}$.

Zadatak 17. Ako su a, b, c pozitivni realni brojevi takvi da je $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$, dokažite da vrijedi nejednakost

$$(a - 1)(b - 1)(c - 1) \geq 8.$$

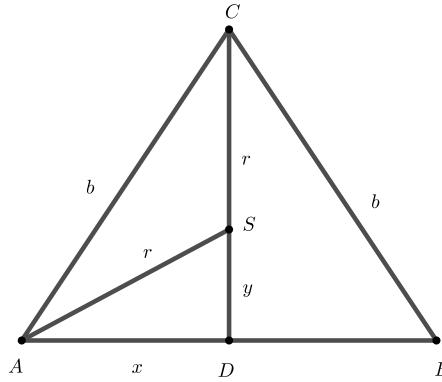
Rješenje: Iz $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ slijedi $ab + bc + ca = abc$. Primjenom nejednakosti između harmonijske i aritmetičke sredine

$$\frac{3}{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)} \leq \frac{(a + b + c)}{3}$$

slijedi $a+b+c \geq 9$, a odavde $(a-1)(b-1)(c-1) = abc - (ab+bc+ca) + a+b+c - 1 = abc - abc + a + b + c - 1 = a + b + c - 1 \geq 9 - 1 = 8$, što je i trebalo dokazati.

Zadatak 18. Odredite površinu jednakokračnog trokuta ABC , baze AB , duljine kraka AC jednake 5 i polumjera opisane kružnice $\frac{25}{8}$.

Rješenje: Neka je \overline{CD} visina trokuta ABC , S središte opisane kružnice tog trokuta, $|CS| = |AS| = r$, $|AC| = |BC| = b$, $|AD| = x$ te $|DS| = y$.

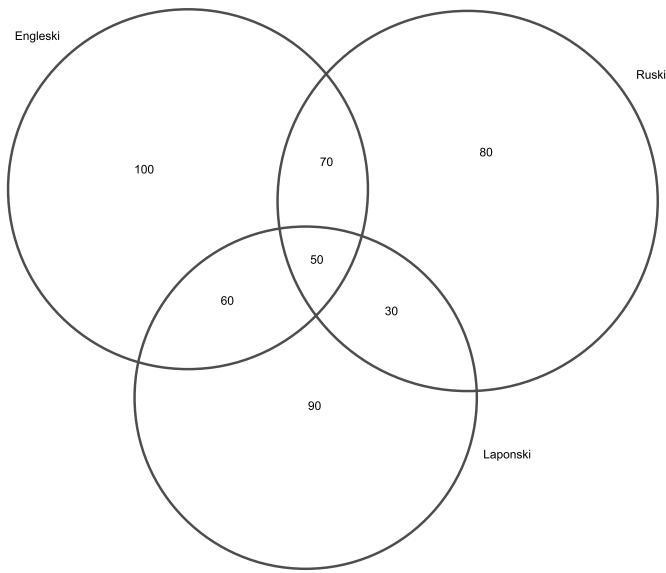


Slika 13.4: Zadatak 18.

Primjenom Pitagorina poučka na trokut ADS dobivamo $x^2 = r^2 - y^2$, a na trokut ACD $(r+y)^2 = b^2 - x^2$. Uvrštavanjem iz prve jednakosti u drugu dobivamo $2ry = b^2 - 2r^2$ te iz $b = 5$ i $r = \frac{25}{8}$ slijedi $y = \frac{7}{8}$. Sada je $|CD| = r + y = 4$ te iz $x^2 = b^2 - |CD|^2$ dobivamo $x = 3$. Kako je trokut ABC jednakokračan, slijedi $|AB| = 6$, pa je njegova površina jednaka $\frac{1}{2}|AB| \cdot |CD| = 12$.

Zadatak 19. U školi kćerke obitelji Medić 280 učenika prijavit će maturu iz engleskog jezika, 230 iz ruskog, 230 iz laponskog, 120 i iz engleskog i iz ruskog, 110 i iz engleskog i iz laponskog, 80 i iz ruskog i iz laponskog, a 50 iz svih triju jezika. Koliko je učenika u njenoj školi?

Rješenje: Prikažimo broj učenika pomoću dijagrama, kao na slici 13.5. U školi



Slika 13.5: Zadatak 19.

je ukupno $80 + 90 + 100 + 60 + 70 + 30 + 50 = 480$ učenika.

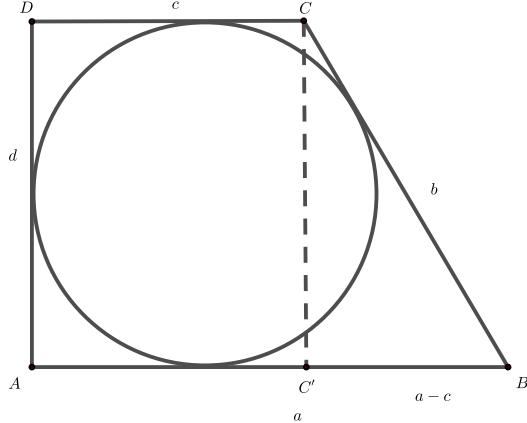
Zadatak 20. U izrazu

$$(TWO)(TWO + TWO) = EIGHT$$

treba zamijeniti slova odgovarajućim znamenkama tako da se dobije ispravan račun, uz napomenu da različita slova predstavljaju različite znamenke.

Rješenje: Kako je broj *EIGHT* oblika $2n^2$, za $n = TWO$, te se sastoji od različitih znamenki, vrijedi $12345 \leq 2n^2 \leq 98765$. Odатле je $79 \leq n \leq 222$. Kako je *EIGHT* paran, slijedi da je i *T* paran, pa iz $n = TWO$ slijedi $T = 2$. Zbog $n \leq 222$ jest $W \in \{0, 1\}$. Kako *O* daje znamenku jedinica 2 u *EIGHT*, slijedi da je $O \in \{1, 4, 6, 9\}$. Prema tome, $n \in \{201, 204, 206, 209, 211, 214, 216, 219\}$. Broj 211 otpada jer nema sve znamenke različite. Provjeravajući druge mogućnosti dobivamo da samo za $n = 209$ broj $2n^2$ ima sve znamenke različite, pa je $TWO = 209$ i $EIGHT = 87362$.

Zadatak 21. Dokazati da je površina trapeza s dvama pravim kutevima, kojem se može upisati kružnica, jednaka produktu duljina baza tog trapeza.



Slika 13.6: Zadatak 21.

Rješenje: Vrijedi $P = \frac{(a+c) \cdot d}{2}$. Neka su pravi kutovi u vrhovima A i D te neka je C' nožište okomice iz vrha C na stranicu \overline{AB} . Tada je $d^2 = b^2 - (a - c)^2$. Kako je četverokut $ABCD$ tangencijalan, vrijedi $a + c = b + d$, tj. $b = d - a - c$. Uvrštavanjem u prethodnu jednakost dobivamo $d = \frac{2ac}{a+c}$, odakle je $P = ac$, što je i trebalo dokazati.

Zadatak 22. Ako kćerka obitelji Medić tijekom godine svaki dan riješi barem jedan zadatak, a da se ne bi premorila, svaki tjedan riješi najviše 12 zadataka, treba dokazati da postoji nekoliko uzastopnih dana u godini tijekom kojih će riješiti točno 20 zadataka.

Rješenje: Neka je k_i broj zadataka koje je riješila do i -tog dana uključivo. Pogledajmo nizove

$$k_1, k_2, \dots, k_{365}$$

$$k_1 + 20, k_2 + 20, \dots, k_{365} + 20.$$

Oba su niza strogo rastuća, tj. $k_i < k_{i+1}$ za $i = 1, 2, \dots, 364$ te zajedno imaju 730 elemenata. Kako tjedno riješi najviše 12 zadataka, u danu ih ne može riješiti više od 6, pa je

$$k_{365} + 20 \leq 12 \cdot 52 + 6 + 20 = 650.$$

Prema tome, u obama nizovima zajedno ima najviše 630 različitih brojeva pa po Dirichletovu principu postoje barem dva jednakih člana, tj. postoje i, j takvi da je $k_i = k_j + 20$ (očito je $i < j$) te je između j -toga i i -toga dana riješeno točno 20 zadataka.

Zadatak 23. Odredite sva rješenja jednadžbe

$$(x^2 + 3x - 4)^3 + (2x^2 - 5x + 3)^3 = (3x^2 - 2x - 1)^3.$$

Rješenje: Uvrstimo li $u = x^2 + 3x - 4$ i $v = 2x^2 - 5x + 3$, jednadžba prelazi u $u^3 + v^3 = (u + v)^3$, tj. $3uv(u + v) = 0$. Tim dobivamo tri kvadratne jednadžbe rješenja kojih su $x_1 = x_2 = x_3 = 1$, $x_4 = -\frac{1}{3}$, $x_5 = \frac{3}{2}$ i $x_6 = -4$.

Zadatak 24. Odredite realni parametar a za koji jednadžba

$$\frac{a-5}{x+1} - \frac{7+3a}{x-2} = \frac{2ax-5}{x^2-x-2}$$

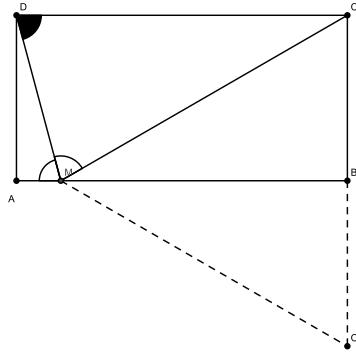
nema rješenja.

Rješenje: Množenjem jednadžbe s $x^2 - x - 2$ nakon sređivanja dobivamo $x = \frac{8-5a}{4(a+3)}$ te jednadžba očito nema rješenja za $a = -3$. Također, $x = -1$ i $x = 2$ ne mogu biti rješenja, odakle slijedi $a = 20$ (za $x = -1$) te $a = -\frac{16}{13}$ (za $x = 2$). Prema tome, za $a \in \{-3, -\frac{16}{13}, 20\}$ jednadžba nema rješenja.

Zadatak 25. Odrediti otvoreni tekst ukoliko je nakon šifriranja Vigenèrevom šifrom s ključnom riječi MATURA dobiven šifrat NIHEFMGNBEFLAGBDR.

Rješenje: Svakom slovu engleske abecede pridružimo brojčanu vrijednost od 0 do 25 (slovu A pridružimo vrijednost 0, slovu B vrijednost 1 itd.). Zatim redom zbrajamo vrijednost N s vrijednosti od M , vrijednost od I s vrijednosti od A , pri čemu za rezultat uzimamo ostatak pri dijeljenju s 26. Na kraju postupka dobivamo rezultat BIOKOMUNIKOLOGIJA.

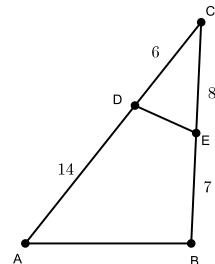
Zadatak 26. Dan je pravokutnik $ABCD$ za kojeg vrijedi $|AB| = 2|BC|$. Na stranici \overline{AB} odabrana je točka M tako da je $\angle AMD \cong \angle CMD$. Koliki je $\angle CMD$?



Slika 13.7: Zadatak 26.

Rješenje: Pravac DM presječnica je paralelnih pravaca DC i AB , pa slijedi da $\angle AMD \cong \angle MDC$. Kako je $\angle AMD \cong \angle CMD$ dobivamo da je trokut DCM jednakokračan. Nadalje, neka je C' točka na pravcu BC takva da je $|BC| = |BC'|$. Kako vrijedi $|DC| = |MC| = 2|BC|$, trokut MBC' jest jednakostraničan. Odатле je $\angle CMB = 30^\circ$ i $\angle AMC = 150^\circ$ te, konačno, $\angle CMD = 75^\circ$.

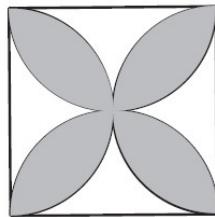
Zadatak 27. Ako je površina četverokuta $ABED$ prikazanog na slici 13.8 jednaka 63 cm^2 , kolika je površina trokuta DEC ?



Slika 13.8: Zadatak 27.

Rješenje: Trokuti ABC i DEC slični su jer im je $\angle ACB$ zajednički te $|AC| : |BC| = |CE| : |CD| = 4 : 3$. Koeficijent sličnosti jest $k = |AC| : |CE| = 20 : 8 = \frac{5}{2}$. Površina trokuta ABC jednaka je $k^2 \cdot P' = 63 + P'$, odakle je $\frac{21}{4}P' = 63$, tj. $P' = 12 \text{ cm}^2$.

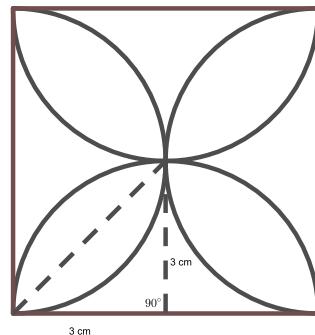
Zadatak 28. Odredite površinu iscrtanog dijela na slici 13.9 ako kvadrat ima duljinu stranice 6 cm.



