

PISMENI ISPIT IZ LINEARNE ALGEBRE 1Zadatak 1. [30 bodova]

Neka je $\mathcal{P} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \neq 0, y = x \text{ ili } y = -x\}$. Neka su definirane operacije zbrajanja i množenja skalarom

$$(x_1, y_1) \oplus (x_2, y_2) = (x_1 x_2, y_1 y_2), \quad \forall (x_1, y_1), (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$$

i

$$\alpha \odot (x, y) = ((\alpha^2 + 1)x, (\alpha^2 + 1)y) \quad \forall \alpha \in \mathbb{R}, \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Pokažite da je skup $\mathcal{P}$ zatvoren s obzirom na ovako definirane operacije. Skup $\mathcal{P}$ s ovako definiranim operacijama nije vektorski prostor. Provjerite koja svojstva iz definicije vektorskog prostora ne vrijede.

Zadatak 2. [30 bodova]

Neka je

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ x & h & -1 & 0 \\ x^2 & hx & h & -1 \\ x^3 & hx^2 & hx & h \end{vmatrix}.$$

Napišite Δ_n i izračunajte ga!

Zadatak 3.

(a) [10 bodova] Odredite x, y, z, w ako je

$$3 \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 6 \\ -1 & 2w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & x+y \\ z+w & 3 \end{bmatrix}.$$

(b) [10 bodova] Riješite matričnu jednadžbu $3XA - 2B = C + XB$ gdje je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}.$$

Zadatak 4. [20 bodova]

U vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$ dani su potprostori $M = \{(x_1, x_2, x_3) : x_1 - x_2 - x_3 = 0\}$ i $N = \{(2, 0, 1), (1, -1, 0)\}$. Odredite dimenziju i po jednu bazu za $M + N$ i $M \cap N$.

Ljerka Jukić Matić & Darija Marković