

PISMENI ISPIT IZ LINEARNE ALGEBRE 1Zadatak 1. [20 bodova]

Za koje vrijednosti parametra $\lambda \in \mathbb{C}$ je skup

$$S = \{(3, -1, \lambda + 1), (\lambda^2, 2, -2), (-2, 1, -1)\}$$

baza vektorskog prostora $\mathbb{C}^3$?

Zadatak 2. [20 bodova]

Odredite LU i LDU-dekompoziciju matrice $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ -4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, te izračunajte njenu

determinantu. Koristeći LU-dekompoziciju matrice A riješite sustav $Ax = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Zadatak 3. [20 bodova]

Neka je $S = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ podskup vektorskog prostora V . Pokažite da su sljedeće dvije tvrdnje ekvivalentne:

- (a) S je linearno nezavisan i razapinje V .
- (b) Svaki vektor $v \in V$ se može na jedinstveni način prikazati kao linearna kombinacija vektora iz S .

Zadatak 4. [20 bodova]

Za dane prostore $M = \{x \in \mathbb{R}^4 : x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0\}$ i $L = \{x \in \mathbb{R}^4 : x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 0\}$ odredite po jednu bazu za $M + L$ i $M \cap L$ ako je $\mathbb{R}^4$ prostor uređenih realnih četvorki.

Zadatak 5. [20 bodova]

U ovisnosti o parametru λ odredite rang matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & \lambda & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -\lambda & 2 \end{bmatrix},$$

te u slučajevima kada je to moguće izračunajte inverz matrice A .