

Vježbe 1

`http://www.mathos.hr/analiticka`

1. Srednjica trapeza dužina je koja spaja polovišta njegovih krakova. Srednjica je paralelna osnovicama i njezina je duljina $s = \frac{1}{2}(a + b)$, gdje su a i b duljine osnovica trapeza. Dokažite!

2. Ako su $\overline{AA_1}$, $\overline{BB_1}$, $\overline{CC_1}$ težišnice trokuta $\triangle ABC$, tada je

$$\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1} = \vec{0}.$$

Dokažite!

1. Srednjica trapeza dužina je koja spaja polovišta njegovih krakova. Srednjica je paralelna osnovicama i njezina je duljina $s = \frac{1}{2}(a + b)$, gdje su a i b duljine osnovica trapeza. Dokažite!
2. Ako su $\overline{AA_1}$, $\overline{BB_1}$, $\overline{CC_1}$ težišnice trokuta $\triangle ABC$, tada je

$$\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1} = \vec{0}.$$

Dokažite!

3. Točke A_1 , B_1 i C_1 leže na stranicama $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ i $\overline{AB}$ trokuta $\triangle ABC$, a pravci AA_1 , BB_1 i CC_1 sijeku se u točki O .

- a) Dokažite: ako je $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$, tada su $\overline{AA_1}$, $\overline{BB_1}$ i $\overline{CC_1}$ težišnice trokuta $\triangle ABC$.
- b) Dokažite: ako je $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1} = \vec{0}$, dužine $\overline{AA_1}$, $\overline{BB_1}$ i $\overline{CC_1}$ težišnice su trokuta $\triangle ABC$.

4. Neka su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ dva nekolinearna vektora. Odredite realni broj x za koji su vektori $\vec{c} = (x + 2)\vec{a} + \vec{b}$ i $\vec{d} = 2x\vec{a} + (x - 1)\vec{b}$ kolinearni vektori suprotne orijentacije.
5. Neka su M , N i P polovišta stranica $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ i $\overline{AB}$ trokuta $\triangle ABC$. Prikažite vektore $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{BN}$ i $\overrightarrow{CP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\overrightarrow{AB} = \vec{e}_1$ i $\overrightarrow{AC} = \vec{e}_2$.

4. Neka su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ dva nekolinearna vektora. Odredite realni broj x za koji su vektori $\vec{c} = (x + 2)\vec{a} + \vec{b}$ i $\vec{d} = 2x\vec{a} + (x - 1)\vec{b}$ kolinearni vektori suprotne orijentacije.
5. Neka su M , N i P polovišta stranica $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ i $\overline{AB}$ trokuta $\triangle ABC$. Prikažite vektore $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{BN}$ i $\overrightarrow{CP}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\overrightarrow{AB} = \vec{e}_1$ i $\overrightarrow{AC} = \vec{e}_2$.

6. U trokutu $\triangle ABC$ točke M i N su polovišta stranica $\overline{AB}$ i $\overline{AC}$. Prikažite vektore $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ i $\overrightarrow{MN}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{m} = \overrightarrow{CM}$ i $\vec{n} = \overrightarrow{BN}$.
7. Točke $B = (1, -2)$ i $C = (3, 2)$ vrhovi su paralelograma $ABCD$, točka $S = \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ sjecište njegovih dijagonala. Odredite vrhove A i D ovog paralelograma.

6. U trokutu $\triangle ABC$ točke M i N su polovišta stranica $\overline{AB}$ i $\overline{AC}$. Prikažite vektore $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ i $\overrightarrow{MN}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{m} = \overrightarrow{CM}$ i $\vec{n} = \overrightarrow{BN}$.
7. Točke $B = (1, -2)$ i $C = (3, 2)$ vrhovi su paralelograma $ABCD$, točka $S = \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ sjecište njegovih dijagonala. Odredite vrhove A i D ovog paralelograma.

