

PISMENI ISPIT IZ LINEARNE ALGEBRE 1Zadatak 1.

Neka je dan skup $S = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}\}$, te neka su definirane binarna operacija zbrajanja i operacija množenja skalarom

$$(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$$

i

$$\alpha \cdot (x, y) = (\alpha x, \alpha y).$$

Provjerite koja svojstva iz definicije vektorskog prostora vrijede. Je li $(S, +, \cdot)$ vektorski prostor?

Zadatak 2.

Za dane potprostore $M = \{p \in \mathcal{P}_3 : p(-1) = p(1) = 0\}$ i $L = \{p \in \mathcal{P}_3 : p(2) = 0\}$ odredite po jednu bazu za $M + L$ i $M \cap L$, pri čemu je $\mathcal{P}_3$ prostor polinoma nad poljem $\mathbb{R}$ stupnja manjeg ili jednakog 3.

Zadatak 3.

(a) Izračunajte $\det(A^{-2})$, ako je zadana matrica $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & 6 \\ 2 & 8 & 3 \end{bmatrix}$.

(b) Neka je $p(x) = x^2 - 2x - 3$. Izračunajte $p(B)$ gdje je $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Odredite barem jednu matricu reda 3 za koju je $p(X) = 0$

Zadatak 4.

U ovisnosti o parametru λ , riješite sljedeći sustav linearnih jednadžbi:

$$\begin{aligned} \lambda x + 2y + z &= 4, \\ 2x + y + 2z &= 5, \\ 3x + 2y + 3z &= 12. \end{aligned}$$

Zadatak 5.

Neka su A i B kvadratne matrice i $D = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & B \end{bmatrix}$. Pokažite da je $\det D = \det A \det B$.

Ljerka Jukić Matić & Darija Marković