

PISMENI ISPIT IZ LINEARNE ALGEBRE 1Zadatak 1. [20 bodova]

Je li skup

$$B = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) : a - d = 0, b + c - d = 0, a + 2b + 2c - 5d = 0 \right\}$$

B vektorski potprostor od $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$? Ako jest, odredite mu **dimenziju**, jednu **bazu** te jedan **direktan komplement** potprostoru B .

Zadatak 2. [15 bodova]

Odredite po jednu bazu za sumu i presjek potprostora K i L u $\mathbb{R}^4$ danih sa $K = \{(1, -1, -2, 1), (2, 0, 1, 3), (0, 1, 1, 0)\}$ i $L = \{(1, 3, 1, 2), (-1, 2, 1, 2), (1, 2, 0, 2)\}$.

Zadatak 3. [20 bodova]

Ako je skup $S = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$, $k \geq 2$, linearno zavisna, uređen i $a_1 \neq 0$, tada postoji element iz S koji je linearna kombinacija svojih prethodnika u skupu S .

Zadatak 4. [30 bodova]

- a. Korištenjem Gaussove metode eliminacije riješite sljedeći sustav koji ovisi o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$

$$\begin{array}{rrrrr} x_2 & +4x_3 & +2x_4 & & = 8 \\ 2x_1 & -3x_2 & & & = -\lambda - 4 \\ & x_2 & +\lambda x_3 & +(\lambda - 2)x_4 & = 2\lambda \\ -x_1 & +2x_2 & +2x_3 & +x_4 & = 8 \end{array}$$

- b. Za koje $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ je sustav

$$\begin{array}{rrrr} \alpha x & +2y & +(\alpha - 1)z & = 3 \\ x & -y & -2z & = 7 + \alpha + \beta \\ -2x & -\alpha y & +2z & = 0 \end{array}$$

Cramerov? Odgovor obrazložite.

Zadatak 5. [15 bodova]

Odredite sve matrice X za koje vrijedi $ABXB^T A^T = I$ gdje su

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 3 & -5 & 6 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \text{ i } B = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 4 \end{bmatrix}.$$