Slika 13.9: Zadatak 28.

Rješenje: Tražena je površina jednaka površini 8 kružnih odsječaka kruga radijusa 3 cm koji odgovaraju kutu od 90° (slika 13.10).

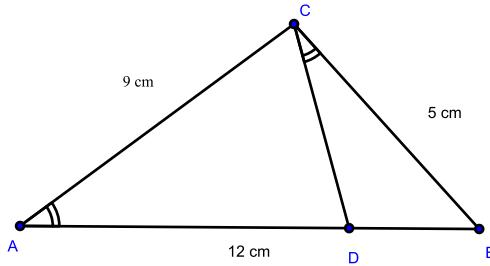
Površina jednog takvog kružnog odsječka jednaka je razlici površine četvrtine kruga radijusa 3 i jednakokračnog pravokutnog trokuta čije katete imaju duljinu 3 cm. Prema tome, površina jednog promatranog kružnog odsječka jednaka je



Slika 13.10: Zadatak 28.

$\frac{3^2}{4}\pi - \frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{9}{4}\pi - \frac{9}{2} \text{ cm}^2$. Površina iscrtanog dijela iznosi $8 \cdot (\frac{9}{4}\pi - \frac{9}{2}) = 18\pi - 36 \text{ cm}^2$.

Zadatak 29. Duljine stranica trokuta $\triangle ABC$ prikazanoga na slici 13.11 iznose $|AB| = 12 \text{ cm}$, $|BC| = 5 \text{ cm}$ i $|AC| = 9 \text{ cm}$. Za kutove vrijedi $\angle BAC \cong \angle BCD$. Izračunajte duljinu dužine \overline{CD} .



Slika 13.11: Zadatak 29.

Rješenje: Iz sličnosti trokuta ABC i BCD dobivamo

$$\frac{|BD|}{|BC|} = \frac{|CD|}{|AC|} = \frac{|BC|}{|AB|}.$$

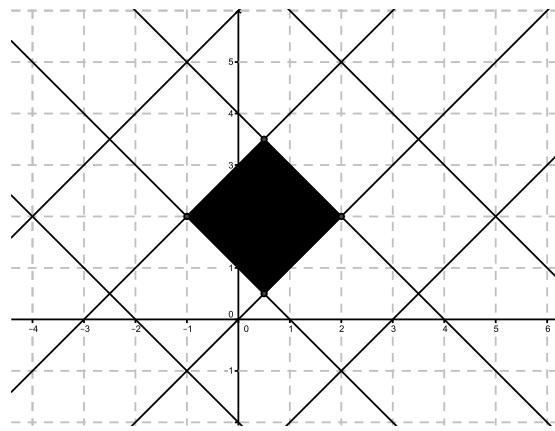
Odatle je

$$|CD| = \frac{|AC| \cdot |BC|}{|AB|} = \frac{9 \cdot 5}{12} = \frac{45}{12} = 3.75 \text{ cm}^2.$$

Zadatak 30. Grafički prikazati skup točaka ravnine određen sustavom nejednadžbi

$$\begin{cases} |x+1| + |y-2| \leq 3 \\ |x-2| + |y-2| \leq 3. \end{cases}$$

Rješenje: Podjelom na slučajeve $y < 2$, $y \geq 2$ te $x < -1$, $-1 \leq x < 2$ i $x \geq 2$, dobivamo šest sustava dvaju linearnih nejednadžbi. Dani je skup rješenja prikazan na slici 13.12.



Slika 13.12: Zadatak 30.

Zadatak 31. Dvije izvodnice uspravnog stošca visine $\frac{a}{2}$ zatvaraju kut od 60° i na osnovici određuju tetivu duljine a . Odredite kut kojeg izvodnice zatvaraju s osnovicom stošca.

Rješenje: Kako su izvodnice jednake duljine, trokut koji čine izvodnice i tetiva jest jednakokračan. Izvodnice zatvaraju kut od 60° , pa taj trokut mora biti i jednakostaničan. Pogledamo li sada pravokutan trokut koji čine visina stošca duljine $\frac{a}{2}$ i izvodnica duljine a , dobivamo $\sin \gamma = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2}$ te je traženi kut γ jednak 30° .

Zadatak 32. Pravokutni trokut s katetama duljine $a = 12$ cm i $b = 16$ cm rotira oko svoje dulje katete. Izračunajte oplošje dobivenog tijela.

Rješenje: Izvodnica stošca iznosi $s = \sqrt{144 + 256} = 20$ cm, a $r = 12$ cm. Oplošje iznosi 384π cm 2 .

Zadatak 33. U čašu je uronjena kuglica obujma 65.45 cm 3 . Promjer otvora čaše iznosi 6 cm, a njezina je visina 8 cm. Kolika se količina tekućine izlila iz čaše ako je prije uranjanja kuglice tekućina bila na visini od 7 cm?

Rješenje: Pretvorimo obujam kugle u obujam valjka. Stavimo li $r = 3$ cm u jednakost $65.45 = r^2\pi v$, dobit ćemo $v = 2.3$ cm. Dakle, razina vode u čaši podigne se za 2.3 cm. Kako je visina čaše 8 cm, a razina vode u njoj 7 cm, to znači da će se izliti obujam vode koji stane u valjak visine 1.3 cm i polumjera 3 cm. Prema tome, $V = r^2\pi v = 3 \cdot \pi \cdot 1.3 \approx 37$ cm³.

Zadatak 34. Kocka duljine brida 8 cm obojana je i isječena na kockice duljine brida 1 cm. Odredite broj kockica koje imaju obojanu barem jednu stranu.

Rješenje: Obojane kockice čine omotač oko kocke debljine 1 cm. Ako ih maknemo, ostaje nam kocka čiji brid ima duljinu 6 cm, što čini 6^3 od ukupno 8^3 kockica. Stoga broj kockica koje imaju najmanje jednu stranu obojanu iznosi $8^3 - 6^3 = 512 - 216 = 296$ kockica.

Zadatak 35. Odredite najmanji cijeli broj veći od 63 čiji kub završava na 47.

Rješenje: Kako samo broj koji završava na 3 može imati kub koji završava na 7, traženi broj možemo zapisati u obliku $n = 10a + 3$ za neki prirodan broj a . Tada je $n^3 = 1000a^3 + 900a^2 + 270a + 27$. Prva dva člana tog izraza ne utječu na krajnji rezultat, stoga je ono što nas zanima $270a + 27$, što možemo zapisati u obliku $270a + 27 = 100b + 47$ za neki prirodan broj b , odakle je $27a = 10b + 2$. Sada tražimo višekratnik broja 27 čija je znamenka jedinica 2. To zadovoljavaju brojevi $a = 6, 16, 26, \dots$, što dovodi do 63, a idući je upravo traženi broj 163.

Zadatak 36. Neka je $f(x, y)$ funkcija takva da je $f(x, 1) = x^2 + 59x$ i $f(x - 3, y - 4) = f(x, y)$. Odredite $f(93, 93)$.

Rješenje: Uzastopnom primjenom druge jednakosti dobivamo $f(x, y) = f(x - 3n, y - 4n)$ za bilo koji prirodni broj n . Zapišimo $93 = 4 \cdot 23 + 1$, tj. $n = 23$. Sada je

$$f(93, 93) = f(93 - 3 \cdot 23, 1) = f(24, 1) = 24^2 + 24 \cdot 59 = 1992.$$

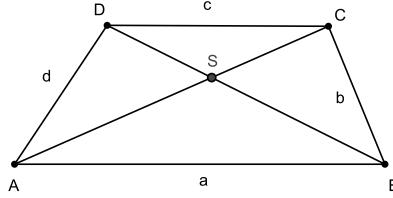
Zadatak 37. Nadite sve prirodne brojeve a, b, c takve da je $ab + bc + ca$ prost i da vrijedi $\frac{a+b}{a+c} = \frac{b+c}{b+a}$.

Rješenje: Dana jednakost jest ekvivalentna s $(a+b)^2 = ab + bc + ca + c^2$ što je dalje ekvivalentno s $(a+b-c)(a+b+c) = ab + bc + ca$.

Kako je $ab + bc + ca$ prost i $a+b-c < a+b+c$, to mora biti $a+b-c = 1$ i $a+b+c = ab+bc+ca$. Iz jednakosti $a+b+c = ab+bc+ca$ imamo $a(b-1) + b(c-1) + c(a-1) = 0$. Kako su a, b, c prirodni brojevi, lijeva je strana jednaka nuli ako i samo je $a = b = c = 1$, dok je u svim ostalim slučajevima očigledno $a(b-1) + b(c-1) + c(a-1) > 0$. Provjerom utvrđujemo da trojka $(1, 1, 1)$ zadovoljava sve uvjete te je stoga ona jedino rješenje.

Zadatak 38. Dijagonale trapeza $ABCD$ sijeku se u točki S tako da je $|BS| : |SD| = 5 : 3$. Ako je razlika duljina osnovica trapeza jednaka 8 cm, kolika je duljina srednjice trapeza?

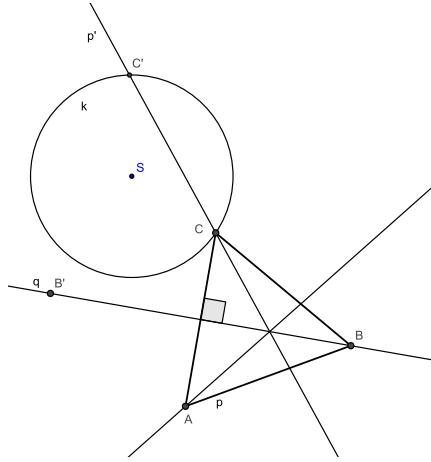
Rješenje: Iz $\triangle ABS \sim \triangle DSC$ slijedi $|BS| : |SD| = 5 : 3 = a : c$.



Slika 13.13: Zadatak 38.

Odatle je $c = \frac{3a}{5}$, pa iz $a - c = 8$ dobijemo $a = 20$ cm, $c = 12$ cm. Duljina srednjice trapeza iznosi $\frac{a+c}{2} = 16$ cm.

Zadatak 39. Zadani su pravci p i q te kružnica k . Konstruirajte jednakoststraničan trokut ABC kojem je jedan vrh na pravcu p , drugi na kružnici k , a visina pripada pravcu q .



Slika 13.14: Zadatak 39.

Rješenje: Pravac p preslikamo osnosimetrično s obzirom na pravac q . Slika tog pravca jest pravac p' koji siječe kružnicu u točki C . Ta je točka jedan vrh trokuta. Zatim konstruiramo okomicu na pravac q koja prolazi točkom C . Drugi vrh A presjek je pravca p i te okomice. sada vrh B odaberimo na q tako da je udaljenost od A do B jednaka udaljenosti od A do C . Iz definicije pravca p' slijedi da je i udaljenost od B do C jednaka udaljenosti od A do B pa je trokut ABC jednakoststraničan te visina iz vrha B pripada pravcu q .

Vrh B možemo konstruirati na pravcu q i s druge strane pravca AC , čime dobivamo još jedno rješenje (B'). Prvac p' siječe kružnicu k u još jednoj točki, pa dobivamo još dva rješenja (C'). Elemente zadatka postavili smo u takav međusobni položaj da nalazimo četiri rješenja. No zadatak može imati i dva rješenja, a može se dogoditi da smo pravce p i q te kružnicu k postavili tako da nema nijednog rješenja.

Zadatak 40. Dokažite da za realne brojeve a i x vrijedi nejednakost $|3x - a| \geq |3x| - |a|$.

Rješenje: Iskoristit ćemo nejednakost trokuta $|x + y| \leq |x| + |y|$ u obliku $|3x - a| + |a| \geq |3x - a + a| = |3x|$. Slijedi da je $|3x - a| \geq |3x| - |a|$.

Zadatak 41. Odredite znamenku jedinice zbroja $1! + 2! + \dots + 14! + 15!$.

Rješenje: Svi izrazi od $5!$ nadalje višekratnici su brojeva 2 i 5 , pa stoga i broja 10 , što znači da im je znamenka jedinice upravo 0 . Dakle, treba nam znamenka jedinice zbroja $1! + 2! + 3! + 4! = 33$, što je upravo 3 .

Zadatak 42. Od ukupnog broja upisanih učenika u više razrede osnovne škole (od $5.$ do $8.$ razreda) na početku školske godine bilo je 46% djevojčica. Tijekom godine je školu napustilo 15 djevojčica i 35 dječaka, pa su na kraju školske godine djevojčice činile 48% polaznika viših razreda osnovne škole. Koliko je ukupno bilo upisanih učenika u više razrede osnovne škole na početku školske godine? Koliko je na kraju školske godine bilo dječaka?