8. Točke $A = (3, 2)$, $B = (1, -2)$ i $D = (5, 1)$ tri su vrha paralelograma $ABCD$. Kolika je duljina dijagonale $\overline{AC}$?
9. Dani su vektori $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j}$ i $\vec{c} = -\vec{i} + 7\vec{j}$. Vektor $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ prikažite kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$.
10. Dane su točke $A = (1, 3)$, $B = (2, 2)$, $C = (3, 5)$ i $D = (4, 7)$. Vektor $\overrightarrow{AB}$ prikažite kao linearnu kombinaciju vektora $\overrightarrow{BC}$ i $\overrightarrow{BD}$.

8. Točke $A = (3, 2)$, $B = (1, -2)$ i $D = (5, 1)$ tri su vrha paralelograma $ABCD$. Kolika je duljina dijagonale $\overline{AC}$?
9. Dani su vektori $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j}$ i $\vec{c} = -\vec{i} + 7\vec{j}$. Vektor $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ prikažite kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$.
10. Dane su točke $A = (1, 3)$, $B = (2, 2)$, $C = (3, 5)$ i $D = (4, 7)$. Vektor $\overrightarrow{AB}$ prikažite kao linearnu kombinaciju vektora $\overrightarrow{BC}$ i $\overrightarrow{BD}$.

8. Točke $A = (3, 2)$, $B = (1, -2)$ i $D = (5, 1)$ tri su vrha paralelograma $ABCD$. Kolika je duljina dijagonale $\overline{AC}$?
9. Dani su vektori $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j}$ i $\vec{c} = -\vec{i} + 7\vec{j}$. Vektor $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ prikažite kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$.
10. Dane su točke $A = (1, 3)$, $B = (2, 2)$, $C = (3, 5)$ i $D = (4, 7)$. Vektor $\overrightarrow{AB}$ prikažite kao linearnu kombinaciju vektora $\overrightarrow{BC}$ i $\overrightarrow{BD}$.

11. Dokažite: ako su $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ i $\vec{r}_3$ redom radij vektori vrhova trokuta $\triangle ABC$, onda je radij vektor njegovog težišta T dan s

$$\vec{r} = \frac{1}{3} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3).$$

12. Neka su P_i , $i = 1, 2, \dots, 6$, redom polovišta uzastopnih stranica $\overline{A_1A_2}$, $\overline{A_2A_3}$, $\dots$, $\overline{A_6A_1}$ šesterokuta $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$. Dokažite da trokuti $\triangle P_1P_3P_5$ i $\triangle P_2P_4P_6$ imaju isto težište.

11. Dokažite: ako su $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ i $\vec{r}_3$ redom radij vektori vrhova trokuta $\triangle ABC$, onda je radij vektor njegovog težišta T dan s

$$\vec{r} = \frac{1}{3} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3).$$

12. Neka su P_i , $i = 1, 2, \dots, 6$, redom polovišta uzastopnih stranica $\overline{A_1A_2}$, $\overline{A_2A_3}$, $\dots$, $\overline{A_6A_1}$ šesterokuta $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$. Dokažite da trokuti $\triangle P_1P_3P_5$ i $\triangle P_2P_4P_6$ imaju isto težište.

13. Točkama B , C , D , i E dužina $\overline{AF}$ podijeljena je na pet sukladnih dijelova. Ako je $C = (-1, 1)$ i $D = (5, 2)$, odredite koordinate točaka A i F .
14. Točke $E = (-1, y)$ i $F = (x, 3)$ pripadaju pravcu AB , $A = (1, 2)$, $B = (3, 5)$. Odredite nepoznate koordinate točaka E i F .

13. Točkama B , C , D , i E dužina $\overline{AF}$ podijeljena je na pet sukladnih dijelova. Ako je $C = (-1, 1)$ i $D = (5, 2)$, odredite koordinate točaka A i F .
14. Točke $E = (-1, y)$ i $F = (x, 3)$ pripadaju pravcu AB , $A = (1, 2)$, $B = (3, 5)$. Odredite nepoznate koordinate točaka E i F .