

PISMENI ISPIT IZ LINEARNE ALGEBRE 1Zadatak 1. [20 bodova]

Neka je zadan

$$L = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}), a - d = 0, b + c = 0 \right\}.$$

Ispitajte je li $L \leq \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. Nađite mu bazu i dimenziju. Odredite direktni komplementa od L .

Zadatak 2. [20 bodova]

Neka su M i $L \leq \mathbb{R}^4$ zadani svojim bazama $B_M = \{(1, 1, 1, 1), (1, 1, -1, -1), (1, -1, 1, -1)\}$ te $B_L = \{(1, -1, -1, 1), (2, -2, 0, 0), (3, -1, 1, 1)\}$. Odredite baze i dimenzije prostora $L + M$, $L \cap M$.

Zadatak 3. [30 bodova]

Odredite vrijednosti parametara $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ tako da matrica

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ b & 1 & c \\ d & 4 & a - 2 \end{bmatrix}$$

- bude simetrična i regularna.
- odredite inverz od A za te vrijednosti parametara.

Zadatak 4. [15 bodova]

Korištenjem Gaussove metode eliminacije riješite sljedeći sustav koji ovisi o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$

$$\begin{array}{rrrrr} 2x_1 & +5x_2 & +x_3 & +3x_4 & = 2 \\ 4x_1 & +6x_2 & +3x_3 & +5x_4 & = 4 \\ 4x_1 & 14x_2 & +x_3 & +7x_4 & = 4 \\ 2x_1 & -3x_2 & +3x_3 & +\lambda x_4 & = 7 \end{array}$$

Zadatak 5. [15 bodova]

Izračunaj determinantu matrice reda n :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & -n \\ 1 & 1 & \dots & -n & 1 \\ & & \ddots & & \\ 1 & -n & \dots & 1 & 1 \\ -n & 1 & \dots & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$