Rješenje: Označimo s x ukupan broj upisanih učenika u više razrede osnovne škole na početku školske godine, a s d broj djevojčica među njima. Tada vrijedi $d = 0.46x$. Tijekom godine, od ukupnog broja upisanih učenika u više razreda osnovne škole, školu jest napustilo 15 djevojčica i 35 dječaka (ukupno 50 učenika), pa je na kraju školske godine bilo 48% djevojčica u višim razredima. Vrijedi $0.48(x - 50) = d - 15$, odnosno $0.48(x - 50) = 0.46x - 15$. Rješavanjem te jednadžbe dobivamo $x = 550$. Ukupan broj upisanih učenika u više razrede na početku školske godine bio je 550 , od toga $0.46 \cdot 550 = 253$ djevojčica i $550 - 253 = 297$ dječaka. Na kraju školske godine bila su $297 - 35 = 262$ dječaka.

Zadatak 43. Dokažite da svaki prirodni broj oblika n^2 , pri čemu je n neki cijeli broj, ima neparan broj pozitivnih djelitelja.

Rješenje: Djelitelji od n^2 su svakako $1, n, n^2$. Ostali djelitelji broja n^2 dolaze u paru (npr. $k \cdot s = n^2$, $k \neq s$). Dakle, imamo 3 djelitelja $1, n, n^2$ što zajedno s djeliteljima koji dolaze u paru (i kojih je parno mnogo) daje neparan broj djelitelja.

Zadatak 44. Odredite najveći sedmeroznamenkasti broj djeljiv s 11 .

Rješenje: Označimo traženi broj s $\overline{abcdefg}$. Primijenimo kriterij djeljivosti s 11: broj je djeljiv s 11 ako i samo ako mu je razlika zbroja znamenaka na neparnim i parnim mjestima, djeljiva s 11. Prema tome, izraz $a + c + e + g - (b + d + f)$ treba biti djeljiv s 11. Tražimo najveći takav sedmeroznamenkasti broj, koji dobivamo kada je što više prvih znamenki jednako 9. Za $a = b = c = d = e = f = 9$ dobivamo da g mora biti jednako 0 te je traženi broj 9999990.

Zadatak 45. Dokažite da među bilo kojih 7 prirodnih brojeva postoje dva broja čija je razlika djeljiva sa 6.

Rješenje: Kada neki prirodan broj dijelimo sa 6, on može dati ostatke 0, 1, 2, 3, 4 ili 5, dakle postoji 6 mogućnosti. Kako mi imamo 7 prirodnih brojeva, prema Dirichletovom principu, sigurno postoje dva broja a i b s istim ostatkom: a oblika $6x+m$ i b oblika $6y+m$. Promotrimo njihovu razliku: $a-b = (6x+m)-(6y+m) = 6x+m-6y-m = 6x-6y = 6(x-y)$. Dakle, njihova razlika djeljiva je sa 6.

Zadatak 46. Brid baze pravilne šesterostrane prizme dug je 8 cm. Visina prizme dvostruko je kraća od osnovnog brida. Koliki je obujam piramide kojoj je površina baze jednaka površini baze zadane prizme, a visina jednaka visini zadane prizme?

Rješenje: Visina prizme jest $h = \frac{a}{2} = 4$ cm, a površina baze koja ima oblik pravilnog šesterokuta iznosi $96\sqrt{3}$. Volumen tražene piramide iznosi $128\sqrt{3}$ cm.

Zadatak 47. Odredite točku simetričnu točki $T(3, 10)$ s obzirom na pravac AB , gdje je $A(-6, 9)$ i $B(4, 1)$.

Rješenje: Označimo s p_1 pravac koji prolazi točkama A i B . Odredimo najprije jednadžbu pravca p_1 : $y - 9 = \frac{1-9}{4+6}(x + 6)$. Tražena jednadžba pravca p_1 glasi $y = -\frac{4}{5}x + \frac{21}{5}$. Tražimo pravac okomit na p_1 koji prolazi točkom T . Za okomite pravce vrijedi da je umnožak koeficijenata njihovih smjerova jednak -1 te ukoliko pravac okomit na p_1 označimo s p_2 , dobivamo njegovu jednadžbu $y - 10 = \frac{5}{4}(x - 3)$, tj. $y = \frac{5}{4}x + \frac{25}{4}$. Označimo s N sjedište pravaca p_1 i p_2 i odredimo njegove koordinate iz $\frac{5}{4}x + \frac{25}{4} = -\frac{4}{5}x + \frac{21}{5}$. Tražene su koordinate $N(-1, 5)$. Točka N upravo jest polovište udaljenosti od točke T do njegove osnosimetrične slike T' s obzirom na pravac p_1 pa vrijedi $x_N = \frac{x_T+x_{T'}}{2}$ i $y_N = \frac{y_T+y_{T'}}{2}$. Točka T' ima koordinate $T'(-5, 0)$.

Zadatak 48. Dvije paralelne ravnine udaljene 3 cm sijeku kuglu u krugovima radijusa r_1 i r_2 . Manji je radius $r_2 = 4$ cm. Veći je radius ujedno i radius kugle. Koliki je radius kugle?

Rješenje: Primjenom Pitagorinog poučka dobivamo da je radius kugle jednak 5 cm.

Zadatak 49. U ravnini je dano n pravaca, od kojih nikoja dva nisu paralelna i nikoja tri ne sijeku se u istoj točki. Na koliko je dijelova ravnina podijeljena tim pravcima?

Rješenje: Ako imamo nula pravaca, tada imamo jednu cijelu ravninu. Ako 1 pravac siječe ravninu, ona je podijeljena na 2 dijela. Ako 2 pravca sijeku ravninu na opisan način, tada imamo 4 dijela. Ako 3 pravca sijeku ravninu na opisan način, tada imamo 7 dijelova. Ako 4 pravca sijeku ravninu na opisan način, tada imamo 11 dijelova. Dalje, ako imamo 5 pravaca koji na opisani način sijeku ravninu, dobivamo 16 dijelova... Označimo s n broj pravaca koji sijeku ravninu, a s L_n broj dijelova koji dobijemo. Sada iz prethodnih razmatranja možemo zaključiti $L_n = L_{n-1} + (n - 1) + 1$ tj. $L_n = L_{n-1} + n$. Tako dobivamo $L_n = L_0 + 1 + 2 + \dots + n = 1 + \frac{n(n+1)}{2}$.

Zadatak 50. Ako je $\log_4(x + 2y) + \log_4(x - 2y) = 1$, koliki je minimum izraza $|x| - |y|$?

Rješenje: Koristeći se svojstvima logaritamske funkcije, dobivamo sljedeće uvjete:

$$\begin{aligned} x + 2y &> 0, \\ x - 2y &> 0, \\ (x + 2y)(x - 2y) &= 4. \end{aligned}$$

Slijedi $x > -2y$ i $x > 2y$, tj. $x > 2|y| \geq 0$ te $x^2 - 4y^2 = 4$.

Zbog simetričnosti, dovoljno je promotriti slučaj kada je $y \geq 0$. Kako je $x > 0$, dovoljno je pronaći minimalnu vrijednost za $x - y$. Zamijenimo li u zadnjem izrazu x s $t + y$, dobivamo $3y^2 - 2ty + (4 - t^2) = 0$. Zbog uvjeta na y , ta jednadžba ima realna rješenja, pa možemo pisati $4t^2 - 12(4 - t^2) \geq 0$. Slijedi $t \geq \sqrt{3}$. Dodatno, kada je $x = \frac{4}{3}\sqrt{3}$ i $y = \frac{\sqrt{3}}{3}$, imamo $t = \sqrt{3}$, pa je minimalna vrijednost izraza $|x| - |y|$ upravo $\sqrt{3}$.

Zadatak 51. Dokažite da se elipsa i hiperbola sijeku pod pravim kutom ako imaju ista žarišta.

Rješenje: Uzmimo da su koordinatne osi ujedno i osi simetrije elipse i hiperbole tj. elipsa i hiperbola dane su jednadžbama

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{b_1^2} &= 1 \\ \frac{x^2}{a_2^2} - \frac{y^2}{b_2^2} &= 1. \end{aligned}$$

Rješavanjem tog sustava nalazimo njihova sjecišta

$$\begin{aligned}x_1^2 &= \frac{a_1^2 a_2^2 (b_1^2 + b_2^2)}{a_1^2 b_2^2 + a_2^2 b_1^2} \\y_1^2 &= \frac{b_1^2 b_2^2 (a_1^2 - a_2^2)}{a_1^2 b_2^2 + a_2^2 b_1^2}.\end{aligned}$$

Krivilje se sijeku pod pravim kutom ako se tangente u točki sjecišta sijeku pod pravim kutom. Jednažba tangente i koeficijent njena smjera u slučaju elipse jest

$$b_1^2 x_1 x + a_1^2 y_1 y = a_1^2 b_1^2, k_e = -\frac{b_1^2 x_1}{a_1^2 y_1},$$

a u slučaju hiperbole

$$b_2^2 x_1 x - a_2^2 y_1 y = a_2^2 b_2^2, k_h = \frac{b_2^2 x_1}{a_2^2 y_1}.$$

Sada je $k_e \cdot k_h = -\frac{b_1^2 b_2^2 x_1^2}{a_1^2 a_2^2 y_1^2}$, tj. $k_e \cdot k_h = -\frac{b_1^2 + b_2^2}{a_1^2 - a_2^2}$. S obzirom da hiperbola i elipsa imaju ista žarišta, za linearni ekscentricitet vrijedi $e^2 = a_1^2 - b_1^2 = a_2^2 + b_2^2$, tj. $a_1^2 - a_2^2 = b_1^2 + b_2^2$. Odatle je $k_e \cdot k_h = -1$ te se elipsa i hiperbola sijeku pod pravim kutom.

Zadatak 52. Odredite površinu pravokutnog trokuta čiji je zbroj duljina stranica 80, a zbroj kvadrata duljina stranica tog trokuta iznosi 2312.

Rješenje: Označimo duljinu hipotenuze s c te neka su a i b duljine kateta tog trokuta. Vrijedi:

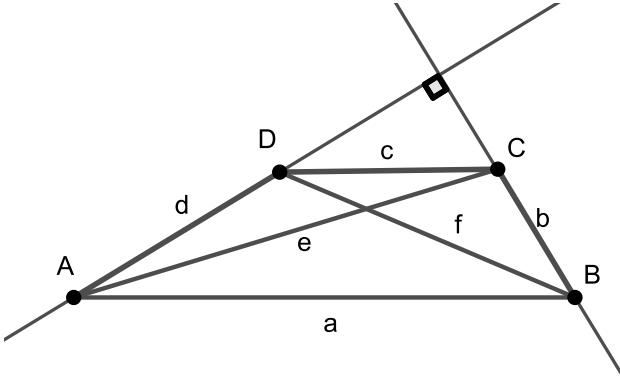
$$\begin{aligned}a + b + c &= 80 \\a^2 + b^2 + c^2 &= 2312 \\a^2 + b^2 &= c^2.\end{aligned}$$

Iz zadnje dvije jednakosti slijedi $2c^2 = 2312$, tj. $c = 34$. Dobivamo sustav

$$\begin{aligned}a + b &= 46 \\a^2 + b^2 &= 1156.\end{aligned}$$

Kvadriranjem prve jednadžbu te oduzimanjem druge dobivamo $2ab = 960$, tj. $\frac{ab}{2} = 240$, što je upravo površina zadanog trokuta.

Zadatak 53. Zadan je trapez s osnovicama \overline{AB} i \overline{CD} . Dokažite da su krakovi \overline{BC} i \overline{AD} okomiti ako i samo ako je suma kvadrata duljina dijagonala trapeza jednaka sumi kvadrata duljina osnovica.



Slika 13.15: Zadatak 53.

Rješenje: Označimo s $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$, $\vec{c} = \overrightarrow{CD}$, $\vec{d} = \overrightarrow{DA}$, $\vec{e} = \overrightarrow{AC}$ i $\vec{f} = \overrightarrow{BD}$, prema oznakama na slici 13.15.

Vrijedi $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = 0$, $\vec{e} = \vec{a} + \vec{b}$ i $\vec{f} = \vec{b} + \vec{c}$. Sada je

$$\begin{aligned} e^2 + f^2 &= (\vec{a} + \vec{b})^2 + (\vec{b} + \vec{c})^2 = a^2 + c^2 + 2b^2 + 2\vec{b}(\vec{a} + \vec{c}) = \\ &= a^2 + c^2 + 2b^2 - 2\vec{b}(\vec{b} + \vec{d}) = a^2 + c^2 - 2\vec{b} \cdot \vec{d}. \end{aligned}$$

Slijedi da je $\vec{b} \perp \vec{d}$ ako i samo ako vrijedi $\vec{b} \cdot \vec{d} = 0$, odnosno ako i samo ako je $e^2 + f^2 = a^2 + c^2$.

Zadatak 54. Niz a_1, a_2, \dots, a_n definiran je na sljedeći način:

$$\begin{aligned} a_1 &= 1, \\ a_n &= \frac{n+1}{n-1}(a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}). \end{aligned}$$

Odredite a_{2017} .

