

PISMENI ISPIT IZ LINEARNE ALGEBRE 1Zadatak 1.

Neka je

$$M = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 0, x_1 - x_4 = 0\}$$

- (a) [5 bodova] Dokažite da je M vektorski potprostor od $\mathbb{R}^4$.
- (b) [5 bodova] Nađite jednu bazu potprostora M i odredite mu dimenziju.
- (c) [5 bodova] Odredite jedan direktan komplement potprostoru M .

Zadatak 2. [15 bodova]

U vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$ dani su potprostori $M = \{(1, 0, 2), (1, 4, 2)\}$ i $L = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1 + x_2 - x_3 = 0\}$. Odredite jednu bazu potprostora $M \cap L$.

Zadatak 3. [20 bodova]

Neka je $S = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ podskup vektorskog prostora V . Pokažite da su sljedeće dvije tvrdnje ekvivalentne:

- (a) S je linearno nezavisan i razapinje V .
- (b) Svaki vektor $v \in V$ se može na jedinstveni način prikazati kao linearna kombinacija vektora iz S .

Zadatak 4. [20 bodova]

Dokažite da ne postoje kvadratne matrice $A, B \in M_{2n+1}(\mathbb{Z})$ takve da vrijedi $AB + BA = I$.

Zadatak 5. [15 bodova]

U ovisnosti o parametru λ odredite rang matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 2 \\ 6 & 0 & 7 & \lambda \\ \lambda & -1 & 7 & -2 \end{bmatrix}$$

Zadatak 6. [15 bodova]

Riješite matričnu jednadžbu

$$X \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 & -1 \\ -9 & 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$