

## Pismeni dio ispita iz Analitičke geometrije

5. veljače 2009.

1. Odredite jednadžbe zajedničkih tangenata kružnice  $x^2 + y^2 = 1$  i hiperbole  $23x^2 - 25y^2 = 575$ .
2. Za hiperbolu  $x^2 - 3y^2 + 4x - 6y - 8 = 0$  odredite središte i fokuse, te odredite točke na hiperboli u kojima je normala na zadanu hiperbolu paralelna pravcu koji prolazi kroz ishodište koordinatnog sustava i središte hiperbole.
3. Dvije kružnice međusobno se dodiruju izvana. Njima je opisana kružnica  $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 9$ . Radijusi upisanih kružnica odnose se kao  $1 : 2$ , a središta im leže na pravcu koji prolazi ishodištem koordinatnog sustava i središte zadane kružnice. Napišite jednadžbe upisanih kružnica.
4. Neka je  $\vec{a} = (2, 1, \alpha)$  i  $\vec{b} = (0, \beta, 1)$ . Odredite  $\alpha$  i  $\beta$  ako je  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$  i  $|\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{5}$ .
5.
  - a) Izračunajte površinu paralelograma sa stranicama  $\vec{a} = 2\vec{m} + 3\vec{n}$  i  $\vec{b} = 4\vec{m} - 5\vec{n}$ , gdje su  $\vec{m}$  i  $\vec{n}$  jedinični vektori koji zatvaraju kut od  $\frac{\pi}{4}$ .
  - b) Dva vrha trokuta  $\triangle ABC$  su točke  $A = (-2, -1)$  i  $B = (1, -3)$ , a treći vrh  $C$  pripada pravcu  $y = 2x + 3$ . Ako je površina trokuta jednaka 16, odredite koordinate vrha  $C$ .