Rješenje: Odredimo najprije nekoliko početnih članova niza: $a_1 = 1$, $a_2 = \frac{3}{2-1}a_1 = 3$, $a_3 = \frac{4}{2}(1+3) = 8$, $a_4 = 20$, $a_5 = 48$. Uočimo da se dobiveni članovi niza mogu zapisati u obliku $a_1 = 2 \cdot \frac{1}{2}$, $a_2 = 3 \cdot 1$, $a_3 = 4 \cdot 2$, $a_4 = 5 \cdot 4$, $a_5 = 6 \cdot 8$. Dokažimo metodom matematičke indukcije da je $a_n = (n+1) \cdot 2^{n-2}$ za sve n .

Za $n = 1$ vrijedi $a_1 = (1+1) \cdot 2^{1-2} = 1$.

Pretpostavimo da za prirodan broj k vrijedi $a_k = (k+1) \cdot 2^{k-2}$ te dokažimo da je $a_{k+1} = (k+2) \cdot 2^{k-1}$.

Iskoristimo $a_{k+1} = \frac{k+2}{k}(a_1 + a_2 + \dots + a_k)$. Dovoljno je dokazati

$$1 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 2^1 + 5 \cdot 2^2 + 6 \cdot 2^3 + \dots + (k+1)2^{k-2} = k \cdot 2^{k-1},$$

što ćemo također dokazati metodom matematičke indukcije. Navedimo samo korak indukcije:

$$1 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 2^1 + 5 \cdot 2^2 + 6 \cdot 2^3 + \dots (k+1)2^{k-2} + (k+2)2^{k-1} = \\ k \cdot 2^{k-1} + (k+2) \cdot 2^{k-1} = (2k+2) \cdot 2^{k-1} = (k+1) \cdot 2^k.$$

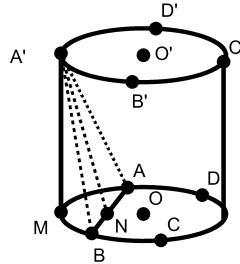
Time smo dokazali da je opći član niza dan s $a_n = (n+1) \cdot 2^{n-2}$. Sada možemo izračunati čemu je jednak traženi član niza:

$$a_{2017} = 2018 \cdot 2^{2015}.$$

Zadatak 55. Osam loptica polumjera duljine 1 cm smješteno je u valjak u dvama slojevima, pri čemu se u svakom sloju nalaze 4 loptice. Svaka loptica dodiruje dvije loptice u svom i dvije loptice u drugom sloju te bazu i plašt valjka. Kolika je visina valjka?

Rješenje: Da bismo mogli riješiti taj zadatak, prvo si moramo predviđati način na koji su loptice smještene te tada možemo odrediti gdje je središte svake loptice.

Označimo s A, B, C i D središta četiriju loptica u donjem sloju te s A', B', C' i D' središta četiriju loptica u gornjem sloju. Tada su redom A, B, C, D i A', B', C', D' vrhovi dvaju kvadrata stranice duljine 2 cm.



Slika 13.16: Zadatak 55.

Kvadratima opišimo krugove sa središtim u točkama O i O' . Ti krugovi predstavljaju baze novog valjka. Projekcija točke A' na donju fazu jest točka M koja raspolavlja luk AB .

Pogledajmo sada $\triangle A'AB$. Primijetimo da vrijedi $|A'A| = |A'B| = |AB| = 2$ cm. Označimo li s N polovište dužine \overline{AB} , dobivamo $|A'N| = \sqrt{3}$ cm. S druge strane, $|OM| = |OA| = \sqrt{2}$ cm, $|ON| = 1$ cm te $|MN| = \sqrt{2} - 1$.

Visina valjka jednaka je duljini dužine $\overline{A'M}$. Dakle, $|A'M| = \sqrt{|A'N|^2 - |MN|^2} = \sqrt[4]{8}$, pa je visina valjka jednaka $\sqrt[4]{8} + 2$.

Zadatak 56. U prvom vagonu vlaka ima 30 numeriranih sjedala, a u drugom 25. Na koliko načina može 20 ljudi sjesti u vlak tako da njih 13 sjedne u prvi, a 7 u drugi vagon?

Rješenje: Od 20 ljudi, njih 13 koji će sjesti u prvi vagon možemo odabrat na $\binom{20}{13}$ načina. Mjesto prvom putniku u prvom vagonu možemo odabrat na 30 načina, drugom putniku na 29 načina, ..., dok mjesto 13. putniku u prvom vagonu možemo odabrat na $30 - 13 + 1 = 18$ načina. Dakle, ukupan broj načina na koje 13 putnika može sjesti u prvi vagon jednak je $30 \cdot 29 \cdots 18 = \frac{30!}{17!}$. Na isti način dobivamo da 7 putnika u drugi vagon može sjesti na $\frac{25!}{18!}$ načina. Prema tome, ukupan je broj načina

$$\binom{20}{13} \cdot \frac{30!}{17!} \cdot \frac{25!}{18!}.$$

Zadatak 57. Prvi brod kreće iz Splita prema Anconi u 9 h i 10 min brzinom 60 km/h. Drugi brod kreće iz Ancone prema Splitu u 9 h i 35 min brzinom od 70 km/h. Udaljenost od Splita do Ancone jest 245 km. Na kojoj će se udaljenosti od Splita brodovi susresti?

Rješenje: Prvi je brod krenuo 25 minuta prije drugog broda te je prešao $s_1 = v_1 t_1 = 60 \cdot \frac{25}{60} = 25$ km. Znači da je udaljenost koju mora prijeći do Ancone u trenutku polaska drugog broda jednaka $d = 245 - 25 = 220$ km. Sada promatramo udaljenost d i situaciju u kojoj će se brodovi sresti u nekom trenutku t . Da bi se susreli, prvi brod mora prijeći udaljenost s_2 , a drugi udaljenost $d - s_2$. Postavljamo jednadžbu $\frac{s_2}{v_1} = \frac{d - s_2}{v_2}$. Dobivamo da je $s_2 = 101.54$ km. Dakle, susrest će se na $s = s_1 + s_2 = 126.54$ km od Splita.

Zadatak 58. Odredite koliko znamenki ima broj $4^{16} \cdot 5^{20}$.

Rješenje: Primijetimo da vrijedi

$$4^{16} \cdot 5^{20} = 2^{32} \cdot 5^{20} = 2^{12} \cdot 2^{20} \cdot 5^{20} = 2^{12} \cdot 10^{20}.$$

Kako je $2^{12} = 4096$, a iza slijedi 20 nula, ukupan je broj znamenki 24.

Zadatak 59. Površina je kružnog isječka 8π cm². Izračunajte opseg kruga ako se duljina luka i polumjer odnose u omjeru $\pi : 4$.

Rješenje: Iz danog omjera imamo $l = \frac{r \cdot \pi}{4}$. Zbog $P_i = \frac{l \cdot r}{2}$, gdje je P_i površina kružnog isječka, dobivamo $r^2 = \frac{8P_i}{\pi}$, pa je $r = 8$ cm. Dakle, opseg kruga iznosi 16π cm.

Zadatak 60. Odredite zbroj svih cijelih brojeva n za koje jednadžba $(x - n)(x - 17) + 4 = 0$ ima samo cjelobrojna rješenja.

Rješenje: Zapišimo jednadžbu $(x - n)(x - 17) + 4 = 0$ u obliku

$$(x - n)(x - 17) = -4.$$

Primijetimo da zapravo tražimo cijele brojeve čiji je umnožak -4 . Sve mogućnosti prikazane su u tablici 13.1:

$x - n$	$x - 17$	x	n
-4	1	18	22
-2	2	19	21
-1	4	21	22
1	-4	13	12
2	-2	15	13
4	-1	16	12

Tablica 13.1: Zadatak 60.

Dakle, tražene su vrijednosti za n 12, 13, 21 i 22, dok njihov zbroj iznosi 68.

Zadatak 61. Odredite najveći realan broj k za koji nejednadžba

$$\sqrt{x-3} + \sqrt{6-x} \geq k$$

ima rješenje.

Rješenje: Neka je $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{6-x}$ i $3 < x < 6$. Kvadriranjem dobivamo

$$\begin{aligned} y^2 &= (x-3) + (6-x) + 2\sqrt{(x-3)(6-x)} = 3 + 2\sqrt{(x-3)(6-x)} \leq \\ &\leq 2[(x-3) + (6-x)] = 6, \end{aligned}$$

pri čemu smo koristili činjenicu da je $a^2 + b^2 + 2ab \leq 2(a^2 + b^2)$. Dakle, $0 \leq y \leq \sqrt{6}$, što nam govori da je maksimalna vrijednost realnog broja k upravo $\sqrt{6}$.

Zadatak 62. Duljina dulje osnovice pravokutnog trapeza za 3 cm dulja je od kraće osnovice tog trapeza, a duljina duljeg kraka iznosi 5 cm. Obujam tijela koji nastaje rotacijom tog trapeza oko dulje osnovice iznosi 100π cm³. Izračunajte duljine osnovica danog trapeza.

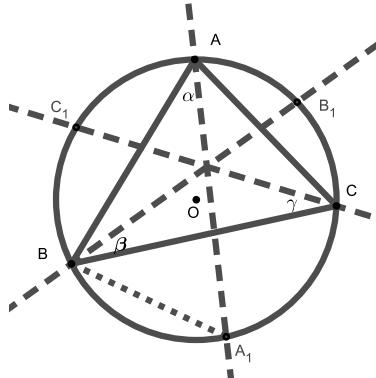
Rješenje: Tijelo koje nastaje rotacijom sastoji se od valjka i stošca. Visina tog tijela odgovara duljini osnovice pravokutnog trapeza, koju ćemo označiti s a . Označimo kraću osnovicu trapeza s c , krak duljine 5 cm s b te drugi krak s d . Primjenom Pitagorinog poučka na dio trapeza dobivamo da je $d = \sqrt{5^2 - 3^2} =$

$\sqrt{25 - 9} = 4$. Krak d polumjer je baze tijela koje nastaje rotacijom, pa je ujedno i polumjer baze valjka i stošca. Iz volumena tijela koja nastaje rotacijom $d^2\pi c + \frac{3d^2\pi}{3} = 100\pi$ dobivamo $c = \frac{21}{4}$. Sada je $a = 3 + c = \frac{33}{4}$.

Zadatak 63. Trokut $\triangle ABC$ upisan je u jediničnu kružnicu. Simetrale kutova α, β i γ produljene su i sijeku kružnicu u odgovarajućim točkama A_1, B_1 i C_1 . Koliko iznosi vrijednost izraza

$$\frac{|AA_1| \cos \frac{\alpha}{2} + |BB_1| \cos \frac{\beta}{2} + |CC_1| \cos \frac{\gamma}{2}}{\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma}?$$

Rješenje: Spojimo B i A_1 te dobivamo dužinu $\overline{BA_1}$ kao na slici 13.17.



Slika 13.17: Zadatak 55.

Tada je

$$|AA_1| = 2 \sin \left(\beta + \frac{\alpha}{2} \right) = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta + \gamma}{2} + \frac{\beta}{2} - \frac{\gamma}{2} \right) = 2 \cos \left(\frac{\beta}{2} - \frac{\gamma}{2} \right).$$

Stoga je

$$|AA_1| \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \cos \left(\frac{\beta}{2} - \frac{\gamma}{2} \right) \cos \frac{\alpha}{2} = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \gamma \right) + \cos \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right) = \sin \gamma + \sin \beta.$$

Na sličan način dobivamo i $|BB_1| \cos \frac{\beta}{2} = \sin \alpha + \sin \gamma$ i $|CC_1| \cos \frac{\gamma}{2} = \sin \alpha + \sin \beta$.

Zato je

$$|AA_1| \cos \frac{\alpha}{2} + |BB_1| \cos \frac{\beta}{2} + |CC_1| \cos \frac{\gamma}{2} = 2(\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma)$$

pa je

$$\frac{|AA_1| \cos \frac{\alpha}{2} + |BB_1| \cos \frac{\beta}{2} + |CC_1| \cos \frac{\gamma}{2}}{\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma} = \frac{2(\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma)}{\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma} = 2.$$

Zadatak 64. Koja je krivulja dana jednadžbom $\frac{x^2}{\sin \sqrt{2} - \sin \sqrt{3}} + \frac{y^2}{\cos \sqrt{2} - \cos \sqrt{3}} = 1$? Odredite na kojoj osi leže žarišta te krivulje.

Rješenje: Kako je $\sqrt{2} + \sqrt{3} > \pi$, vrijedi $0 < (\frac{\pi}{2} - \sqrt{2}) < (\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}) < \frac{\pi}{2}$ i $\cos(\frac{\pi}{2} - \sqrt{2}) > \cos(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2})$, tj. $\sin \sqrt{2} > \sin \sqrt{3}$.

S druge strane, $0 < \sqrt{2} < \frac{\pi}{2}$ i $\frac{\pi}{2} < \sqrt{3} < \pi$ vrijedi $\cos \sqrt{2} > 0$ i $\cos \sqrt{3} < 0$. Slijedi $(\cos \sqrt{2} - \cos \sqrt{3}) > 0$. Gornja jednadžba jest jednadžba elipse.

Odredimo na kojoj osi leže njena žarišta.

Kako je

$$(\sin \sqrt{2} - \sin \sqrt{3}) - (\cos \sqrt{2} - \cos \sqrt{3}) = \\ 2\sqrt{2} \sin \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2} \sin \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{4} \right)$$

i

$$-\frac{\pi}{2} < \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2} < 0,$$

dobivamo

$$\begin{aligned} \sin \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2} &< 0, \\ \frac{\pi}{2} < \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2} &< \frac{3\pi}{4}, \\ \frac{3\pi}{4} < \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{4} &< \pi, \\ \sin \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{4} \right) &> 0. \end{aligned}$$

Prema tome, $(\sin \sqrt{2} - \sin \sqrt{3}) - (\cos \sqrt{2} - \cos \sqrt{3}) < 0$. Dakle $(\sin \sqrt{2} - \sin \sqrt{3}) < (\cos \sqrt{2} - \cos \sqrt{3})$, pa elipsa ima žarišta na y -osi.

Zadatak 65. Dva igrača naizmjenično bacaju dvije igraće kockice. Pobjeđuje onoj igrač koji prvi dobije zbroj veći od 6. Odredite vjerojatnost da pobijedi prvi igrač.

Rješenje: Prostor elementarnih događaja pri bacanju dviju kockica jest

$$\Omega = \{(1,1), (1,2), (2,1), \dots, (6,6)\},$$

pa vjerojatnost da pri bacanju dvije igraće kockice padne zbroj koji je veći od 6 iznosi $\frac{21}{36} = \frac{7}{12}$. Vjerojatnost da pobijedi prvi igrač iznosi

$$\frac{7}{12} + \left(\frac{5}{12} \right)^2 \cdot \frac{7}{12} + \left(\frac{5}{12} \right)^4 \cdot \frac{7}{12} + \dots = \frac{7}{12} \cdot \frac{1}{1 - \frac{25}{144}} = \frac{12}{17}.$$

Zadatak 66. U pravokutnom koordinatnom sustavu dvije kružnice prolaze točkom $(3, 2)$ i diraju obje koordinatne osi. Izračunajte zbroj njihovih polumjera.

Rješenje: Budući da kružnice diraju obje koordinatne osi, središte svake kružnice leži na simetrali kuta kojeg zatvaraju koordinatne osi. To je pravac $y = x$ (ili $y = -x$, no u tom slučaju kružnica ne prolazi točkom $(3, 2)$). Ako je (r, r) središte kružnice, tada je udaljenost do $(3, 2)$ jednaka r . Dobivamo $r^2 = (r-3)^2 + (r-2)^2$ tj. $r^2 - 10r + 13 = 0$. Traženi su polumjeri rješenja te jednadžbe, a njihov zbroj iznosi 10.

Zadatak 67. Koliko postoji prirodnih brojeva oblika $1287\bar{ab}6$ koji su višekratnici broja 72?

Rješenje: Prirodan je broj višekratnik broja 72 ako je djeljiv i s 8 i s 9. Promotrimo djeljivost s 9. Broj je djeljiv s 9 ako je zbroj njegovih znamenki djeljiv s 9. Dakle, $1 + 2 + 8 + 7 + a + b + 6 = 24 + a + b$ jest djeljiv s 9, pa mora vrijediti $a + b = 3$ ili $a + b = 12$. Broj je djeljiv s 8 ako je njegov troznamenkasti završetak djeljiv s 8. Znači da $ab6$ mora biti djeljiv s 8. Ako je $a = 3, b = 9$, dobivamo broj 396, koji nije djeljiv s 8. Ako je $a = 7, b = 5$ dobivamo broj 756 koji nije djeljiv s 8. Preostale mogućnosti jesu: za $b = 7$ jest $a = 5$, za $b = 3$ jest $a = 0$ ili $a = 9$, dok za $b = 1$ jest $a = 2$. Od tih mogućnosti odgovaraju samo $(a, b) \in \{(5, 7), (9, 3), (2, 1)\}$. Dakle, postoje tri para koja daju ukupno tri prirodna broja traženog oblika.

Zadatak 68. Odredite sve cijelobrojne vrijednosti parametra a za koje je funkcija $f(x) = x^2 + 2ax + a^2 + 4a$ negativna za svaki $x \in \langle 1, 3 \rangle$.

Rješenje: Graf dane funkcije parabola je okrenuta otvorom prema gore. Ona je na danom intervalu negativna ako i samo ako funkcija ima nultočke x_1, x_2 za koje vrijedi da je $x_1 < x_2$, $1 < x_1$ i $x_2 > 3$. Štoviše, ako s D označimo diskriminantu, mora vrijediti $\frac{D}{4} > 0$, $f(1) \leq 0$ i $f(3) \leq 0$. Dobivamo sustav:

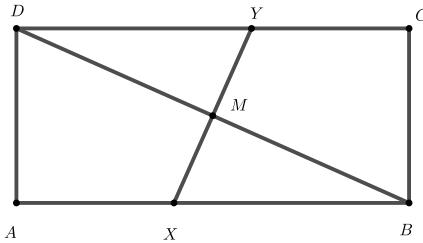
$$\begin{aligned}\frac{D}{4} &= a^2 - (a^2 + 4a) > 0 \\ f(1) &= a^2 + 6a + 1 \leq 0 \\ f(3) &= a^2 + 10a + 9 \leq 0.\end{aligned}$$

Slijedi:

$$\begin{aligned}a &< 0 \\ -3 - 2\sqrt{2} &\leq a \leq -3 + 2\sqrt{2} \\ -9 &\leq a \leq -1.\end{aligned}$$

Odatle je $a \in \{-5, -4, -3, -2, -1\}$.

Zadatak 69. Dan je papir pravokutnog oblika dimenzija $24 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$. Zamislimo da su njegovi vrhovi označeni s A, B, C i D . Presavijmo papir duž dijagonale \overline{BD} , a zatim još jednom tako da se suprotni vrhovi papira podudaraju, tj. A s C , te B s D . Kada papir razmotamo, osim dijagonale vidimo još jedan pregib. Kolika je duljina tog pregiba?



Slika 13.18: Zadatak 69.

Rješenje: Primjenom Pitagorinog poučka dobivamo da je $|BD| = 26 \text{ cm}$. Pregib čiju duljinu trebamo odrediti nazovimo dužinom \overline{XY} kao na slici. \overline{XY} mora biti okomita na dužinu \overline{BD} i prolaziti njezinim polovištem. Nakon presavijanja se B i D poklapaju, tj. možemo ih promatrati kao jednu točku. Bilo koja točka pregiba jednako je udaljena od njih, a stvaranje tog pregiba savijanjem papira ne mijenja udaljenost između bilo kojih dviju točaka ukoliko dužina između njih ne siječe pregib, pa je svaka točka pregiba jednako udaljena od B i D . Stoga je $|BM| = 13 \text{ cm}$ te je $\triangle ABD$ sličan $\triangle BXM$. Koeficijent sličnosti iznosi $\frac{|AB|}{|MB|} = \frac{24}{13}$. Dobivamo $|XM| = \frac{130}{24} \text{ cm}$. Zbog simetričnosti je $|YM| = |XM|$, pa je $|XY| = \frac{65}{6} \text{ cm}$.

Zadatak 70. Na koliko najmanje godina moramo uložiti $50\,000 \text{ kn}$, uz kamatnu stopu od 6% , da bi se uloženi iznos povećao za 50% , ako se ukamaćivanje provodi 4 puta godišnje?

Rješenje: Označimo uloženi novac s C_0 , a vrijednost koja se poveća za 50% s C_t . Kamatnu stopu označimo s p . Kamate se obračunavaju svaka tri mjeseca, pa se iznos svaka tri mjeseca ukamaće s kamatnom stopom $\frac{p}{4}$. Dobivamo $C_t = C_0 \cdot (1 + \frac{p}{4})^{4t}$, tj. vrijedi $75000 = 50000 \cdot (1 + \frac{p}{4})^{4t}$. Odavde ćemo izračunati vrijeme t . Slijedi $(1 + \frac{p}{4})^{4t} = \frac{75000}{50000}$, tj. $4t \log(1.015) = \log \frac{3}{2}$. Iz tog dobivamo $t = 6.8 \text{ godina}$, odnosno 6 godina, 9 mjeseci i 21 dan. S obzirom da se obračun kamata vrši svaka tri mjeseca, novac mora biti oročen punih 7 godina.

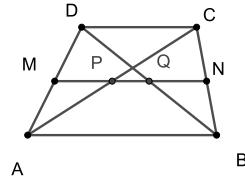
Zadatak 71. Dokažite da je $\log_2 3$ iracionalan broj.

Rješenje: Prepostavimo da je broj $\log_2 3$ racionalan, tj. da ga možemo zapisati u obliku $\log_2 3 = \frac{a}{b}$, gdje su $a, b \in \mathbb{N}$. Dobivamo jednakost $2^a = 3^b$, što je nemoguće jer je izraz na lijevoj strani prethodne jednakosti paran broj, dok je izraz na desnoj strani neparan. Prema tome, naša je prepostavka pogrešna te je $\log_2 3$ iracionalan.

Zadatak 72. Koliko znamenki ima broj $(111\ 111\ 111)^2$? Koja je srednja znamenka?

Rješenje: Pogledajmo najprije $1^2 = 1$, zatim $11^2 = 121$. Nastavljamo s $111^2 = 12321$ te $(1111)^2 = 1234321$. Induktivno dobivamo $(111\ 111\ 111)^2 = 12345678987654321$. Traženi broj ima 17 znamenki, a srednja je znamenka 9.

Zadatak 73. U trapezu $ABCD$, točka M polovište je kraka \overline{AD} , a točka N polovište je kraka \overline{BC} . Dužina \overline{MN} siječe \overline{AC} u točki P , a \overline{BD} u točki Q . Ako je $|CD| = 7$ cm i $|AB| = 13$ cm, odredite duljinu dužine \overline{PQ} .



Slika 13.19: Zadatak 73.

Rješenje: Kako je \overline{MN} srednjica trapeza $ABCD$, vrijedi $MN \parallel AB$. Sada možemo zaključiti da vrijedi $\triangle DMQ \sim \triangle ABD$ te $\triangle APM \sim \triangle ACD$, pri čemu je koeficijent sličnosti jednak $\frac{1}{2}$. Stoga je $|MQ| = 6.5$ cm, a $|MP| = 3.5$ cm, $|PQ| = |MQ| - |MP| = 3$ cm.

Zadatak 74. Dešifrirati poruku 2017 – 1; 2 – 5 – 1 3 – 10 – 8 32 – 4 – 4 35 – 6 – 5 73 – 4 – 10 73 – 5 – 7 3 – 3 – 9 38 – 2 – 12 76 – 2 – 2 78 – 2 – 10 41 – 8 – 1 74 – 5 – 2 55 – 4 – 10 59 – 4 – 8 76 – 3 – 4 33 – 3 – 19 35 – 8 – 17 57 – 12 – 3 82 – 2 – 10 38 – 8 – 11 60 – 2 – 17 41 – 4 – 6 80 – 4 – 10 47 – 2 – 3 57 – 2 – 6 78 – 4 – 11 6 – 18 – 41 84 – 4 – 9 10 – 6 – 18 41 – 14 – 21 ukoliko početak poruke označava primjerak časopisa Osječki matematički list koji je korišten pri šifriranju, a svako slovo poruke dano je pomoću triju brojeva koji redom označavaju broj stranice, broj retka te redni broj slova u tom retku koje treba iskoristiti.

Rješenje: Potrebno je uzeti časopis Osječki matematički list, godina 2017, broj 1, i po stranicama uzimati slova. Npr 2-5-1 znači druga stranica, peti redak, prvo slovo. Rješenje je: "stanizgoriodolazimnaneodređeno".

Zadatak 75. Zbroj nekog prirodnog broja, njegovog kvadrata i njegovog drugog korijena iznosi 276. Koji je to broj?

Rješenje: Možemo postaviti jednadžbu $x + x^2 + \sqrt{x} = 276$. Očito x mora biti potpun kvadrat te kvadrat od x mora biti manji od 276. Najveći je takav x 16 te provjerom dobivamo $4 + 16 + 256 = 276$.

Zadatak 76. Zbroj sedam uzastopnih dvoznamenkastih brojeva neće se promjeniti ako znamenke brojeva zamijene mjesta. Koji su to brojevi?

Rješenje: Neka je početni broj oblika $10a + b$. Zbroj sedam uzastopnih dvoznamenkastih brojeva zapišimo na sljedeći način:

$$\begin{aligned}10a + b + 10a + b + 1 + 10a + b + 2 + \cdots + 10a + b + 6 = \\10b + a + 10(b + 1) + a + 10(b + 2) + a + \cdots + 10(b + 6) + a.\end{aligned}$$

Odatle je $70a + 7b + 21 = 70b + 7a + 210$ te $a - b = 3$.

Tražimo one dvoznamenkaste brojeve kojima je znamenka desetice za tri veća od znamenke jedinice. Znamenka jedinice mora biti različita od 0 u svih 7 uzastopnih brojeva. Taj uvjet zadovoljavaju brojevi:

41, 42, 43, 44, 45, 46, 47

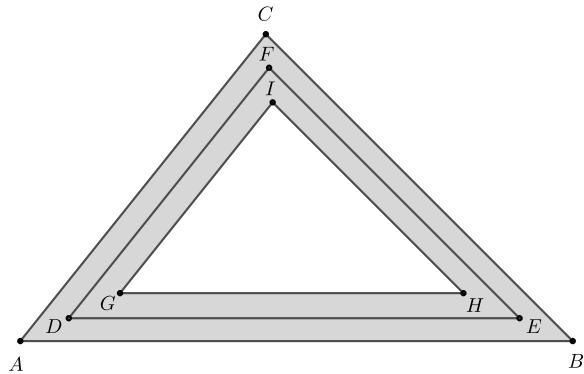
52, 53, 54, 55, 56, 57, 58

63, 64, 65, 66, 67, 68, 69.

Zadatak 77. Ako na satu trenutno piše 10:45 h, koliko će sati biti 143 999 999 995 minuta od sada?

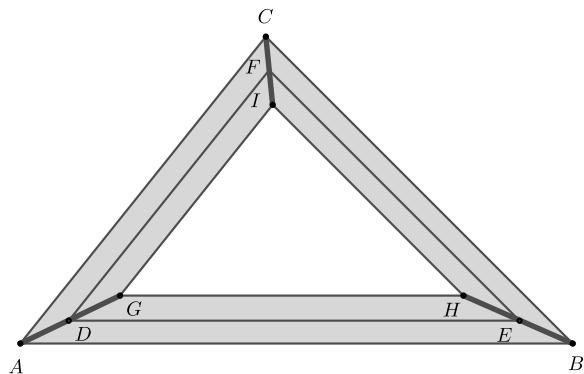
Rješenje: Broj je 143 999 999 995 za 5 manji od broja 144 000 000 000, pa ćemo umjesto 143 999 999 995 minuta promatrati 144 000 000 000 minuta. Taj je broj višekratnik broja 60, tj. $144\ 000\ 000\ 000 : 60 = 2\ 400\ 000\ 000$ sati, što podijeljeno s 24 daje točno 100 000 000 dana. U tom slučaju dobili bismo opet isto vrijeme, 10:45 h. Kako je početni broj minuta bio za 5 minuta manji, traženo vrijeme iznosi 10:40 h.

Zadatak 78. Koliko iznosi osjenčana površina između trokuta $\triangle ABC$ i $\triangle GHI$ na slici 13.20 ako su odgovarajuće stranice svih triju trokuta paralelne? Stranice trokuta $\triangle ABC$ udaljene su 1 cm od stranica trokuta $\triangle DEF$, a stranice trokuta $\triangle DEF$ udaljene su 1 cm od stranica trokuta $\triangle GHI$. Duljine stranica trokuta $\triangle DEF$ iznose redom 5 cm, 6 cm i 7 cm.



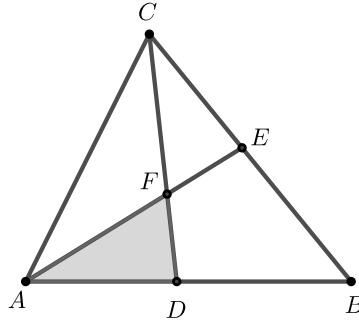
Slika 13.20: Zadatak 78.

Rješenje: Ukoliko spojimo vrhove trokuta $\triangle ABC$, $\triangle DEF$ i $\triangle GHI$ kao na slici 13.21, dobivamo tri trapeza čije su srednjice stranice trokuta $\triangle DEF$. Visina svakog trapeza iznosi 2 cm. Površine trapeza iznose redom $5 \cdot 2 = 10 \text{ cm}^2$, $6 \cdot 2 = 12 \text{ cm}^2$ i $7 \cdot 2 = 14 \text{ cm}^2$, stoga tražena osjenčana površina iznosi 36 cm^2 .



Slika 13.21: Zadatak 78. - rješenje

Zadatak 79. U trokutu $\triangle ABC$ simetrale kuta $\angle BAC$ i $\angle ACB$ sijeku se u točki F , a pravac CF siječe pravac AB u točki D (kako je i prikazano na slici 13.22). Odredite omjer površina trokuta $\triangle ABC$ i trokuta $\triangle ADF$, ako je $|AB| = 7$ cm, $|BC| = 8$ cm i $|AC| = 6$ cm.



Slika 13.22: Zadatak 79.

Rješenje: Primjenit ćemo teorem o simetrali unutarnjeg kuta trokuta: simetrala unutarnjeg kuta trokuta dijeli tom kutu nasuprotnu stranicu u omjeru preostalih stranica.

Prema gore navedenom teoremu, za dani trokut vrijedi

$$|AD| : |DB| = |AC| : |BC| = 6 : 8 = 3 : 4.$$

Slijedi $|AD| = 3k$, $|DB| = 4k$, $|AD| + |DB| = |AB|$, tj. $|AB| = 7k$. Dobivamo da je $k = 1$ pa je $|AD| = 3$ cm, $|DB| = 4$ cm. Promatrajući površine trokuta $\triangle ADC$ i $\triangle ABC$ s obzirom na duljine stranica \overline{AD} i \overline{AB} dobivamo

$$P_{\triangle ADC} = \frac{3}{7} P_{\triangle ABC}.$$

Primjenjujući gornji teorem o simetrali kuta na trokut $\triangle ADC$, dobivamo

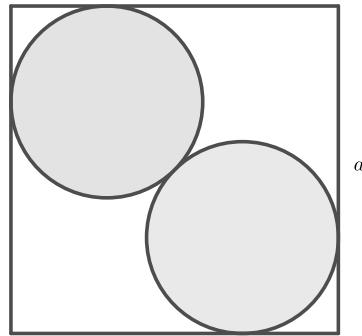
$$|DF| : |FC| = |AD| : |AC| = 3 : 6 = 1 : 2.$$

Promatrajući površine trokuta $\triangle ADF$ i $\triangle ADC$ s obzirom na duljine stranica \overline{DF} i \overline{DC} dobivamo

$$P_{\triangle ADF} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} P_{\triangle ABC} = \frac{1}{7} P_{\triangle ABC}.$$

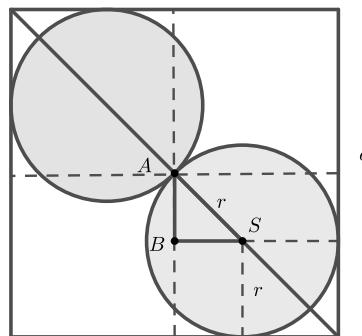
Dakle, omjer površina trokuta $\triangle ABC$ i trokuta $\triangle ADF$ iznosi $7 : 1$.

Zadatak 80. U kvadrat stranice duljine a upisane su dvije sukladne kružnice kao na slici 13.23. Koliko iznosi površina osjenčanog dijela?



Slika 13.23: Zadatak 80.

Rješenje: Neka je r duljina polumjera danih kružnica. Na slici 13.24. uočimo trokut $\triangle ABS$: $|AS| = r$, $|AB| = |BS| = \frac{a}{2} - r$. Trokut $\triangle ABS$ jest jednako-



Slika 13.24: Zadatak 80. - rješenje

kračan i pravokutan. Primjenom Pitagorinog poučka dobivamo $r^2 = 2(\frac{a}{2} - r)^2$, odakle je $r = \frac{2-\sqrt{2}}{2}a$. Površina osjenčanog dijela iznosi $(3 - 2\sqrt{2})a^2\pi$.

Zadatak 81. Zadan je niz od 456 iracionalnih brojeva te dva igrača igraju igru u kojoj naizmjenično uzimaju prvi ili posljednji broj u nizu, a nakon što je neki broj odabran, isti se briše iz niza. Igra završava kada su odabrani svi brojevi, a pobjednik je igrač koji je odabrao brojeve čija je ukupna suma veća. Odredite pobjedničku strategiju.

Rješenje: Prvi igrač treba provjeriti je li veća suma brojeva koji se nalaze na parnim mjestima ili brojeva koji se nalaze na neparnim mjestima. Ako je veća

suma brojeva koji se nalaze na parnim mjestima, u prvom potezu uzima zadnji broj u nizu. Ako je veća suma brojeva na neparnim mjestima, u prvom potezu uzima prvi broj u nizu. U dalnjim potezima samo treba pratiti poteze drugog igrača, tj. ako drugi igrač uzme prvi broj u nizu, tada u idućem potezu to čini i prvi igrač, a ako u nekom potezu drugi igrač uzme zadnji broj u nizu, u idućem potezu i prvi igrač uzima zadnji broj u nizu.

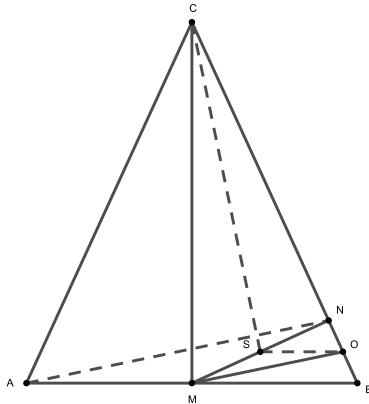
Zadatak 82. Odrediti broj kompleksnih brojeva z takvih da je

$$z^{2020} = \bar{z}.$$

Rješenje: Zapišimo kompleksni broj z u obliku $z = a + bi$, pri čemu su a, b realni brojevi. Sada jednadžba $z^{2020} = \bar{z}$ prelazi u $(a + bi)^{2020} = a - bi$. Množenjem s $a + bi$ dobivamo $(a + bi)^{2021} = a^2 + b^2$, odnosno $z^{2021} = |z|^2$. Odатле slijedi da je $|z| = 0$ ili $|z| = 1$. Ukoliko je $|z| = 0$, tada je $z = 0$ jedno rješenje. Ukoliko je $|z| = 1$, tada je $z^{2021} = 1$ te dobivamo još 2021 rješenje. Dakle, ukupno postoje 2022 kompleksna broja koji zadovoljavaju dani uvjet.

Zadatak 83. Dan je jednakokračan trokut ABC te neka je M polovište osnovice \overline{AB} . Na kraku \overline{BC} odabrana je točka N tako da je $MN \perp BC$, te neka je S polovište dužine \overline{MN} . Dokazite da su pravci AN i CS međusobno okomiti.

Rješenje: Označimo s O polovište dužine \overline{BN} te uočimo trokut MBN . Točka S polovište je njegove stranice \overline{MN} , a točka O polovište je druge njegove stranice \overline{BN} pa je OS srednjica trokuta MBN te slijedi $OS \parallel MB$. Kako je \overline{CM} ujedno i težišnica i visina trokuta ABC , vrijedi $CM \perp AB$ pa je $CM \perp MB$ te je zato i $CM \perp OS$.

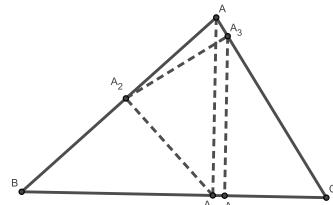


Slika 13.25: Zadatak 83.

Sada pogledajmo trokut MBC . Dosad znamo $MN \perp BC$ i $CM \perp OS$, pa na pravcima MN i OS leže visine trokuta MBC . Kako se ti pravci sijeku u točki

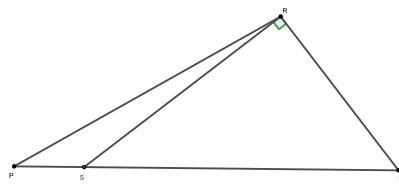
S , točka S ortocentar je trokuta MBC . Zato je $CS \perp OM$. Kako je M polovište dužine \overline{AB} , a O polovište dužine \overline{BN} , dužina \overline{OM} jest srednjica trokuta ABN , pa je $OM \parallel AN$. Iz $CS \perp OM$ i $OM \parallel AN$ slijedi $AN \perp CS$.

Zadatak 84. Iz vrha A šiljastokutnog trokuta ABC povučena je okomica na pravac BC koji siječe u točki A_1 . Zatim je točkom A_1 povučen pravac okomit na pravac AB koji siječe u točki A_2 . Točkom A_2 povučen je pravac okomit na pravac AC koji siječe u točki A_3 . Točkom A_3 povučen je pravac okomit na pravac BC koji siječe u točki A_4 te se zatim nastavlja na isti način. Dokažite da su sve točke $A_1, A_2, A_3 \dots$ međusobno različite.



Slika 13.26: Zadatak 84. ΔABC

Rješenje: Kako je trokut ABC šiljastokutan, sve točke A_1, A_2, A_3, \dots leže na stranicama tog trokuta. Također, nijedna od tih točaka ne podudara se s nekim od vrhova trokuta. Zaista, primijetimo da ako je u, npr., trokutu PQR na stranici \overline{PQ} dana točka S , koja je različita od točaka P i Q , te okomica na pravac QR kroz S siječe QR u točki R , tada se pri vrhu R mora nalaziti tupi kut. Neka je $T = \{i \in \mathbb{N} : A_i = A_j, \text{ za neki } j \in \mathbb{N}, j > i\}$. Pretpostavimo da je $T \neq \emptyset$ te neka je m najmanji element skupa T . Prema tome, postoji $n \in \mathbb{N}$, $n > m$, takav da je $A_m = A_n$. Ako je $m > 1$, tada je, prema konstrukciji, i $A_{m-1} = A_{n-1}$, što nije moguće jer bi tada i $m - 1$ bio element skupa T , no m jest najmanji element tog skupa. Dakle, mora vrijediti $m = 1$, no tada iz $A_n = A_1$ slijedi $A_{n-1} = A$, što nije moguće jer je $A_j \neq A$ za sve $j \in \mathbb{N}$. Prema tome, $T = \emptyset$ te su sve točke A_1, A_2, A_3, \dots međusobno različite.



Slika 13.27: Zadatak 84. ΔPQR

Zadatak 85. Neka su x, y, z realni brojevi veći od 1. Dokažite nejednakost

$$\frac{x^4}{(y-1)^2} + \frac{y^4}{(z-1)^2} + \frac{z^4}{(x-1)^2} \geq 48.$$

Rješenje: Uvedimo supstituciju $x = a + 1$, $y = b + 1$, $z = c + 1$. Tada su brojevi a, b, c pozitivni te primjenom aritmetičko-geometrijske nejednakosti dobivamo

$$\begin{aligned} \frac{x^4}{(y-1)^2} + \frac{y^4}{(z-1)^2} + \frac{z^4}{(x-1)^2} &= \frac{(a+1)^4}{b^2} + \frac{(b+1)^4}{c^2} + \frac{(c+1)^4}{a^2} \geq \\ &\geq 3 \cdot \left(\frac{(a+1)^4(b+1)^4(c+1)^4}{a^2b^2c^2} \right)^{\frac{1}{3}}. \end{aligned}$$

Također, prema aritmetičko-geometrijskoj nejednakosti vrijedi i $a+1 \geq 2\sqrt{a}$, pa je $(a+1)^4 \geq (2\sqrt{a})^4 = 16a^2$. Na isti je način i $(b+1)^4 \geq 16b^2$ te $(c+1)^4 \geq 16c^2$.

Sada je

$$\begin{aligned} \frac{x^4}{(y-1)^2} + \frac{y^4}{(z-1)^2} + \frac{z^4}{(x-1)^2} &= \frac{(a+1)^4}{b^2} + \frac{(b+1)^4}{c^2} + \frac{(c+1)^4}{a^2} \geq \\ &\geq 3 \cdot \left(\frac{16a^216b^216c^2}{a^2b^2c^2} \right)^{\frac{1}{3}} = 48. \end{aligned}$$

Zadatak 86. Odredite sva rješenja u skupu realnih brojeva sustava

$$\begin{aligned} x + \log(x + \sqrt{x^2 + 1}) &= y \\ y + \log(y + \sqrt{y^2 + 1}) &= z \\ z + \log(z + \sqrt{z^2 + 1}) &= x. \end{aligned}$$

Rješenje: Ako je $x > 0$, tada je $x + \sqrt{x^2 + 1} > 1$, pa je $\log(x + \sqrt{x^2 + 1}) > 0$ te $y > x$. Na isti način dobivamo $z > y$ i $x > z$, odakle slijedi $x > y$, što nije moguće. Ako je $x < 0$, tada je $0 < x + \sqrt{x^2 + 1} < 1$, pa je $\log(x + \sqrt{x^2 + 1}) < 0$ te $x < y$. Na isti je način $y < z$ te $z < x$, odakle je $y < x$, što nije moguće. Prema tome, mora vrijediti $x = 0$, što povlači $y = z = 0$ te je $x = y = z = 0$ jedino rješenje.

Zadatak 87. Dokazati da za realan broj x vrijedi $\lfloor x + \frac{1}{2} \rfloor = \lfloor 2x \rfloor - \lfloor x \rfloor$, pri čemu je s $\lfloor x \rfloor$ označen najveći cijeli broj koji nije veći od x .

Rješenje: Zapišimo x u obliku $x = \lfloor x \rfloor + \{x\}$, pri čemu je $0 \leq \{x\} < 1$. Primijetimo da je $\lfloor x + \frac{1}{2} \rfloor = \lfloor x \rfloor$ ako je $\{x\} < \frac{1}{2}$ i $\lfloor x + \frac{1}{2} \rfloor = \lfloor x \rfloor + 1$ ako je $\{x\} \geq \frac{1}{2}$. Zato ćemo promatrati dva slučaja.

Ako je $0 \leq \{x\} < \frac{1}{2}$, tada je $0 \leq 2\{x\} < 1$, pa je

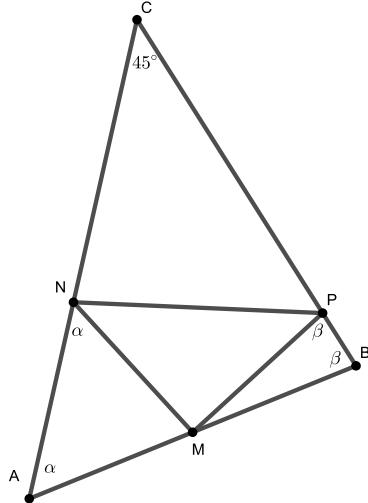
$$\lfloor 2x \rfloor - \lfloor x \rfloor = \lfloor 2\lfloor x \rfloor + 2\{x\} \rfloor - \lfloor x \rfloor = 2\lfloor x \rfloor - \lfloor x \rfloor = \lfloor x \rfloor = \left\lfloor x + \frac{1}{2} \right\rfloor.$$

Ako je $\frac{1}{2} \leq \{x\} < 1$, tada je $1 \leq 2\{x\} < 2$, pa je

$$\begin{aligned}[2x] - [x] &= [2[x] + 2\{x\}] - [x] = 2[x] + [2\{x\}] - [x] = \\ &= [x] + 1 = \left\lfloor x + \frac{1}{2} \right\rfloor. \end{aligned}$$

Na taj smo način provjerili sve slučajeve i tvrdnja je dokazana.

Zadatak 88. Dan je šiljastokutan i raznostraničan trokut ABC pri čemu je $\angle BCA = 45^\circ$. Neka je točka N nožište okomice iz vrha B na stranicu \overline{AC} te neka je točka P nožište okomice iz vrha A na stranicu \overline{BC} . Ako je s M označeno polovište stranice \overline{AB} , dokažite da je trokut NMP jednakokračan i pravokutan.



Slika 13.28: Zadatak 88.

Rješenje: Kako su kutovi $\angle BNA$ i $\angle BPA$ pravi, prema obratu Talesova teorema točke A, N, P, B leže na kružnici sa središtem u točki M , pa je $|AM| = |MB| = |MN| = |MP|$ te su trokuti AMN, BPM i NMP jednakokračni. Preostaje dokazati da je trokut NMP pravokutan te očito jedino kut $\angle NMP$ može biti pravi.

Primijetimo da $\angle NMP$, zajedno s kutovima $\angle AMN$ i $\angle PMB$, čini ispruženi kut. Označimo li $\angle CAM$ s α i $\angle ABC$ s β , iz trokuta ABC slijedi $\alpha + \beta + 45^\circ = 180^\circ$, pa je $\alpha + \beta = 135^\circ$.

Iz jednakokračnih trokuta AMN i MBP dobivamo $2\alpha + \angle AMN = 180^\circ$ i $2\beta + \angle PMB = 180^\circ$. Zbrajanjem tih jednakosti dobivamo $2(\alpha + \beta) + \angle AMN + \angle PMB = 360^\circ$, odakle je $\angle AMN + \angle PMB = 360^\circ - 2 \cdot 135^\circ = 90^\circ$.

Iz $\angle NMP + \angle AMN + \angle PMB = 180^\circ$ sada dobivamo $\angle NMP = 90^\circ$, pa je trokut NMP pravokutan.

Zadatak 89. Neka je S podskup skupa $\{1, 2, \dots, 2020\}$ koji sadrži 30 elemenata te neka je za sve $a, b \in S$, $a \neq b$, najveći zajednički djelitelj od a i b jednak 1. Dokažite da barem polovica elemenata iz S moraju biti prosti brojevi.

Rješenje: Pretpostavimo da u skupu S postoji barem 16 elemenata koji nisu prosti. Dakle, tada u skupu S postoji barem 15 elemenata koji nisu prosti, ali imaju proste djelitelje. Pokažimo da svaki takav broj iz skupa S mora imati prost djelitelj manji od 44. Pretpostavimo suprotno, neka je $m \in S$ složen broj koji nema prost djelitelj manji od 44. Tada je $m = a \cdot b$, pri čemu je a prost broj, $a \geq 47$ te b prirodan broj veći od 1. No tada i b ima prost djelitelj koji je također i djelitelj od $m = a \cdot b$, pa je i $b \geq 47$. Slijedi $m = a \cdot b > 2020$, što nije moguće. Kako postoji ukupno 14 prostih brojeva manjih od 44, prema Dirichletovu principu među promatranih 15 brojeva postoje dva koja imaju zajednički prosti djelitelj pa im je najveći zajednički djelitelj veći od 1, što nije moguće. Prema tome, u skupu S postoji barem 15 prostih brojeva.

Zadatak 90. Dokažite da ne postoje prirodni brojevi a, b, c, d takvi da je $a^2 + b^2 = 3c^2 + 3d^2$.

Rješenje: Neka je

$$S = \{(a, b, c, d) : a, b, c, d \in \mathbb{N}, a^2 + b^2 = 3c^2 + 3d^2\}.$$

Treba pokazati da je $S = \emptyset$. Pretpostavimo suprotno, neka je $S \neq \emptyset$ te neka je $S_1 = \{a + b + c + d : (a, b, c, d) \in S\}$. Tada je S_1 neprazan podskup skupa prirodnih brojeva pa ima najmanji element. Označimo najmanji element skupa S_1 s m te neka je (a, b, c, d) element iz S za koji vrijedi $a + b + c + d = m$.

Iz $a^2 + b^2 = 3c^2 + 3d^2$ slijedi da je $a^2 + b^2$ djeljivo s 3. Primijetimo da se prirodan broj koji nije djeljiv s 3 može zapisati u obliku $3k + 1$ ili $3k + 2$, pri čemu je k neki nenegativan cijeli broj. Prema tome, kvadrat prirodnog broja koji nije djeljiv s 3 oblika je $3l + 1$ za neki nenegativan cijeli broj l , jer je $(3k+1)^2 = 3(3k^2+2k)+1$ i $(3k+2)^2 = 3(3k^2+4k+1)+1$. Dakle, ako nijedan od brojeva a i b nije djeljiv s 3, tada je $a^2 + b^2$ oblika $3l_1 + 1 + 3l_2 + 1 = 3(l_1 + l_2) + 2$ za neke nenegativne cijele brojeve l_1, l_2 , pa $a^2 + b^2$ nije djeljivo s 3. Ako je točno jedan od brojeva a i b djeljiv s 3, tada je jedan od brojeva a^2, b^2 oblika $3l_1$, a drugi oblika $3l_2 + 1$ za neki prirodan broj l_1 i nenegativan cijeli broj l_2 , pa je $a^2 + b^2 = 3(l_1 + l_2) + 1$, što također nije djeljivo s 3. Prema tome, da bi $a^2 + b^2$

bilo djeljivo s 3, moraju i a i b biti djeljivi s 3, pa je $a = 3e$ i $b = 3f$ za neke prirodne brojeve e, f jer su a i b prirodni brojevi. Sada je $a^2 + b^2 = 9e^2 + 9f^2$, odakle je $9e^2 + 9f^2 = 3c^2 + 3d^2$ ili $c^2 + d^2 = 3e^2 + 3f^2$. Slijedi $(c, d, e, f) \in S$, uz $e < a$ i $f < b$, pa je $c + d + e + f \in S_1$ uz $c + d + e + f < a + b + c + d = m$, što nije moguće. Dakle, $S = \emptyset$.

Zadatak 91. Odredite najmanji prirodan broj n takav da je moguće poredati u krug prirodne brojeve $1, 2, \dots, n$ na način da svaka dva susjedna broja imaju barem jednu znamenku jednaku.

Rješenje: Kako oba broja koji su susjedni broju 9 moraju sadržavati znamenku 9, slijedi da je $n \geq 29$. Za $n = 29$ postoji traženi poredak oblika

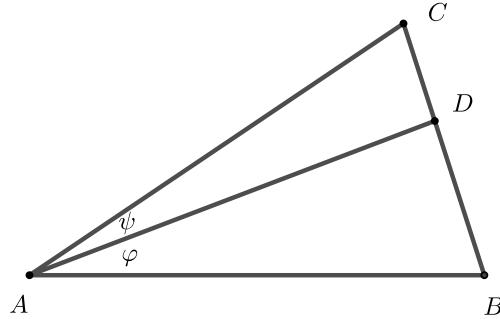
$$(1, 11, 12, 2, 22, 23, 3, 13, 14, 4, 24, 25, 5, 15, 16, 6, 26, 27, 7, 17, 18, \\ 8, 28, 29, 9, 19, 21, 20, 10).$$

Zato je $n = 29$.

Zadatak 92. Neka je u šiljastokutnom trokutu ABC odabrana točka D . Dokazati da se točka D nalazi na stranici \overline{BC} ako i samo ako vrijedi

$$\frac{\sin(\varphi + \psi)}{|AD|} = \frac{\sin \varphi}{|AC|} + \frac{\sin \psi}{|AB|},$$

pri čemu je s φ označen kut $\angle DAB$, a s ψ kut $\angle CAD$.



Slika 13.29: Zadatak 92.

Rješenje: Primijetimo kako se točka D nalazi na stranici \overline{BC} ako i samo ako je površina trokuta ABC jednaka sumi površina trokuta DAB i trokuta CAD , odnosno ako i samo ako je

$$\frac{|AB| \cdot |AC| \sin(\varphi + \psi)}{2} = \frac{|AB| \cdot |AD| \sin \varphi}{2} + \frac{|AD| \cdot |AC| \sin \psi}{2},$$

odakle dijeljenjem s $\frac{|AB| \cdot |AC| \cdot |AD|}{2}$ slijedi tražena jednakost.

Zadatak 93. Odredite najveći prirodan broj n takav da sustav jednadžbi

$$(x+1)^2 + y_1^2 = (x+2)^2 + y_2^2 = \dots = (x+n)^2 + y_n^2$$

ima cjelobrojno rješenje.

Rješenje: Primjetimo da, uzmemmo li $n = 3$ i $x = -2$ prva i posljednja jednadžba sustava postaju jednakе te dobivamo sustav

$$y_1^2 + 1 = y_2^2 = y_3^2 + 1,$$

čije je jedno je rješenje dano s $(x, y_1, y_2, y_3) = (-2, 0, 1, 0)$. Kako su $x+1, x+2, \dots, x+n$ naizmjenično različitih parnosti (tj. $x+1, x+3, \dots$ jesu iste parnosti, dok su $x+i$ i $x+i+1$ različite parnosti za svaki prirodan broj i), slijedi da y_1, y_2, \dots, y_n također moraju biti naizmjenično različitih parnosti. Neka je $n \geq 4$. Tada postoji $k \in \{2, 3\}$ takav da je y_k paran. Iz jednakosti

$$(x+k-1)^2 + y_{k-1}^2 = (x+k)^2 + y_k^2 = (x+k+1)^2 + y_{k+1}^2$$

dobivamo

$$(x+k)^2 + y_k^2 = (x+k-1)^2 + y_{k-1}^2 + (x+k+1)^2 + y_{k+1}^2$$

te, sređivanjem,

$$2y_k^2 = y_{k-1}^2 + y_{k+1}^2 + 2.$$

Kako je y_k paran, lijeva strana prethodne jednakosti djeljiva je s 8. No kako su y_{k-1} i y_{k+1} neparni, njihovi kvadrati pri dijeljenju s 8 daju ostatak 1, pa desna strana prethodne jednakosti nije djeljiva s 8. Dakle, $n = 3$.

Zadatak 94. Odredite sve nenegativne cijele brojeve a i b za koje vrijedi $(ab-7)^2 = a^2 + b^2$.

Rješenje: Kako je $(ab-7)^2 = a^2b^2 - 14ab + 49 = a^2b^2 - 12ab + 36 - 2ab + 13 = (ab-6)^2 - 2ab + 13$, iz $(ab-7)^2 = a^2 + b^2$ slijedi $(ab-6)^2 = a^2 + b^2 + 2ab - 13 = (a+b)^2 - 13$. Odatle slijedi $(a+b)^2 - (ab-6)^2 = 13$, odnosno $(a+b-ab+6) \cdot (a+b+ab-6) = 13$. Kako su a i b cijeli brojevi, a 13 je prost broj, slijedi $a+b-ab+6 \in \{1, -1, 13, -13\}$ i $a+b+ab-6 = \frac{13}{a+b-ab+6}$. Na taj način dobivamo četiri sustava jednadžbi s rješenjima $(a, b) \in \{(0, 7), (7, 0), (3, 4), (4, 3)\}$.

Zadatak 95. Odredite broj tročlanih podskupova $S = \{a, b, c\}$ skupa $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$ takvih da je abc djeljivo s 4.

Rješenje: Broj svih tročlanih podskupova od $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$ jednak je $\binom{20}{3} = 1140$. Ako produkt elemenata nekog tročlanog podskupa nije djeljiv s 4, tada

su ili svi elementi tog tročlanog podskupa neparni, a takvih je podskupova $\binom{10}{3} = 120$ ili su dva elementa tog podskupa neparni, a treći je paran i nije djeljiv s 4, a takvih je podskupova $5 \cdot \binom{10}{2} = 225$. Prema tome, traženih je podskupova $1140 - 120 - 225 = 795$.

Zadatak 96. Dokazati da za pozitivne realne brojeve x, y, z takve da je $xyz \leq 1$ vrijedi

$$\frac{x}{z} + \frac{y}{x} + \frac{z}{y} \geq x + y + z.$$

Rješenje: Kako je $xyz \leq 1$, slijedi $x \leq \frac{1}{yz}$, $y \leq \frac{1}{xz}$ i $z \leq \frac{1}{xy}$. Prema nejednakosti između aritmetičke i geometrijske sredine vrijedi

$$2\frac{x}{z} + \frac{z}{y} = \frac{x}{z} + \frac{x}{z} + \frac{z}{y} \geq 3\sqrt[3]{\frac{x^2}{yz}} \geq 3\sqrt[3]{x^3} = 3x.$$

Na isti način dobivamo

$$2\frac{y}{x} + \frac{x}{z} \geq 3y$$

i

$$2\frac{z}{y} + \frac{y}{x} \geq 3z.$$

Zbrajanjem prethodnih nejednakosti dobivamo

$$3\frac{x}{z} + 3\frac{y}{x} + 3\frac{z}{y} \geq 3(x + y + z),$$

odakle dijeljenjem s 3 slijedi tražena nejednakost.

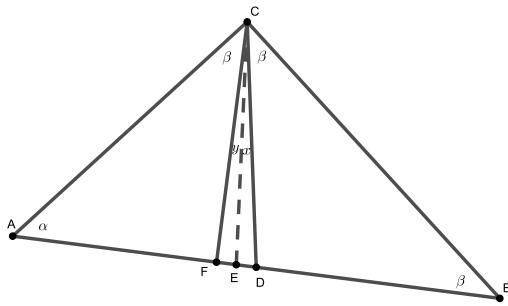
Zadatak 97. Dokazati da u četverokutu čije su duljine stranica prirodni brojevi i duljina svake stranice dijeli sumu duljina preostalih triju stranica barem dvije stranice moraju biti jednake duljine.

Rješenje: Pretpostavimo da za duljine stranica takvog četverokuta vrijedi $a < b < c < d$. Koristeći nejednakost trokuta dva puta dobivamo $d < a + b + c$. Također je i $a + b + c < 3d$, a kako d dijeli $a + b + c$, slijedi $a + b + c = 2d$. Prema tome, svaki od brojeva a, b, c dijeli $a + b + c + d = 3d$. Neka je $x = \frac{3d}{a}$, $y = \frac{3d}{b}$ i $z = \frac{3d}{c}$. Iz $a < b < c$ slijedi $x > y > z > 3$, pa je $x \geq 6, y \geq 5, z \geq 4$. Sada je $2d = a + b + c \leq \frac{3d}{6} + \frac{3d}{5} + \frac{3d}{4} < 2d$, što nije moguće. Zato barem dvije stranice četverokuta moraju biti jednake duljine.

Zadatak 98. Dokažite da je u pravokutnom trokutu simetrala vrha pravog kuta ujedno i simetrala kuta koji čine težišnica i visina iz vrha pravog kuta.

Rješenje: Uzmimo da je pravi kut u vrhu C . Označimo $\angle CAB$ s α i $\angle ABC$ s β . Ako je $\alpha = \beta$, trokut je jednakokračan pravokutan pa se simetrala pravog kuta, težišnica i visina iz vrha pravog kuta podudaraju te nemamo što pokazivati. Zato možemo uzeti da je $\alpha \neq \beta$. Možemo pretpostaviti da je $\alpha > \beta$. Neka je D polovište stranice AB , E sjecište simetrale pravog kuta s AB te neka je F nožište visine iz vrha C .

Označimo $\angle DCE$ s x i $\angle ECF$ s y . Treba pokazati da je $x = y$.



Slika 13.30: Zadatak 98.

Kako je CE simetrala kuta BCA , vrijedi $\angle BCE = \angle ECA$, pa je $\angle BCD + x = \angle FCA + y$. Trokut AFC pravokutan je s pravim kutom u vrhu F , pa je $\angle FCA = 180^\circ - \alpha - 90^\circ = \beta$. Prema obratu Talesova teorema trokut BCD jest jednakokračan, pa je $\angle DBC = \angle BCD$ te i $\angle BCD = \beta$. Uvrštavanjem u raniju jednakost dobivamo $\beta + x = \beta + y$, odakle je $x = y$, što je i trebalo pokazati.

Da smo krenuli od $\alpha < \beta$, dokaz bi išao na isti način, ali bismo morali promatrati druge trokute unutar trokuta ABC .

14

Kategorizacija zadataka

- Analitička geometrija: 47, 51, 64, 66
Apsolutne vrijednosti: 30, 40
Dirichletov princip: 14, 22, 45, 89
Djeljivost i diofantske jednadžbe: 1, 2, 10, 11, 12, 14, 15, 35, 37, 41, 43, 44, 45, 58, 60, 67, 72, 75, 76, 87, 89, 90, 93, 94
Jednadžbe i nejednadžbe: 16, 23, 24, 61, 86, 93
Kompleksni brojevi: 82
Konstrukcije: 39
Kvadratna funkcija: 5, 23, 68
Logaritamska funkcija: 4, 50, 85
Nejednakosti: 17, 84, 96
Nizovi: 9, 54
Planimetrija: 3, 18, 21, 26, 27, 28, 29, 38, 39, 52, 59, 69, 73, 78, 79, 80, 83, 88, 97, 98
Polinomi i funkcijeske jednadžbe: 5, 7, 36
Posebne teme: 6, 13, 20, 25, 57, 71, 74, 77, 81, 84
Postotci: 42, 70
Primjena matematičke indukcije: 54
Primjena trigonometrije: 8, 63, 64, 92
Primjena vektora: 53
Stereometrija: 8, 31, 32, 33, 34, 46, 48, 55, 62
Vjerojatnost i kombinatorika: 19, 22, 34, 49, 56, 65, 91, 95

Literatura

- [1] T. Andreescu, D. Andrica: *Number Theory: Structure, Examples and Problems*, Birkhäuser Basel, 2009
- [2] T. Andreescu, G. Dospinescu, O. Mushkarov: *Number Theory: Concepts and Problems*, XYZ Press, 2017
- [3] I.L. Babinskaja: *Zadaci s russkikh matematičkih natjecanja*, Element, 1999
- [4] N. Bednarz: *A problem-solving approach to algebra: Accounting for the reasonings and notations developed by students*, University of Melbourne, 2001
- [5] X. Bin, L.P. Yee: *Mathematical olympiad in China: problems and solutions*, East China Normal University Press, 2007
- [6] M. Bombardelli, A. Dujella, S. Slijepčević: *Matematička natjecanja učenika srednjih škola*, HMD, Element, 1997
- [7] A. Engel: *Problem-Solving Strategies*, Springer-Verlag, 1998
- [8] A.A. Jegorov, N.B. Vasiljev: *Zbirka pripremnih zadataka za matematička natjecanja*, Element, 2000
- [9] L.C. Larson: *Problem-Solving Through Problems*, Springer-Verlag, 1983
- [10] S. Savchev, T. Andreescu: *Mathematical Miniatures*, The Mathematical Association of Americe, Anneli Lax New Mathematical Library, 2003
- [11] V. Stošić: *Natjecanja učenika osnovnih škola*, HMD, 2000
- [12] T. Tao: *Solving Mathematical Problems: A Personal Perspective*, Oxford University Press, 2006
- [13] L. Tat-Wing: *The method of infinite descent*, Mathematical Excalibur, Vol. 10, 4(2005)